



تحلیل تئوریک و عددی توده سنگ مچاله شونده اطراف یک حفره کروی با در نظرگیری وجود ناحیه آسیب دیده

میلاد ظاهری، مسعود رنجبرنیا*

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۴۰۰/۰۶/۲۰
بازنگری: ۱۴۰۱/۰۲/۰۴
پذیرش: ۱۴۰۱/۰۵/۰۲
ارائه آنلاین: ۱۴۰۱/۰۵/۰۸

کلمات کلیدی:

مدل سازی تحلیلی
فضای زیرزمینی
مدل برگر
رفتار وابسته به زمان
توده سنگ مچاله شونده

خلاصه: در صورتی که با استفاده از انفجار و مته زنی فضای زیرزمینی حفاری شود، ناحیه آسیب دیده‌ای در اطراف آن پدید می‌آید که خصوصیات مکانیکی و خزشی آن می‌تواند به شدت با توده سنگ اولیه متفاوت باشد. وجود چنین ناحیه‌ای در توده سنگ‌های مچاله شونده می‌تواند منجر به افزایش جابه‌جایی‌ها با گذشت زمان شود. از این رو، در این مقاله، یک حل تحلیلی بسته برای تعیین رفتار دراز مدت حفره کروی که در اطراف آن، یک ناحیه آسیب دیده وجود دارد، ارائه می‌شود. بدین منظور فرض می‌شود که رفتار توده سنگ از مدل برگر تبعیت می‌کند. بعد از صحت‌سنجی مدل، با استفاده از مطالعه پارامتریک، تأثیر عوامل مختلفی همچون شعاع حفره کروی، ضخامت ناحیه آسیب دیده، مدول برشی و ضریب ویسکوزیته مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج این تحقیق حاکی از آن است که اگر شعاع ناحیه آسیب دیده ثابت در نظر گرفته شود، با کاهش شعاع حفره از ۷ به ۴/۵۷ متر، جابه‌جایی دیواره حفره بلافاصله و بعد از مدت ۱۰ سال به ترتیب ۱/۴۲ و ۱/۵۷ برابر می‌گردد. در مقابل، در صورتی که مقدار شعاع حفره برابر ۴/۵۷ متر باشد، بلافاصله و بعد از گذشت ۱۰ سال، جابه‌جایی دیواره حفره کروی که شعاع ناحیه آسیب دیده برابر ۸ متر است، به ترتیب ۰/۵۰٪ و ۰/۷۰٪ بیشتر از حالتی است که این شعاع برابر ۶ متر است. با فرض ثابت بودن شعاع حفره کروی و شعاع ناحیه آسیب دیده، اگر مقدار ویسکوزیته کلون در ناحیه تغییر یافته و توده سنگ اولیه یک بیستم گردد، جابه‌جایی دیواره حفره کروی بعد از گذشت ۱ سال به ترتیب ۱/۱۱۵٪ و ۱/۱۷۳٪ افزایش می‌یابد. این در حالی است که اگر مقدار ویسکوزیته ماکسول این ناحیه ۲۰ برابر گردد، بعد از گذشت ۵۰ سال، این جابه‌جایی حدود ۱۴ درصد کمتر می‌شود.

۱- مقدمه

پایداری فضاهای زیرزمینی در توده سنگ‌های مچاله شونده یکی از مسائل بحث برانگیز در زمینه مهندسی ژئوتکنیک می‌باشد. این سنگ‌ها عمدتاً دارای خصوصیات مکانیکی ضعیفی بوده و در اعماق زیاد قرار دارند. از آنجایی که این سنگ‌ها دارای رفتار وابسته به زمان می‌باشند، مقاطع حفاری شده ممکن است پس از مدتی بسته و تخریب گردند.

وانگ و نی^۱ یک حل کلی را برای تعیین توزیع تنش‌ها و جابه‌جایی‌ها در اطراف تونل‌های دایروی در شرایط هیدرواستاتیک و کرنش مسطح ارائه نمودند. روابط ارائه شده به نحوی است که در آن می‌توان تنش‌های (و یا جابه‌جایی‌های) مرزی وابسته به زمان و افزایش شعاع تونل با زمان (ناشی از حفاری) را در نظر گرفت

1 Wang and Nie

[۱]. فهیمی فر و همکاران^۲ حل بسته‌ای را برای تعیین جابه‌جایی دیواره تونل (با شاتکریت و بدون شاتکریت) در طول زمان ارائه نمودند (با در نظرگیری سرعت حفاری بی‌نهایت). بدین منظور، رفتار توده سنگ ویسکوالاستیک و مدل رفتاری آن مدل برگر^۳ انتخاب گردید [۲]. نومیکوس و همکاران^۴ حل بسته‌ای را ارائه کردند که قادر به پیش‌بینی توزیع تنش‌ها و کرنش‌ها در توده سنگی با مدل رفتاری ویسکوالاستیک برگر بود [۳]. چو و همکاران^۵ تأثیر سرعت حفاری و توقف حفاری را بر رفتار دراز مدت توده سنگ‌ها مورد بررسی قرار دادند [۴ و ۵].

در کلیه تحقیق‌های فوق، از تأثیر وجود ناحیه آسیب دیده در اطراف تونل‌ها صرف نظر شده است که وجود آن می‌تواند تأثیر

2 Fahimifar et al.
3 Burgers model
4 Nomikos et al.
5 Chu et al.

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: m.ranjbarnia@tabrizu.ac.ir



تغییر شکل‌های دراز مدت توده سنگ دارای اهمیت فراوانی می‌باشد. همچنین اگر حفاری تونل برای مدت طولانی رها شود، جابه‌جایی‌های جبهه حفاری رفته رفته در سنگ‌های مجاله شونده افزایش می‌یابد و در نتیجه حتماً بایستی رفتار بلند مدت آن‌ها را پیش‌بینی کرد. در این حالت، برای مدل‌سازی جبهه حفاری تونل‌ها می‌توان آن‌ها را با کره‌هایی معادل کرد [۲۲]. گفتنی است، ظرفیت باربری نهایی شمع‌های واقع در خاک و سنگ را می‌توان با استفاده از تئوری انبساط حفره کروی^۳ تخمین زد. از این تئوری همچنین می‌توان برای بررسی پایداری فروچاله و تخمین خصوصیات مختلف خاک با استفاده از آزمایش‌های در محل نظیر آزمایش نفوذ مخروط^۴ و آزمایش پرسیمتری^۵ استفاده کرد [۴۰-۳۸]. به علاوه، ایجاد حفره‌های کروی شکل در ساخت و سازهای زیرزمینی (نظیر سیلوها) رایج می‌باشند. در چنین سیلوهایی، می‌توان نفت و مواد خطرناک دیگری را نگهداری کرد [۴۱].

جمع‌بندی مطالعات نشان می‌دهد که سهم تحقیقات گذشته برای تعیین توزیع تنش‌ها و جابه‌جایی‌ها در اطراف حفرات کروی بسیار کمتر از مطالعاتی است که در این خصوص راجع به دیواره تونل‌ها صورت پذیرفته است که از این بین نیز، توجه محققین بیشتر بر جابه‌جایی آنی دیواره حفره کروی معطوف بوده است [۴۳ و ۴۲ و ۲۱]. از طرفی، در تحقیقاتی هم که در خصوص رفتار وابسته به زمان تونل‌های معمول انجام شده است، تأثیر خصوصیات خزشی ناحیه آسیب دیده اطراف تونل در نظر گرفته نشده است. از این رو در این مقاله، ابتدا یک حل بسته برای تعیین توزیع تنش‌ها و جابه‌جایی‌ها در توده سنگ اطراف حفره کروی ارائه می‌شود که در اطراف آن، هیچ ناحیه آسیب دیده‌ای وجود ندارد. سپس، این راه حل برای حالتی که در آن ناحیه آسیب دیده وجود دارد، تعمیم داده می‌شود. فرض می‌شود که رفتار توده سنگ اولیه و آسیب دیده هر دو به صورت ویسکوالاستیک بوده (با خصوصیات متفاوت) و از مدل برگر تبعیت می‌نمایند. در ابتدا، نتایج حاصل از روش پیشنهادی با نتایج حاصل از روش‌های تحلیلی و عددی مقایسه می‌شود. در نهایت، مطالعه پارامتریکی انجام می‌شود و تأثیر عوامل مختلف بر نتایج حاصله مورد بررسی قرار می‌گیرد.

شگرفی در میزان پایداری داشته باشد. روش چال و انفجار یکی از روش‌های متداول حفاری تونل‌ها می‌باشد. با وجود این که این روش از لحاظ فنی پیشرفت قابل توجهی کرده است، با این حال، امکان تضعیف خصوصیات سنگ اطراف تونل به دلیل استفاده از این روش وجود دارد. گفتنی است، در شرایطی که الگوی چال‌های انفجار، مواد منفجره و توالی انفجارها به دقت طراحی و اجرا شده باشند، ناحیه بسیار کوچکی در اطراف تونل‌ها آسیب می‌بیند. در مقابل، عدم توجه به طرح انفجار و توالی انفجارها منجر به آسیب دیدن شدید توده سنگ اطراف تونل می‌شود (انفجار کنترل نشده) که شعاع این ناحیه می‌تواند به چندین متر نیز برسد. در چنین حالتی، خصوصیات مکانیکی و حتی نفوذپذیری این ناحیه (در صورت وجود آب زیرزمینی) می‌تواند بسیار متفاوت از توده سنگ اولیه باشد [۱۰-۶]. این در حالی است که در روش حفاری مکانیزه که در آن از دستگاه‌هایی نظیر TBM استفاده می‌شود، از وجود این ناحیه می‌توان چشم‌پوشی کرد. تحقیقات انجام گرفته مؤید این مطلب است که وجود ناحیه آسیب دیده نقش مؤثری در افزایش همگرایی دیواره تونل‌های دایروی دارد و صرف نظر کردن از وجود چنین ناحیه‌ای منجر به بروز خطای قابل ملاحظه‌ای در پیش‌بینی میزان همگرایی تونل می‌گردد [۹-۷].

مطابق با طبقه‌بندی هوک و مارینوس^۱، درجه مجاله شوندگی توده سنگ‌ها وابسته به نسبت مقاومت فشاری تک محوری توده سنگ به مقدار تنش برجا است [۱۱]. در صورتی که مقدار این پارامتر بین ۰/۲۸ و ۰/۴۵ باشد، پتانسیل مجاله شوندگی توده سنگ کم است. در مقابل، در توده سنگ‌هایی با پتانسیل مجاله شوندگی شدید، این مقدار کمتر از ۰/۱۴ است. این محققین پیشنهاد نمودند که در صورتی که فضای زیرزمینی با استفاده از انفجار کنترل نشده حفاری شده و همچنین، توده سنگ شرایط مجاله شوندگی را داشته باشد، بایستی مقدار پارامتر آشفستگی (D) برابر ۱ در نظر گرفته شود [۱۴-۱۲].

از سویی دیگر، همانند تونل‌های شهری و عمیق که بحث پایداری در آن‌ها مهم است [۳۷-۱۵]، بررسی پایداری فضا‌های زیرزمینی کروی شکل نیز حائز اهمیت می‌باشد. به عنوان مثال، در اثر انفجاراتی در اعماق زمین، حفره‌های کروی ایجاد می‌شوند که نمونه‌ای از آن در جزیره پولینزی فرانسه^۲ رخ داده است [۲۱]. در این حالت، تعیین

3 Spherical cavity expansion theory

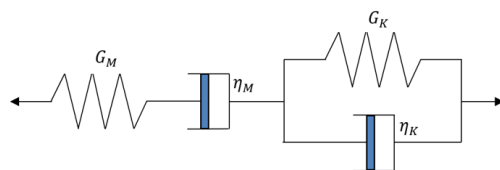
4 CPT

5 PMT

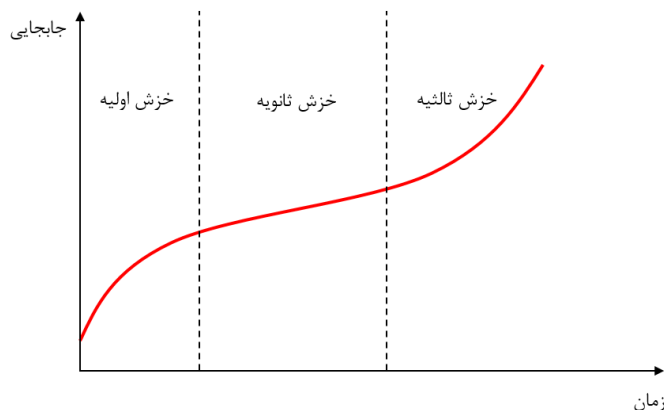
1 Hoek and Marinos

2 French Polynesian

(الف)



(ب)



شکل ۱. الف) مدل برگر، ب) جابه‌جایی توده سنگ در برابر زمان

Fig. 1. a) Burgers model, b) rock mass displacement versus time.

- شرایط تنش اولیه (P_0) به صورت هیدرواستاتیک بوده و از تغییرات تنش با عمق چشم‌پوشی می‌شود؛
- تنش شعاعی در دیواره کره ($\sigma_{r(R_0)}$) ثابت بوده و برابر ضریبی از تنش اولیه (α) می‌باشد؛
- از وجود آب زیرزمینی و تراوش آن به داخل فضای زیرزمینی صرف نظر می‌شود؛
- شرایط تقارن محوری در مسئله حاکم است؛
- جابه‌جایی‌های به سمت داخل حفره و تنش‌های فشاری با علامت مثبت نشان داده می‌شوند.

گفتنی است، مدل برگر ترکیبی از مدل‌های ماکسول^۱ و کلونین^۲ است. در مدل کلونین، صرفاً امکان تعیین خزش اولیه (در این مرحله، نرخ جابه‌جایی‌ها با گذشت زمان به شدت کاهش می‌یابد) وجود دارد. این در حالی است که مدل ماکسول قادر به مدل‌سازی جابه‌جایی آنی و خزش ثانویه (در این مرحله، نرخ جابه‌جایی‌ها ثابت است) است. در شکل ۱ مدل برگر نشان داده شده است که در آن، G_M و G_K به

در خصوص استفاده از مدل‌سازی تحلیلی در این مطالعه، ذکر مزایای اصلی آن نسبت به مدل‌سازی عددی ضروری به نظر می‌رسد؛ بدین ترتیب که نقش پارامترهای مهم و کلیدی مسئله در راه‌حل تحلیلی به سهولت تعیین می‌گردد. همین‌طور می‌توان روش‌های عددی را صحت‌سنجی کرد و مهم‌تر اینکه، سرعت انجام تحلیل در روش تحلیلی نسبت به روش عددی بسیار بالاتر می‌باشد. این امر سبب می‌گردد که آزمون و خطای انتخاب پارامترهای طراحی به سهولت و به سرعت توسط روش تحلیلی انجام گردد و در نهایت از روش عددی برای تحلیل دقیق مسئله استفاده کرد.

۲- فرضیه‌ها و تعریف مسئله

- فرض‌هایی که در این تحقیق صورت گرفته عبارتند از:
- شرایط کرنش‌های کوچک برقرار است؛
 - شکل حفره و ناحیه آسیب دیده هر دو به صورت کروی بوده و شعاع آن‌ها به ترتیب برابر R_0 و R_{alt} می‌باشد؛
 - توده سنگ همگن و ایزوتروپ بوده و رفتار آن به صورت ویسکوالاستیک (با در نظرگیری مدل برگر) است؛

1 Maxwell model
2 Kelvin model

t می‌باشند. در شرایط کرنش‌های کوچک و تقارن محوری، رابطه بین جابه‌جایی شعاعی (u_r) و کرنش‌های شعاعی (ε_r) و مماسی (ε_θ) (به شرح زیر است):

$$\varepsilon_r(r,t) = \frac{\partial u_r(r,t)}{\partial r}, \quad \varepsilon_\theta(r,t) = \frac{u_r(r,t)}{r} \quad (2)$$

شایان ذکر است، از آنجایی که شرایط تقارن محوری در مسئله حاکم می‌باشد، مقدار σ_φ (تنش در جهت محور φ) و ε_φ (کرنش در جهت محور φ) به ترتیب با σ_θ و ε_θ برابر می‌باشند [۴۴]. رابطه بین مؤلفه‌های تنش و کرنش را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} s_{ij}(r,t) &= 2G(t) * de_{ij}(r,t), \\ \sigma_m(r,t) &= 3K(t) * d\varepsilon_m(r,t) \end{aligned} \quad (3)$$

به طوری که، $s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{\delta_{ij}\sigma_m}{3}$ مؤلفه‌های تنش انحرافی، $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{\delta_{ij}\varepsilon_m}{3}$ مؤلفه‌های تنش متوسط، σ_{ij} مؤلفه‌های تنش کل، ε_m کرنش متوسط، ε_{ij} مؤلفه‌های کرنش و δ_{ij} دلتای کرونیکر^۱ می‌باشد. همچنین $G(t)$ و $K(t)$ به ترتیب بیانگر مدول رهایش^۲ برشی و حجمی می‌باشد. نکته قابل ذکر اینکه، علامت * بیانگر انتگرال کانولوشن^۳ است.

با جایگذاری رابطه ۲ در مؤلفه‌های تنش انحرافی و متوسط می‌توان روابط زیر را به دست آورد:

$$\begin{aligned} \sigma_r(r,t) &= 2G(t) * \\ & d \left[\frac{2}{3} \frac{\partial u_r(r,t)}{\partial r} - \frac{2u_r(r,t)}{3r} \right] + \\ & K(t) * d \left(\frac{\partial u_r(r,t)}{\partial r} + 2 \times \frac{u_r(r,t)}{r} \right) \end{aligned} \quad (الف)$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta(r,t) &= 2G(t) * \\ & d \left[\frac{1}{3} \frac{u_r(r,t)}{r} - \frac{1}{3} \frac{\partial u_r(r,t)}{\partial r} \right] + \\ & K(t) * d \left(\frac{\partial u_r(r,t)}{\partial r} + 2 \times \frac{u_r(r,t)}{r} \right) \end{aligned} \quad (ب)$$

ترتیب بیانگر مدول برشی ماکسول و کلوین و η_M و η_K به ترتیب بیانگر ویسکوزیته ماکسول و کلوین می‌باشند. در واقع، تأثیر G_M در مقدار جابه‌جایی آنی است. این در حالی است که η_M و η_K تغییر شکل‌های وابسته به زمان را کنترل می‌کنند. بدین ترتیب که η_K و η_M به ترتیب بر روی خزش‌های اولیه و ثانویه تأثیرگذار هستند. شایان ذکر است که در مدل برگر، امکان بررسی خزش ثالثیه وجود ندارد که در این مرحله، نرخ جابه‌جایی‌ها با گذشت زمان به شدت افزایش می‌یابد.

۳- ارائه مدل تحلیلی پیشنهادی

۳-۱- ارائه حل کلی برای تعیین توزیع تنش‌ها و جابه‌جایی‌ها در اطراف یک حفره کروی

وانگ و نی روش جدیدی را برای تعیین توزیع تنش‌ها و جابه‌جایی‌ها در اطراف تونل‌های دایروی در شرایط کرنش مسطح ارائه دادند [۱]. در پژوهش مذکور، فرض گردید که رفتار توده سنگ ویسکوالاستیک بوده و مدل رفتاری آن مدل ماکسول و یا کلوین تعمیم یافته می‌باشد. از آنجایی که راه حل ارائه شده توسط این محققان صرفاً می‌تواند برای تونل‌های دایروی به کار رود، در پژوهش حاضر، راه حل فوق به شرایطی که یک حفره کروی در توده سنگ ایجاد شده است، تعمیم داده شده است. به علاوه، فرض می‌شود که مدل رفتاری توده سنگ، مدل برگر بوده که تعمیم یافته هر دو مدل رفتاری ویسکوالاستیک فوق می‌باشد. در ضمن، پژوهش وانگ و نی (۲۰۱۰) صرفاً برای شرایطی می‌تواند به کار رود که تنها یک لایه توده سنگ یکنواخت در اطراف تونل وجود دارد. از این رو، در تحقیق حاضر، شرایط توده سنگ چنان در نظر گرفته شده است که وجود ناحیه آسیب دیده اطراف حفره کروی نیز در روابط و نتایج حاصله در نظر گرفته شود.

معادله تعادل در مختصات کروی (r ، θ و φ) و در شرایط تقارن محوری به صورت زیر است [۴۴]:

$$\frac{\partial \sigma_r(r,t)}{\partial r} + 2 \times \frac{\sigma_r(r,t) - \sigma_\theta(r,t)}{r} = 0 \quad (1)$$

در این رابطه، $\sigma_r(r,t)$ و $\sigma_\theta(r,t)$ به ترتیب بیانگر تنش شعاعی و تنش در جهت محور θ (تنش مماسی) در فاصله r و زمان

1 Kronecker delta
2 Relaxation modulus
3 Convolution integral

$$H(t) = \frac{\delta(t)}{G_M} + \frac{1}{\eta_M} + \frac{1}{\eta_K} e^{-\frac{G_K t}{\eta_K}} \quad (10)$$

شرایط مرزی به گونه‌ای است که تنش‌های شعاعی در مرزهای داخلی (r_{in}) و خارجی (r_{out}) به ترتیب برابر $P_{in}(t)$ و $P_{out}(t)$ می‌باشد (شکل ۲). همچنین $\delta(t)$ بیانگر تابع دلتا است. گفتنی است، جزئیات به دست آوردن روابط فوق در پیوست الف آورده شده است.

۳-۲- توزیع تنش‌ها و جابه‌جایی‌ها در اطراف یک حفره کروی در شرایط عدم وجود ناحیه آسیب دیده

در صورتی که تنش شعاعی در شعاع داخلی کره برابر $\sigma_{r(R_0)}$ و در فاصله بی‌نهایت از مرکز کره برابر P_0 باشد، با استفاده از رابطه‌های ۷ و ۸ می‌توان جابه‌جایی دیواره کره و توزیع تنش‌ها در توده سنگ را به سهولت به صورت زیر به دست آورد ($T_{K(ini)} = \frac{\eta_{K(ini)}}{G_{K(ini)}}$):

$$u_r(R_0, t) = \frac{P_0(1-\alpha)R_0}{4} \times \left(\frac{1}{G_{M(ini)}} + \frac{t}{\eta_{M(ini)}} + \frac{1}{G_{K(ini)}} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_{K(ini)}}} \right) \right) \quad (الف)$$

$$\sigma_r(r, t) = P_0 - P_0(1-\alpha) \left(\frac{R_0}{r} \right)^3 \quad (ب)$$

$$\sigma_\theta(r, t) = P_0 + 0.5P_0(1-\alpha) \left(\frac{R_0}{r} \right)^3 \quad (ج)$$

زیروند ini بیانگر توده سنگ اولیه است. همچنین، از آنجایی که فاصله مرز خارجی از مرکز حفره کروی بی‌نهایت در نظر گرفته شده است، مقدار c_v مطابق رابطه ۹ برابر صفر می‌گردد.

۳-۳- توزیع تنش‌ها و جابه‌جایی‌ها در اطراف یک حفره کروی در شرایط وجود ناحیه آسیب دیده

در این بخش، از آنجایی که دو ناحیه مختلف وجود دارد، از زیروندهای مختلفی استفاده شده است (زیروندهای ini و alt به ترتیب بیانگر توده سنگ اولیه و آسیب دیده است). مطابق شکل ۳، ناحیه آسیب دیده بین شعاع‌های R_0 و R_{alt} و توده سنگ اصلی بین شعاع‌های R_{alt} و بی‌نهایت وجود دارد. از این رو، بر اساس رابطه ۹،

در نهایت می‌توان رابطه تعادل را به صورت زیر نوشت:

$$\left[K(t) + \frac{4}{3}G(t) \right] * d \left(\frac{\partial^2 u_r(r, t)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u_r(r, t)}{\partial r} - \frac{2u_r(r, t)}{r^2} \right) = 0 \quad (5)$$

در صورتی که از طرفین رابطه ۵ لاپلاس گرفته شود، داریم:

$$\frac{\partial^2 \overline{u_r(r, t)}}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \overline{u_r(r, t)}}{\partial r} - \frac{2\overline{u_r(r, t)}}{r^2} = 0 \quad (6)$$

$\overline{u_r(r, t)}$ بیانگر لاپلاس $u_r(r, t)$ می‌باشد.

با انجام عملیات ریاضی بر روی روابط ۴-الف و ۴-ب و استفاده کردن از جواب معادله ۶ در نهایت می‌توان توزیع تنش‌های شعاعی و مماسی و جابه‌جایی را به ترتیب به صورت زیر نوشت:

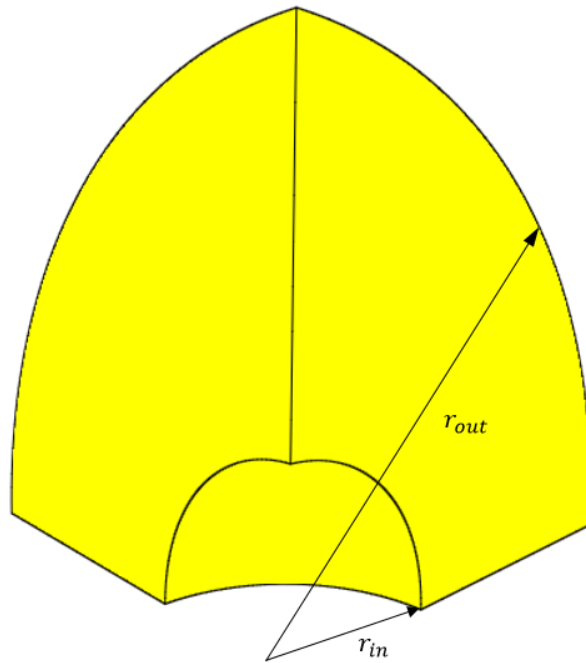
$$\sigma_r(r, t) = \frac{1}{1-c_v} [p_{out}(t) \left(1 - \left(\frac{r_{in}}{r} \right)^3 \right) - p_{in}(t) \left(c_v - \left(\frac{r_{in}}{r} \right)^3 \right)] \quad (الف)$$

$$\sigma_\theta(r, t) = \frac{1}{1-c_v} [p_{out}(t) \left(1 + 0.5 \left(\frac{r_{in}}{r} \right)^3 \right) - p_{in}(t) \left(c_v + 0.5 \left(\frac{r_{in}}{r} \right)^3 \right)] \quad (ب)$$

$$u_r(r, t) = \frac{r_{in}^3 \int_0^t (p_{out}(\tau) - p_{in}(\tau)) H(t-\tau) d\tau}{4r^2(1-c_v)} + \frac{r(p_{out}(t) - p_{in}(t)c_v)}{3K(1-c_v)} \quad (8)$$

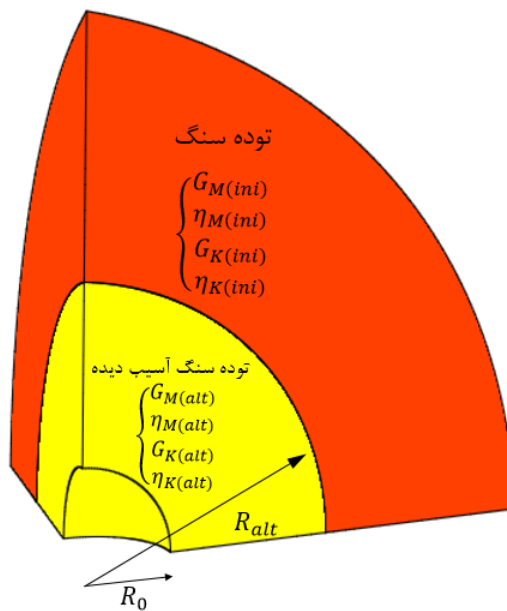
که در این روابط

$$c_v = \frac{r_{in}^3}{r_{out}^3} \quad (9)$$



شکل ۲. مرزهای داخلی و خارجی

Fig. 2. Inner and outer boundaries.



شکل ۳. ناحیه آسیب دیده در اطراف یک حفره کروی

Fig. 3. The damaged zone around a spherical cavity.

$$F_1 = 1 / \left(\frac{1}{\eta_{M(alt)}} + \frac{c_{v(alt)}}{\eta_{M(alt)}(1-c_{v(alt)})} \right) \quad \text{(الف)}$$

$$F_2 = 1 / \left(\frac{1}{G_{M(alt)}} + \frac{c_{v(alt)}}{G_{M(alt)}(1-c_{v(alt)})} + \frac{4}{3K_{alt}(1-c_{v(alt)})} \right) \quad \text{(ب)}$$

$$N_1 = \frac{4}{3K_{alt}} \left(1 + \frac{\alpha c_{v(alt)}}{1-c_{v(alt)}} \right) \quad \text{(ج)}$$

$$T_{K(alt)} = \frac{\eta_{K(alt)}}{G_{K(alt)}} \quad \text{(د)}$$

با حل معادله انتگرالی ۱۳ می‌توان تنش در مرز توده سنگ اولیه و آسیب دیده را به صورت زیر به دست آورد:

$$\begin{aligned} \sigma_{r(R_{alt})}(t) = & P_0 F_2 \left[\sum_{i=1}^3 B_i \left(\frac{P_{2(i)}}{z_i} (e^{z_i t} - 1) + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{t P_{3(i)}}{\eta_{M(alt)}} + P_{1(i)} \left(e^{-\frac{t}{T_{K(mi)}}} - e^{z_i t} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{1}{3B_i} \left(\frac{1}{G_{M(alt)}} + \frac{1}{G_{K(alt)}} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_{K(mi)}}} \right) \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{\alpha c_{v(alt)}}{1-c_{v(alt)}} \left(\frac{P_{9(i)}}{z_i} (e^{z_i t} - 1) + \frac{t P_{3(i)}}{\eta_{M(alt)}} + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \frac{e^{-\frac{t}{T_{K(alt)}}} - e^{z_i t}}{G_{K(alt)} P_{4(i)}} + \frac{1}{3B_i} \left(\frac{1}{G_{M(alt)}} + \frac{1 - e^{-\frac{t}{T_{K(alt)}}}}{G_{K(alt)}} \right) \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. N_1 \left(\frac{e^{z_i t} - 1}{z_i} + \frac{1}{3B_i} \right) \right] \right] \quad \text{(۱۵)} \end{aligned}$$

جزئیات به دست آوردن رابطه ۱۵ در پیوست ب آورده شده است. از آنجایی که مقدار جابه‌جایی دیواره برابر

$$\begin{aligned} u_r(R_0, t) = & \frac{R_0}{4(1-c_{v(alt)})} \times \\ & \left[\int_0^t \sigma_{r(R_{alt})}(\tau) H_{(alt)}(t-\tau) d\tau - \right. \\ & \left. \int_0^t \alpha P_0 H_{(alt)}(t-\tau) d\tau + \right. \\ & \left. \frac{R_0 \left(\sigma_{r(R_{alt})}(t) - \alpha c_{v(alt)} P_0 \right)}{3K_{alt}(1-c_{v(alt)})} - \frac{P_0 R_0}{3K_{alt}} \right] \quad \text{(۱۶)} \end{aligned}$$

برای ناحیه آسیب دیده، مقدار c_v برابر $\frac{R_0^3}{R_{alt}^3}$ می‌باشد. بر اساس رابطه ۸، مقدار جابه‌جایی در شعاع R_{alt} بر اساس توزیع جابه‌جایی در نواحی توده سنگ اولیه و شکسته شده به ترتیب برابر است با:

$$u_r(R_{alt}, t) = \frac{R_{alt}}{4} \times \int_0^t \left(P_0 - \sigma_{r(R_{alt})}(\tau) \right) H_{(ini)}(t-\tau) d\tau \quad \text{(الف)}$$

$$u_r(R_{alt}, t) = \frac{R_0^3}{4R_{alt}^2(1-c_{v(alt)})} \times \int_0^t \left(\sigma_{r(R_{alt})}(\tau) - \alpha P_0 \right) H_{(alt)}(t-\tau) d\tau + \quad \text{(ب)}$$

$$\frac{\sigma_{r(R_{alt})}(t) R_{alt}}{3K_{alt}(1-c_{v(alt)})} - \frac{c_{v(alt)} R_{alt} \alpha P_0}{3K_{alt}(1-c_{v(alt)})} - \frac{P_0 R_{alt}}{3K_{alt}}$$

که در این روابط، مقدار جابه‌جایی ناشی از تنش اولیه قبل از حفاری از مقدار جابه‌جایی کل کسر شده است. از آنجایی که مقدار جابه‌جایی حاصل از روابط ۱۲-الف و ۱۲-ب بایستی در شعاع R_{alt} یکسان باشد، می‌توان بعد از ساده‌سازی‌هایی، رابطه زیر را به دست آورد:

$$\begin{aligned} \sigma_{r(R_{alt})}(t) + \int_0^t \left[\left[\frac{F_2}{F_1} + \frac{F_2 c_{v(alt)}}{\eta_{K(alt)}(1-c_{v(alt)})} e^{-\frac{t-\tau}{T_{K(alt)}}} \right] + \right. \\ \left. \frac{F_2}{\eta_{K(alt)}} e^{-\frac{t-\tau}{T_{K(mi)}}} \right] \sigma_{r(R_{alt})}(\tau) d\tau = \\ P_0 F_2 \left(\frac{1}{G_{M(alt)}} + \frac{t}{\eta_{M(alt)}} + \frac{1}{G_{K(alt)}} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_{K(mi)}}} \right) + \right. \\ \left. \frac{\alpha c_{v(alt)}}{1-c_{v(alt)}} \left[\frac{1}{G_{M(alt)}} + \frac{t}{\eta_{M(alt)}} + \frac{1 - e^{-\frac{t}{T_{K(alt)}}}}{G_{K(alt)}} \right] + N_1 \right) \quad \text{(۱۳)} \end{aligned}$$

که در آن

می‌باشد، بایستی انتگرال‌هایی که در رابطه ۱۶ وجود دارند، جداگانه محاسبه شوند. با استفاده از رابطه ۱۰ داریم:

$$Y_2 = \int_0^t \sigma_{r(R_{alt})}(\tau) e^{\frac{\tau-t}{T_{K(alt)}}} d\tau = P_0 F_2 \left[\sum_{i=1}^3 B_i \times \right.$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{P_{2(i)}}{z_i} \left(\frac{P_{5(i)}}{P_{4(i)}} - P_6 \right) + \frac{T_{K(alt)}(t-P_6)P_{3(i)}}{\eta_{M(ini)}} + \\ & P_{1(i)} \left(-\frac{P_{5(i)}}{P_{4(i)}} + P_7 \right) + \\ & \frac{1}{3B_i} \left(P_6 \left(\frac{1}{G_{M(ini)}} + \frac{1}{G_{K(ini)}} \right) - \frac{P_7}{G_{K(ini)}} \right) + \\ & \frac{\alpha c_{v(alt)}}{1-c_{v(alt)}} \left(\frac{P_{9(i)}}{z_i} \left(\frac{P_{5(i)}}{P_{4(i)}} - P_6 \right) + \right. \\ & \left. \frac{T_{K(alt)}(t-P_6)P_{3(i)}}{\eta_{M(alt)}} + \frac{P_{5(i)}}{P_{4(i)}} + te^{-\frac{t}{T_{K(alt)}}} \right. \\ & \left. + \frac{1}{3B_i} \left(P_6 \left(\frac{1}{G_{M(alt)}} + \frac{1}{G_{K(alt)}} \right) - \frac{te^{-\frac{t}{T_{K(alt)}}}}{G_{K(alt)}} \right) \right) \\ & \left. + N_1 \left(\frac{P_{5(i)}}{z_i P_{4(i)}} + P_6 P_{3(i)} \right) \right] \end{aligned} \quad (20)$$

که در این روابط

$$P_{1(i)} = \frac{1}{G_{K(ini)} \left(z_i + \frac{1}{T_{K(ini)}} \right)},$$

$$P_{2(i)} = \frac{1}{G_{M(ini)}} + \frac{1}{z_i \eta_{M(ini)}} + \frac{1}{G_{K(ini)}}$$

$$P_{1(i)} = \frac{1}{G_{K(ini)} \left(z_i + \frac{1}{T_{K(ini)}} \right)}, \quad (21)$$

$$P_{2(i)} = \frac{1}{G_{M(ini)}} + \frac{1}{z_i \eta_{M(ini)}} + \frac{1}{G_{K(ini)}}$$

$$P_{3(i)} = \frac{1}{3B_i} - \frac{1}{z_i}, \quad P_{4(i)} = z_i + \frac{1}{T_{K(alt)}}$$

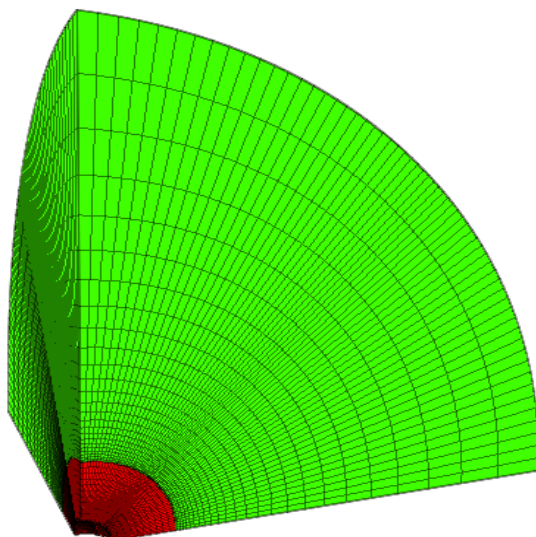
$$P_{5(i)} = e^{z_i t} - e^{-\frac{t}{T_{K(alt)}}}, \quad P_6 = T_{K(alt)} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_{K(alt)}}} \right)$$

$$\int_0^t \sigma_{r(R_{alt})}(\tau) H_{(alt)}(t-\tau) d\tau = \frac{\sigma_{r(R_{alt})}(t)}{G_{M(alt)}} + \frac{Y_1}{\eta_{M(alt)}} + \frac{Y_2}{\eta_{K(alt)}} \quad (17)$$

$$\int_0^t \alpha P_0 H_{(alt)}(t-\tau) d\tau = \alpha P_0 \times \left[\frac{1}{G_{M(alt)}} + \frac{t}{\eta_{M(alt)}} + \frac{1}{G_{K(alt)}} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_{K(alt)}}} \right) \right] \quad (18)$$

$$Y_1 = \int_0^t \sigma_{r(R_{alt})}(\tau) d\tau = P_0 F_2 \left[\sum_{i=1}^3 B_i \times \right.$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{P_{2(i)}}{z_i} \left(\frac{e^{z_i t} - 1}{z_i} - t \right) + \frac{t^2 P_{3(i)}}{2\eta_{M(ini)}} + \\ & P_{1(i)} \left(\frac{1 - e^{z_i t}}{z_i} + P_8 \right) + \frac{1}{3B_i} \times \\ & \left(t \left(\frac{1}{G_{M(ini)}} + \frac{1}{G_{K(ini)}} \right) - \frac{P_8}{G_{K(ini)}} \right) + \\ & \frac{\alpha c_{v(alt)}}{1-c_{v(alt)}} \left(\frac{P_{9(i)}}{z_i} \left(\frac{e^{z_i t} - 1}{z_i} - t \right) + \right. \\ & \left. \frac{t^2 P_{3(i)}}{2\eta_{M(alt)}} + \frac{1 - e^{z_i t}}{z_i} + P_6 \right. \\ & \left. + \frac{1}{3B_i} \left(t \left(\frac{1}{G_{M(alt)}} + \frac{1}{G_{K(alt)}} \right) - \frac{P_6}{G_{K(alt)}} \right) \right) + \\ & \left. N_1 \left(\frac{e^{z_i t} - 1}{z_i^2} + t P_{3(i)} \right) \right] \end{aligned} \quad (19)$$



شکل ۴. هندسه ایجاد شده در نرم افزار FLAC^{3D}

Fig. 4. The geometry of the model constructed in FLAC^{3D} software.

- شرایط مرزی نیز به نحوی است که مقدار جابه‌جایی در جهت عمود بر صفحات مرزی برابر صفر در نظر گرفته شده است. با این حال، به مرز خارجی که سطح آن به صورت کره است، تنش هیدرواستاتیک اولیه اعمال شده است (رجوع به شکل ۴).

- از آنجایی که در روش تحلیلی پیشنهادی، از مدل ویسکوالاستیک برگر استفاده شده است، در روش عددی نیز به توده سنگ‌های اولیه و آسیب دیده، این مدل رفتاری اختصاص داده شده است. بدیهی است که خصوصیات اختصاصی به توده سنگ اولیه و آسیب دیده با یکدیگر متفاوت می‌باشند.

- بعد از به تعادل رسیدن مدل در حالت استاتیکی، مقادیر سرعت و جابه‌جایی در کلیه گره‌های مدل به مقدار صفر مقداردهی اولیه شده است تا مقدار جابه‌جایی ناشی از تنش اولیه قبل از حفاری فضای زیرزمینی در مقدار جابه‌جایی نهایی حذف شود. بعد از این مرحله، در حالت استاتیکی، تنش دیواره کره تغییر داده شده و در نهایت، محاسبات خزش انجام می‌پذیرد.

۵- نتایج و بحث

۵-۱- مقایسه نتایج روش‌های عددی و تحلیلی

در این بخش، نتایج حاصل از روش تئوریک پیشنهادی با نتایج حاصل از روش تحلیلی موجود و همچنین نرم‌افزار تفاضل محدود

که i مقادیر ۱ تا ۳ را به خود می‌گیرد.

با جایگذاری روابط ۱۵ و ۱۷ الی ۲۰ در رابطه ۱۶ مقدار جابه‌جایی دیواره حفره کره تعیین می‌گردد. گفتنی است، در صورتی که توده سنگ تراکم ناپذیر باشد (ضریب پواسون برابر ۰/۵)، در این صورت K_{alt} برابر بی‌نهایت و مقدار ضریب N_1 صفر می‌گردد.

۴- روش عددی

برای مدل‌سازی عددی از نرم افزار FLAC^{3D} استفاده می‌شود. از اصول زیر برای مدل‌سازی استفاده شده است:

- از آنجایی که شرایط تنش به صورت هیدرواستاتیک بوده و شرایط تقارن در مسئله حاکم است، یک هشتم هندسه در نرم‌افزار مدل‌سازی شده است.

- برای آن که اندازه مش‌ها و فاصله مرزهای مدل بر روی نتایج حاصله تأثیری نداشته باشند، یک مطالعه پارامتریک صورت پذیرفته است. از این رو، فاصله مرزهای مدل از مرکز کره ۲۰ برابر شعاع کره و اندازه مش‌ها در جهت شعاعی رفته‌رفته افزایش داده شده است (شکل ۴).

- از آنجایی که هندسه کره در هندسه‌های تعریف شده نرم‌افزار وجود نداشت، برای ترسیم آن از زبان برنامه‌نویسی FISH بهره گرفته شده است.

جدول ۱. مقادیر پارامترهای مختلف [۴]

Table 1. The values of parameters [4].

مقدار	واحد	پارامتر	مقدار	واحد	پارامتر
۳۴۴/۷۳۸	MPa	$G_{K(ini)}$	۴/۵۷	m	R_0
۶۵۵/۷۵۸	MPa. year	$\eta_{K(ini)}$	۸	m	R_{alt}
**۵۸۷/۲۵۲	MPa	$G_{M(alt)}$	۰	—	α
$0.05\eta_{M(ini)}$ *	MPa. year	$\eta_{M(alt)}$	۶/۸۹۵	MPa	P_0
**۵۳/۷۷۴	MPa	$G_{K(alt)}$	۹۷۸۸	MPa	K_{alt}
$0.05\eta_{K(ini)}$ *	MPa. year	$\eta_{K(alt)}$	۳۴۴۷/۳۷۹	MPa	$G_{M(ini)}$
			۱۳۱۱۸۳/۴۰۹	MPa. year	$\eta_{M(ini)}$

* توسط نویسندگان فرض شده است.

** بر اساس روش هوک و همکاران محاسبه شده است [۱۱].

۵-۲- مطالعه پارامتریک

در این بخش، تأثیر پارامترهای مختلفی همچون ویسکوزیته و مدول برشی ماکسول و کلومین، مدول بالک، شعاع‌های حفره کروی و ناحیه آسیب دیده، تنش هیدرواستاتیک اولیه و تنش وارده بر دیواره حفره کروی مورد بررسی قرار می‌گیرد. گفتنی است، مقادیر پارامترهای مختلف در حالت مبنا در جدول ۱ آورده شده است.

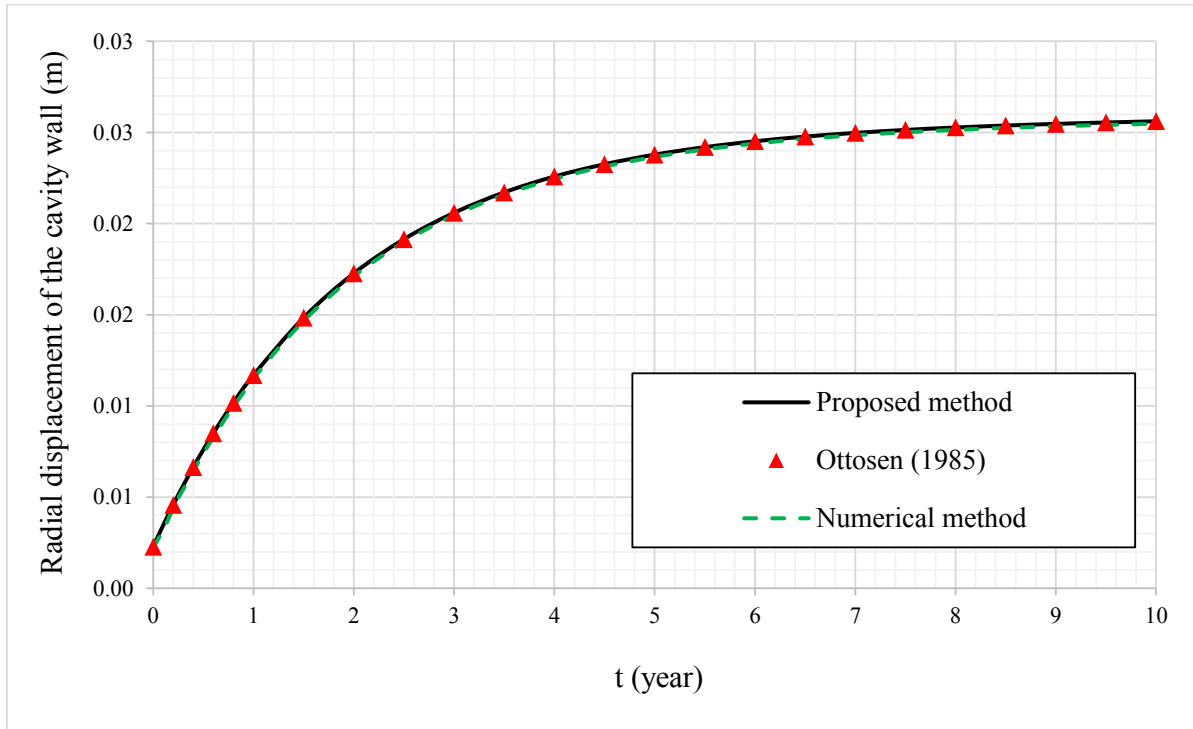
اولین پارامتری که مورد بررسی قرار می‌گیرد، شعاع حفره کروی است. در حالتی که هیچ ناحیه آسیب دیده‌ای در اطراف این حفره وجود نداشته باشد، بر اساس رابطه ۱۱- الف می‌توان مشاهده کرد که رابطه جابه‌جایی دیواره حفره با شعاع این کره به صورت خطی می‌باشد (و مقدار کرنش ثابت است) و در نتیجه، با افزایش شعاع کره، جابه‌جایی نیز افزایش پیدا می‌کنند. در مقابل، در حالتی که ناحیه آسیب دیده‌ای وجود داشته باشد، علاوه بر این که شعاع حفره در صورت کسر رابطه ۱۱- الف وجود دارد، در پارامتر $C_{v(alt)}$ نیز مستتر است. برای بررسی تأثیر این پارامتر، مقدار شعاع حفره برابر ۴/۵۷، ۶ و ۷ متر در نظر گرفته می‌شود (شعاع ناحیه آسیب دیده ۸ متر فرض می‌شود). در واقع، این حالت را می‌توان متناظر با حالتی در نظر گرفت که کیفیت حفاری افزایش یافته و در نتیجه، ضخامت ناحیه آسیب دیده کمتر شده است.

با توجه به شکل ۷ می‌توان مشاهده کرد که در حفره‌ای که شعاع

FLAC^{3D} مقایسه می‌شود. گفتنی است، روش تحلیلی پیشنهادی در نرم‌افزار Matlab پیاده‌سازی شده است. خصوصیات توده سنگ، شرایط بارگذاری و ابعاد نواحی مختلف در جدول ۱ آورده شده است. با در نظرگیری مدل ویسکوالاستیک برگر، اتوسن^۱ جابه‌جایی‌های حاصله در توده سنگ اطراف یک حفره کروی را به دست آورد [۴۵]. با این حال، در تحقیق مذکور، ناحیه آسیب دیده اطراف این حفره کروی در نظر گرفته نشد. در شکل ۵، نتایج حاصل از روش مذکور با نتایج حاصل از روش تحلیلی پیشنهادی و نرم‌افزار FLAC^{3D} مقایسه شده است. می‌توان مشاهده کرد که انطباق بسیار خوبی بین نتایج حاصله از این روش‌ها وجود دارد.

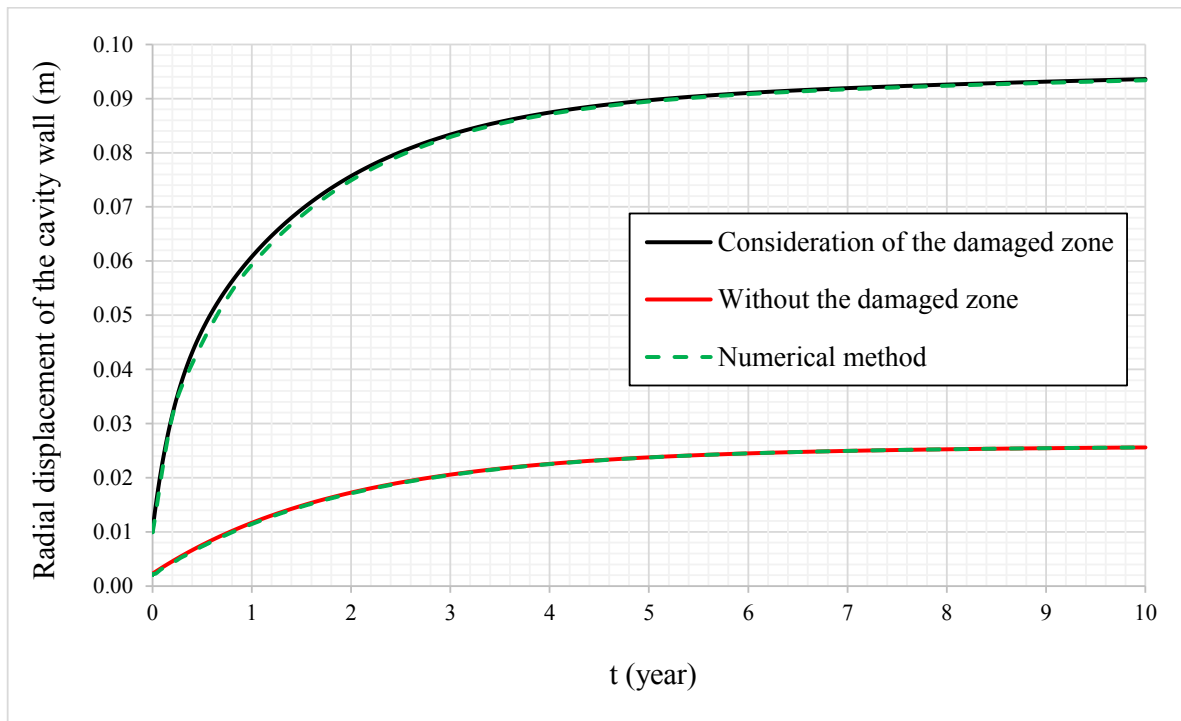
در شکل ۶ مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از روش‌های تحلیلی و عددی برای دو حالت با و بدون وجود ناحیه آسیب دیده آورده شده است. همان‌طور که مشهود است، انطباق بسیار خوبی بین نتایج حاصل از این دو روش وجود دارد. نکته قابل ذکر این که بعد از گذشت ۱۰ سال، جابه‌جایی دیواره حفره در حالتی که ناحیه آسیب دیده در اطراف آن وجود دارد، بیش از ۳/۶ برابر حالتی است که در آن، از وجود این ناحیه صرف نظر شده است. این در حالی است که این ضریب برای جابه‌جایی آنی دیواره بیش از ۴/۴ می‌باشد.

1 Ottosen



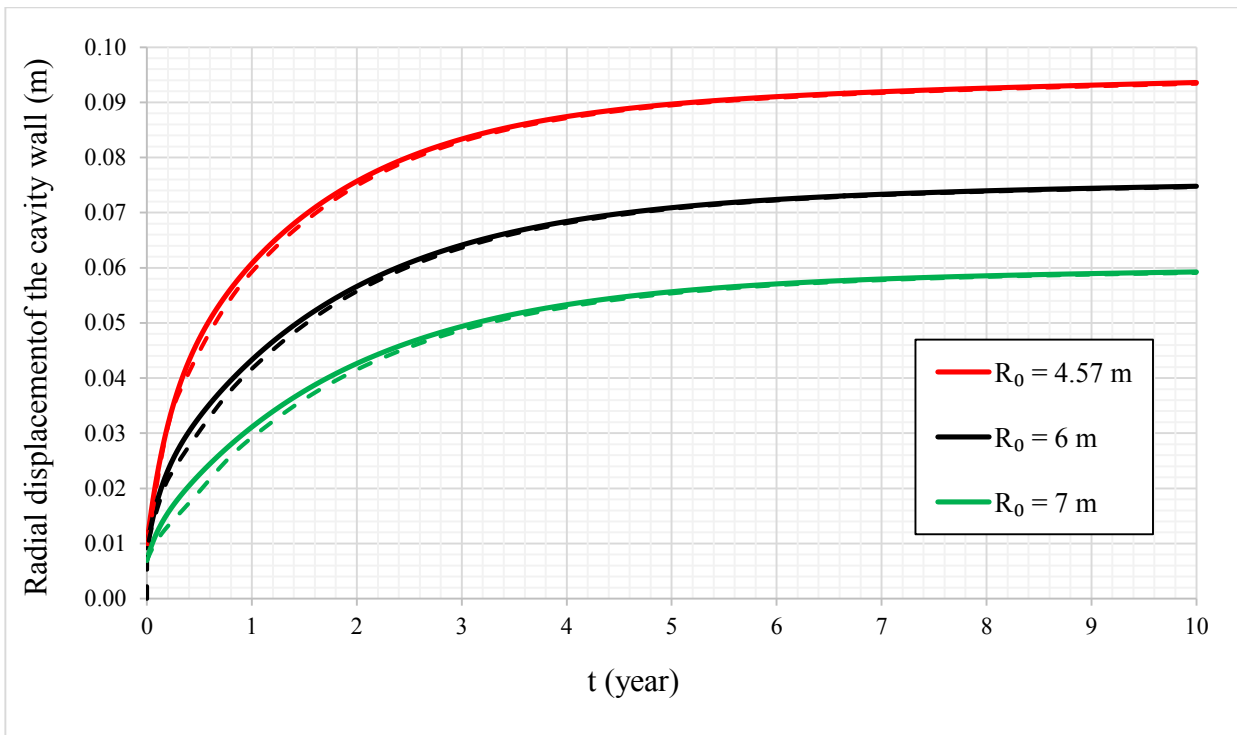
شکل ۵. مقایسه بین نتایج حاصل از روش‌های مختلف

Fig. 5. Comparison of results by different approaches.



شکل ۶. مقایسه بین نتایج حاصل از روش‌های عددی و تحلیلی (خطوط ممتد و بریده بریده به ترتیب بیانگر نتایج حاصل از روش تحلیلی پیشنهادی و روش عددی می‌باشند)

Fig. 6. Comparison of the results of numerical and analytical methods (the continuous and the dashed lines represent the results of the proposed analytical method and numerical method, respectively).



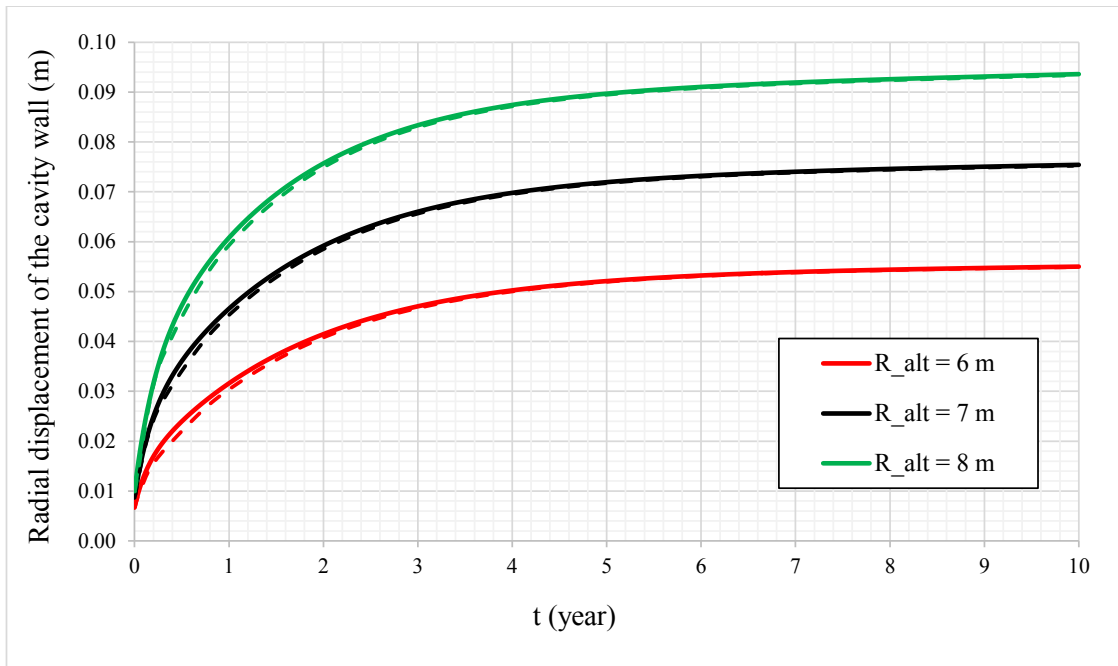
شکل ۷. تأثیر شعاع حفره کروی بر جابه‌جایی دیواره آن (خطوط ممتد و بریده بریده به ترتیب بیانگر نتایج حاصل از روش تحلیلی پیشنهادی و روش عددی می‌باشند)

Fig. 7. The effect of the cavity radius on the displacement of the cavity (continuous and dashed lines represent the results of the proposed analytical method and numerical method, respectively)

در ادامه، با ثابت نگه داشتن شعاع حفره (برابر ۴/۵۷ متر) تأثیر افزایش ضخامت ناحیه آسیب دیده مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور، شعاع این ناحیه برابر ۶، ۷ و ۸ متر در نظر گرفته می‌شود. همان طوری که انتظار می‌رفت، با افزایش ضخامت لایه ضعیف‌تر، جابه‌جایی‌ها نیز افزایش می‌یابند (شکل ۸). به طور مثال، میزان جابه‌جایی دیواره حفره بعد از گذشت ۱۰ سال در حالتی که شعاع این ناحیه ۸ متر است، ۷۰ درصد بیشتر از حالتی است که این شعاع برابر ۶ متر است.

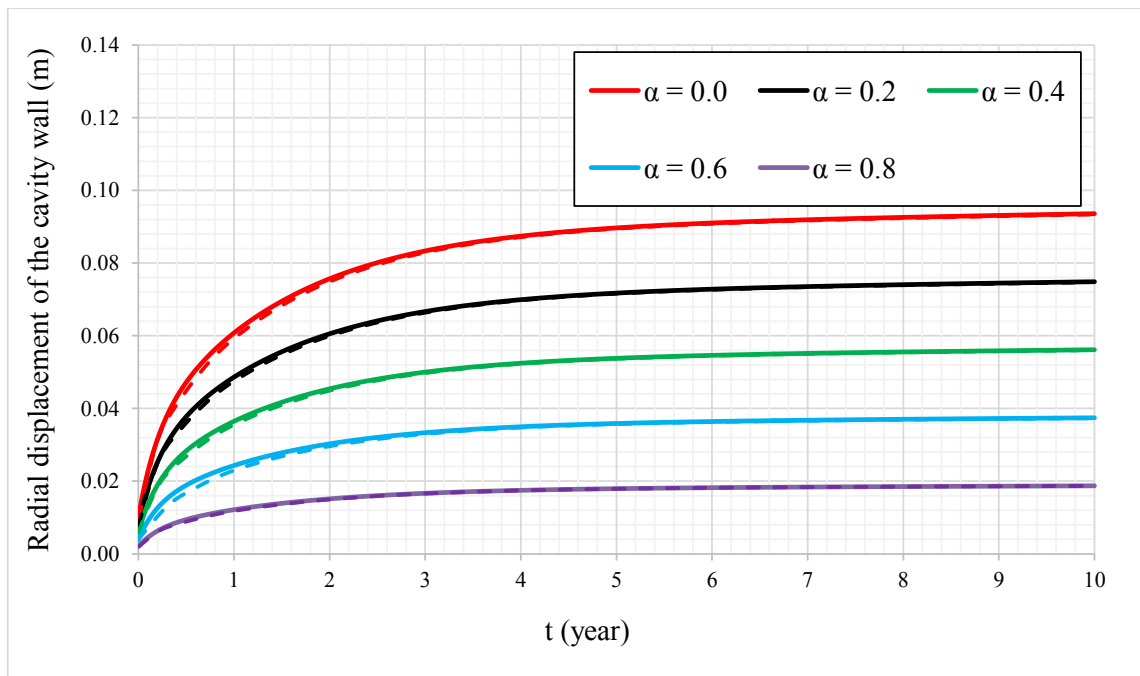
با بررسی رابطه ۱۱- الف (برای حالتی که ناحیه تضعیف شده وجود ندارد) و روابط ۱۵ الی ۲۰ (برای حالتی که ناحیه تضعیف شده وجود دارد)، می‌توان مشاهده کرد که جابه‌جایی دیواره به صورت خطی با افزایش تنش هیدرواستاتیک اولیه (P_0) افزایش پیدا می‌کند. تأثیر تنش شعاعی وارد بر دیواره حفره کروی با تغییر مقدار پارامتر α مورد بررسی قرار گرفته است (شکل ۹). بدیهی است که هر چه مقدار کوچک‌تری به مقدار α اختصاص داده شود، جابه‌جایی

آن برابر ۴/۵۷ متر می‌باشد، میزان جابه‌جایی دیواره بیشتر از حفره‌ای با شعاع ۶ متر و آن نیز بیشتر از حفره‌ای با شعاع ۷ متر است. همان طور که پیش‌تر نیز توضیح داده شد، به دلیل ضخامت ناحیه آسیب دیده بزرگ‌تر (و با خصوصیات ضعیف‌تر) در حفره‌ای با شعاع ۴/۵۷ متر، جابه‌جایی‌ها افزایش پیدا می‌کند. با بررسی دقیق‌تر این شکل می‌توان مشاهده کرد که جابه‌جایی آنی در کره‌ای با شعاع ۴/۵۷ متر، تقریباً ۱/۱ برابر جابه‌جایی در کره‌ای با شعاع ۶ متر می‌باشد که با گذشت زمان، این نسبت افزایش یافته ولی پس از گذشت حدود ۶ ماه (که این ضریب تقریباً برابر ۱/۴۳ می‌شود)، به تدریج این نسبت کاهش یافته و بعد از گذشت ۱۰ سال به مقدار ۱/۲۵ می‌رسد. با مقایسه حفره‌های با شعاع‌های ۶ متر و ۷ متر نیز می‌توان چنین نتیجه‌ای را استنباط کرد. با این حال، نسبت جابه‌جایی آنی و نسبت جابه‌جایی بعد از گذشت ۱۰ سال به ترتیب برابر ۱/۳ و ۱/۲۶ به دست می‌آیند و بیشترین مقدار این نسبت هم برابر ۱/۴۹ می‌باشد که پس از گذشت حدود ۹۰ روز حاصل می‌شود.



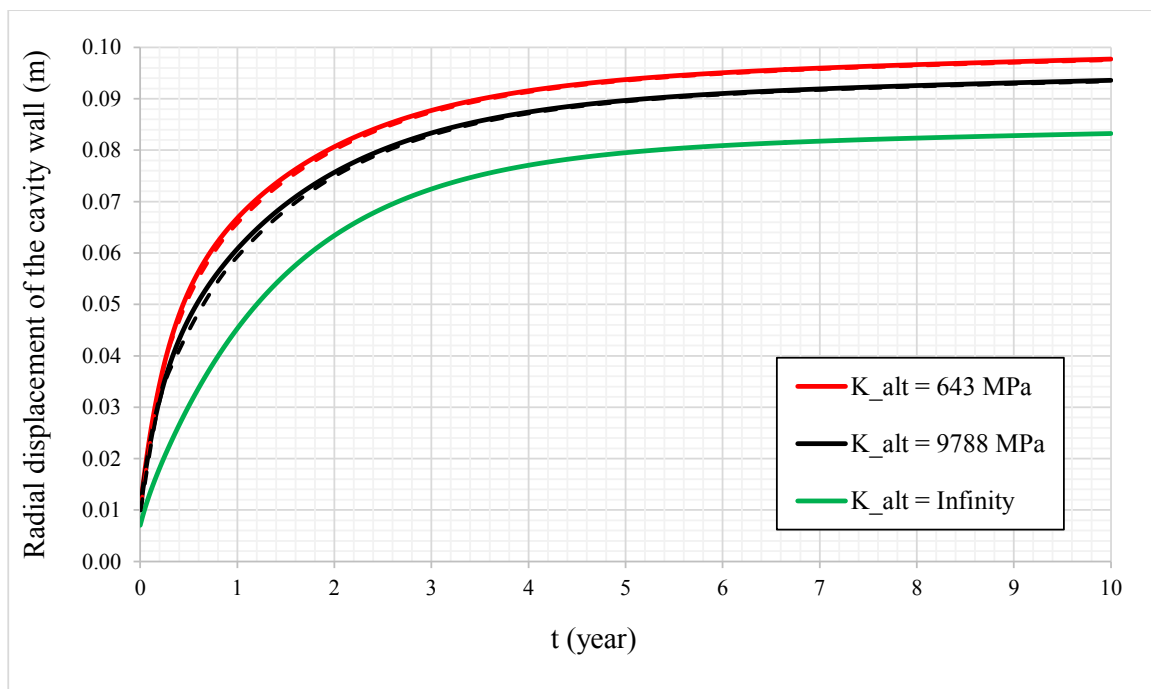
شکل ۸. تأثیر شعاع ناحیه آسیب دیده بر جابه‌جایی دیواره حفره کروی (خطوط ممتد و بریده بریده به ترتیب بیانگر نتایج حاصل از روش تحلیلی پیشنهادی و روش عددی می‌باشند)

Fig. 8. The effect of EDZ radius on the displacement of the cavity (continuous and dashed lines represent the results of the proposed analytical method and numerical method, respectively)



شکل ۹. تأثیر تنش شعاعی وارد بر دیواره حفره کروی بر جابه‌جایی دیواره (با در نظرگیری ناحیه آسیب دیده) (خطوط ممتد و بریده بریده به ترتیب بیانگر نتایج حاصل از روش تحلیلی پیشنهادی و روش عددی می‌باشند)

Fig. 9. The effect of radial stress acting on the inner boundary of the cavity on the displacement of the cavity (considering EDZ) (continuous and dashed lines represent the results of the proposed analytical method and numerical method, respectively)



شکل ۱۰. تأثیر مدول بالک ناحیه آسیب دیده بر جابه‌جایی دیواره حفره کروی (خطوط ممتد و بریده بریده به ترتیب بیانگر نتایج حاصل از روش تحلیلی پیشنهادی و روش عددی می‌باشند)

Fig. 10. The effect of bulk modulus on the displacement of the cavity (continuous and dashed lines represent the results of the proposed analytical method and numerical method, respectively)

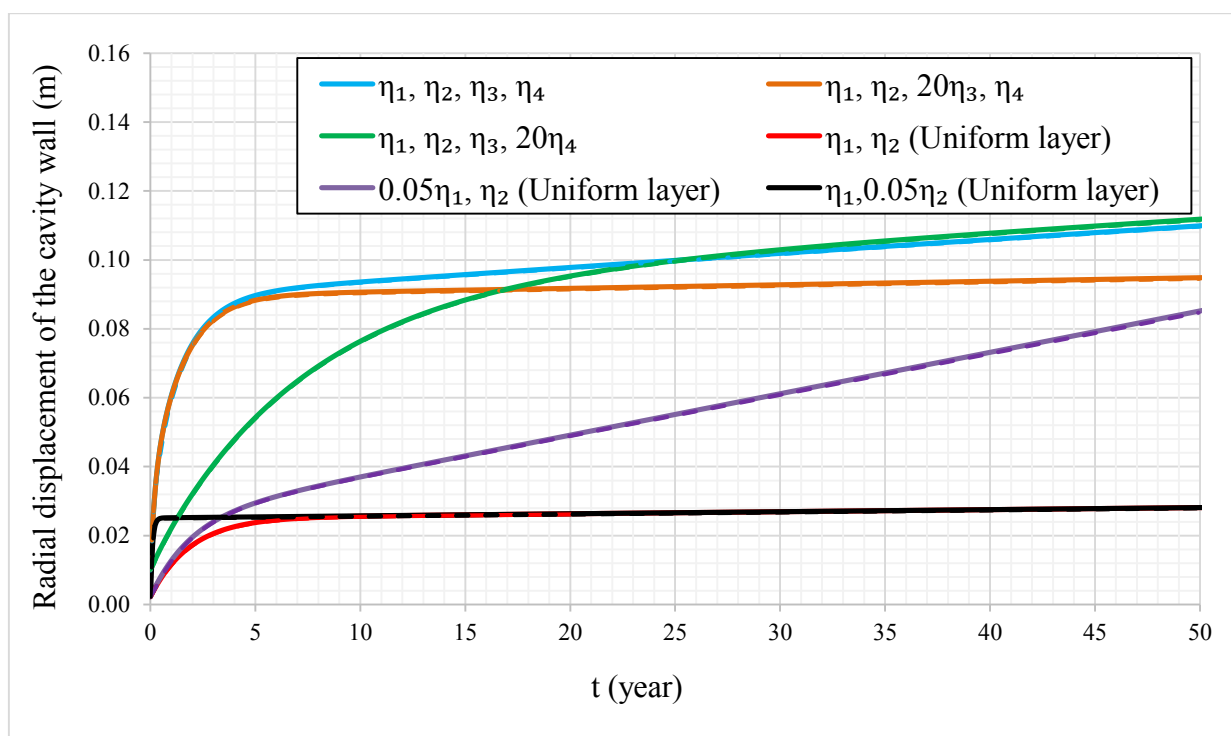
(چه آبی و چه دراز مدت) کاهش پیدا می‌کنند. به طور مثال، با افزایش مقدار این پارامتر از ۶۴۳ مگاپاسکال به بی‌نهایت، تغییر شکل دراز مدت دیواره حدوداً ۱۵ درصد کمتر می‌گردد.

از این پس، η_1 ، η_2 ، η_3 و η_4 به ترتیب بیانگر ویسکوزیته ماکسول و کلون در توده سنگ اولیه و ویسکوزیته ماکسول و کلون در ناحیه تغییر یافته و G_1 ، G_2 ، G_3 و G_4 به ترتیب بیانگر مدول برشی ماکسول و کلون در توده سنگ اولیه و مدول برشی ماکسول و کلون در ناحیه تغییر یافته بوده و مقادیر آن‌ها برابر با مقادیری است که در جدول ۱ آورده شده است.

در شکل ۱۱ تأثیر تغییر ویسکوزیته ماکسول (با تغییر ضریب η_1) نشان داده شده است. همان طور که می‌توان مشاهده کرد، در شرایطی که تنها یک لایه سنگ وجود دارد، با کاهش مقدار این پارامتر، مقدار جابه‌جایی‌های دیواره با گذشت زمان به تدریج افزایش پیدا می‌کند. به عبارت بهتر، تنها خزش ثانویه از مقدار این پارامتر متأثر می‌گردد. به طور مثال، با کاهش مقدار ویسکوزیته ماکسول از مقدار η_1 به $0.05\eta_1$ جابه‌جایی دیواره حفره کروی بعد از ۵۰ سال بیش از ۳ برابر شده و با گذشت بیشتر زمان این نسبت افزایش می‌یابد. در

دیواره افزایش می‌یابد. نکته قابل ذکر این که با بررسی روابط ارائه شده می‌توان نشان داد که نسبت بین جابه‌جایی‌های دیواره برای دو مقدار مختلف α مستقل از زمان می‌باشد. این رابطه برای حالتی که ناحیه آسیب دیده‌ای وجود ندارد به وضوح مشهود است (رجوع به رابطه ۱۱- الف). به عنوان مثال، نسبت جابه‌جایی دیواره در حالتی که α برابر صفر است، ۵ برابر حالتی است که α برابر ۰/۸ باشد.

پارامتر بعدی که مورد بررسی قرار می‌گیرد، مدول بالک است. از آنجایی که مقدار تنش متوسط در حالتی که ناحیه آسیب دیده‌ای وجود ندارد، تغییری نمی‌کند، عملاً مقدار مدول بالک بر نتایج حاصله بی‌تأثیر است. در مقابل، در حالتی که ناحیه آسیب دیده‌ای وجود داشته باشد، در توده سنگ اولیه این پارامتر بی‌تأثیر است. با این حال، همان طوری که روابط ۱۲ الی ۲۰ نیز نشان می‌دهند، مقدار مدول بالک در ناحیه آسیب دیده دارای تأثیر می‌باشد. از این رو، برای این پارامتر، سه مقدار ۶۴۳، ۹۷۸۸ مگاپاسکال و بی‌نهایت (سنگ تراکم ناپذیر) انتخاب گردیده است (به عبارت بهتر، نسبت پواسون برابر ۰/۱۵، ۰/۲۵ و ۰/۵ در نظر گرفته شده است). همان طور که در شکل ۱۰ می‌توان مشاهده کرد، با افزایش مدول بالک، مقدار جابه‌جایی‌ها



شکل ۱۱. تأثیر ویسکوزیته کلوین و ماکسول بر جابه‌جایی دیواره حفره کروی (خطوط ممتد و بریده به ترتیب بیانگر نتایج حاصل از روش تحلیلی پیشنهادی و روش عددی می‌باشند)

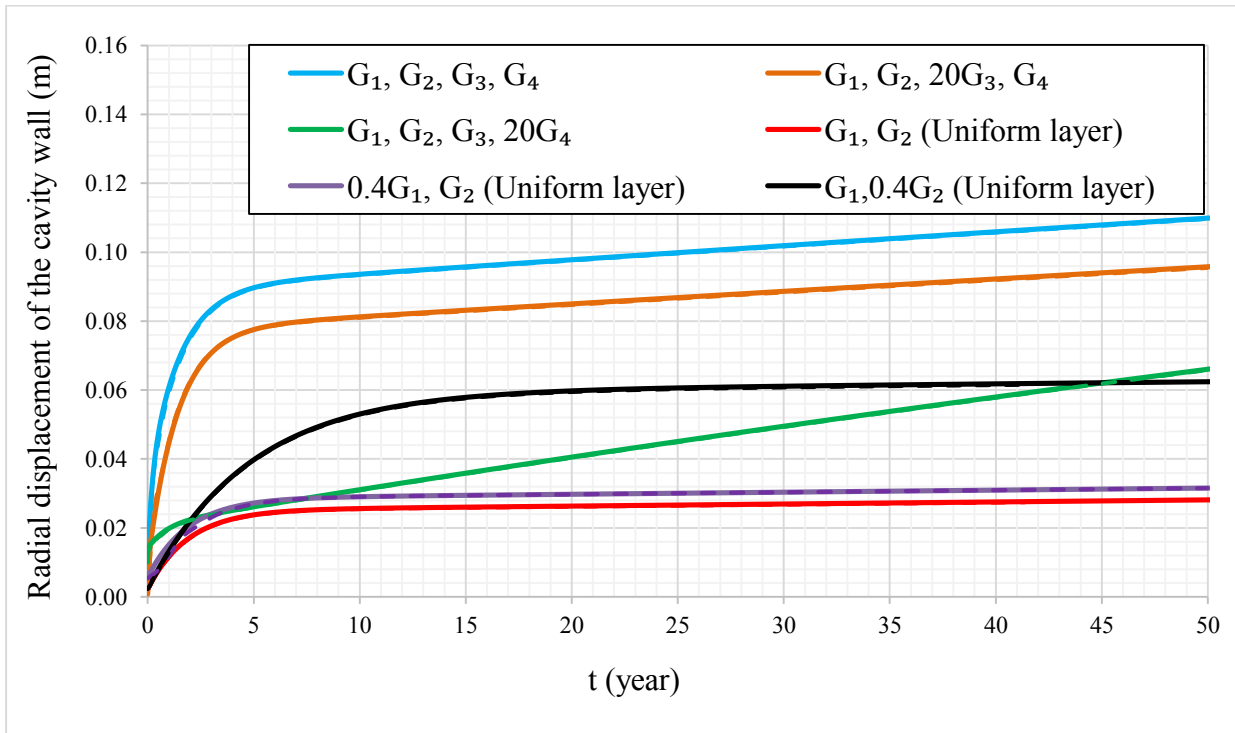
Fig. 11. The effect of Kelvin and Maxwell viscosities on the displacement of the cavity (continuous and dashed lines represent the results of the proposed analytical method and numerical method, respectively)

یافته و توده سنگ اولیه، یک بیستم گردد، جابه‌جایی دیواره حفره کروی بعد از گذشت ۱ سال به ترتیب ۱۱۵ و ۱۷۳ درصد افزایش می‌یابد. بدیهی است، جابه‌جایی‌های فضای زیرزمینی بسیار وابسته به مقدار این پارامتر است. به طور کلی، تأثیر ویسکوزیته ماکسول بسیار بیشتر از ویسکوزیته کلوین است؛ زیرا ویسکوزیته ماکسول بیشتر بر تغییر شکل بلند مدت توده سنگ تأثیر می‌گذارد.

در شکل ۱۲ تأثیر مدول برشی ماکسول توده سنگ اولیه (در حالت توده سنگ یکنواخت) نشان داده شده است. همان طور که می‌توان مشاهده کرد و البته از رابطه ۱۱-الف نیز استنتاج کرد، این پارامتر صرفاً بر جابه‌جایی آنی دیواره تأثیر می‌گذارد (در یک زمان یکسان، اختلاف بین جابه‌جایی‌ها برای دو مقدار مختلف این پارامتر از هم یکسان است). در حالتی که ناحیه آسیب دیده نیز وجود داشته باشد، با وجود تأثیر مدول برشی ناحیه آسیب دیده، این تأثیر چندان

شرایطی که ناحیه آسیب دیده‌ای در اطراف فضای زیرزمینی وجود داشته باشد، با ۲۰ برابر کردن مقدار ویسکوزیته ماکسول (با تغییر ضریب η_3) بعد از گذشت ۵۰ سال، جابه‌جایی حفره کروی حدوداً ۱۴ درصد کمتر می‌شود.

در شکل ۱۱ تأثیر تغییر ویسکوزیته کلوین در توده سنگ اولیه و شکسته شده نشان داده شده است. با کاهش مقدار این پارامتر در حالتی که هیچ ناحیه آسیب دیده‌ای وجود نداشته باشد، صرفاً خزش اولیه متأثر می‌شود و جابه‌جایی نهایی بعد از گذشت ۵۰ سال تقریباً یکسان می‌باشد. همان طور که از رابطه ۱۱-الف نیز می‌توان استنباط کرد، در زمان مشخص (در محدوده خزش اولیه)، با کاهش مقدار این پارامتر، مقدار جابه‌جایی افزایش پیدا می‌کند. چنین شرایطی برای حالتی که ناحیه آسیب دیده در توده سنگ وجود دارد، نیز وجود دارد. به طور مثال، در صورتی که مقدار ویسکوزیته کلوین در ناحیه تغییر



شکل ۱۲. تأثیر مدول برشی کلومین و ماکسول بر جابه‌جایی دیواره حفره کروی (خطوط ممتد و بریده بریده به ترتیب بیانگر نتایج حاصل از روش تحلیلی پیشنهادی و روش عددی می‌باشند)

Fig. 12. The effect of Kelvin and Maxwell shear moduli on the displacement of the cavity (continuous and dashed lines represent the results of the proposed analytical method and numerical method, respectively)

۶- نتیجه‌گیری

در این مطالعه به مدل‌سازی تحلیلی رفتار مچاله شوندگی توده سنگ اطراف یک حفره کروی با در نظرگیری ناحیه آسیب دیده پرداخته شد. ابتدا یک راه‌حل کلی برای تعیین توزیع تنش‌ها و جابه‌جایی‌ها در توده سنگ اطراف حفره کروی ارائه گردید که در اطراف آن، هیچ ناحیه آسیب دیده‌ای ناشی از حفاری وجود ندارد. سپس، راه حل ارائه شده برای حالتی که در توده سنگ، ناحیه آسیب دیده‌ای نیز وجود دارد، تعمیم داده شد. فرض گردید که رفتار توده سنگ اولیه و ناحیه آسیب دیده به صورت ویسکوالاستیک بوده و از مدل برگر تبعیت می‌کنند. در ادامه، مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از روش پیشنهادی و نتایج حاصل از روش‌های تحلیلی و عددی انجام گردید. سپس، مطالعه پارامتریکی انجام شد تا تأثیر پارامترهای

زیاد نیست و در یک زمان مشخص، تقریباً اختلاف مذکور ثابت است. با تغییر مقادیر مدول برشی کلومین از G_2 به $0.4G_2$ می‌توان مشاهده کرد که مقدار تغییر شکل‌های دراز مدت حدود ۱۱۰ درصد افزایش می‌یابد. گفتنی است، می‌توان نشان داد که در ناحیه خزش ثانویه، شیب جابه‌جایی در برابر زمان ثابت می‌باشد. با امتداد این شیب و قطع محور جابه‌جایی‌ها، عرض از مبدأ آن متناسب با مقدار $\frac{1}{G_M^{(ini)}} + \frac{1}{G_K^{(ini)}}$ می‌باشد. آخرین پارامتر مورد بررسی، مدول برشی کلومین توده سنگ شکسته شده می‌باشد. همان طور که می‌توان در این شکل ملاحظه نمود، روندی که در بالا توضیح داده شد برای این مورد هم صادق است ولی شیب قسمت خزش ثانویه متفاوت می‌باشد (جابه‌جایی آنی بدون تأثیر می‌ماند).

۷- فهرست علائم

علائم انگلیسی

مؤلفه‌های کرنش انحرافی	e_{ij}
مدول رهايش برشی	$G(t)$
مدول رهايش حجمی	$K(t)$
تنش شعاعی وارد به مرز داخلی در زمان t , MPa	$p_{in}(t)$
تنش شعاعی وارد به مرز خارجی در زمان t , MPa	$p_{out}(t)$
تنش هیدرواستاتیک اولیه، MPa	P_0
شعاع حفره کروی، m	R_0
شعاع ناحیه آسیب دیده، m	R_{alt}
شعاع داخلی، m	r_{in}
شعاع خارجی، m	r_{out}
آرگومان مختلط	s
مؤلفه‌های تنش انحرافی، MPa	s_{ij}
جابه‌جایی شعاعی، m	u_r

علائم یونانی

ضریبی از تنش اولیه	α
دلتای کرونگر	δ_{ij}
تابع دلتا	$\delta(t)$
کرنش شعاعی	ϵ_r
کرنش مماسی	ϵ_θ
کرنش متوسط	ϵ_m
مؤلفه‌های کرنش	ϵ_{ij}
ویسکوزیته، MPa. year	η
تنش شعاعی در دیواره کره، MPa	$\sigma_{r(R_0)}$
تنش شعاعی در شعاع ناحیه آسیب دیده، MPa	$\sigma_{r(R_{alt})}$
تنش شعاعی در فاصله r و زمان t , MPa	$\sigma_r(r, t)$
تنش مماسی در فاصله r و زمان t , MPa	$\sigma_\theta(r, t)$
تنش متوسط، MPa	σ_m
مؤلفه‌های تنش کل، MPa	σ_{ij}
لاپلاس معکوس	$\mathcal{L}^{-1}[\cdot]$

زیرنویس

ناحیه آسیب دیده	alt
توده سنگ اولیه	ini
کلوین	K
ماکسول	M

مختلف بررسی گردد. اهم نتایج به شرح زیر است:

- شعاع حفره کروی و تنش هیدرواستاتیک اولیه تأثیر مستقیمی بر جابه‌جایی دیواره فضای زیرزمینی دارند؛
- با و بدون وجود ناحیه آسیب دیده، در صورتی که سایر پارامترها ثابت باشند، نسبت بین جابه‌جایی‌های دیواره برای دو مقدار مختلف تنش شعاعی وارد بر دیواره کره، مستقل از زمان طی شده از حفاری فضای زیرزمینی می‌باشد؛
- با افزایش شعاع حفره کروی از $4/57$ متر به 6 متر (در حالتی که شعاع ناحیه آسیب دیده برابر 8 متر می‌باشد)، جابه‌جایی آنی دیواره و جابه‌جایی آن بعد از مدت 10 سال به ترتیب 8% و 20% کاهش پیدا می‌کند که بسته به مقدار پارامترهای دیگر نظیر خصوصیات توده سنگ این مقدار می‌تواند متفاوت باشد. این در حالی است که اگر شعاع حفره برابر $4/57$ متر در نظر گرفته شود، با افزایش شعاع ناحیه آسیب دیده از 6 متر به 8 متر (افزایش 33% درصدی)، جابه‌جایی‌های فوق به ترتیب 48% و 70% افزایش پیدا می‌کنند؛
- در شرایطی که تنها یک لایه سنگ وجود دارد، با کاهش مقدار ویسکوزیته ماکسول از مقدار اولیه آن به $0/05$ این مقدار، جابه‌جایی دیواره حفره کروی بعد از 50 سال بیش از 3 برابر شده و با گذشت زمان این نسبت افزایش می‌یابد. در حالتی که ناحیه آسیب دیده‌ای در اطراف حفره کروی به وجود آید، در صورتی که مقدار ویسکوزیته ماکسول این ناحیه 20 برابر گردد، بعد از گذشت 50 سال، جابه‌جایی حفره کروی حدود 14 درصد کمتر می‌شود؛
- تغییر ویسکوزیته کلوین در ناحیه تغییر یافته و توده سنگ اولیه صرفاً بر روی خزش اولیه تأثیر می‌گذارد. به طور مثال، در صورتی که مقدار ویسکوزیته کلوین در ناحیه تغییر یافته و توده سنگ اولیه، یک بیستم گردد، جابه‌جایی دیواره حفره کروی بعد از گذشت 1 سال به ترتیب 115 و 173 درصد افزایش می‌یابد؛
- کاهش 60 درصدی مدول برشی کلوین در توده سنگ اولیه منجر به افزایش تغییر شکل‌های دراز مدت تا 110% می‌گردد؛
- به طور کلی، تأثیر ویسکوزیته‌های ماکسول و کلوین و مدول برشی کلوین در میزان جابه‌جایی دیواره نسبت به مدول بالک ناحیه آسیب دیده و مدول برشی ماکسول بسیار بیشتر است.

- stresses and deformations of deep tunnels in an elastic-brittle-plastic rock mass considering the damaged zone, *Tunnelling and Underground Space Technology*, 58 (2016) 186-196.
- [10] J. Zuo, J. Shen, The Blast Damage Factor D, in: J. Zuo, J. Shen (Eds.) *The Hoek-Brown Failure criterion—From theory to application*, Springer Singapore, Singapore, 2020, pp. 105-115.
- [11] E. Hoek, C. Carranza-Torres, B. Corkum, Hoek-Brown failure criterion-2002 edition, *Proceedings of NARMS-Tac*, 1 (2002) 267-273.
- [12] E. Hoek, P. Marinos, Predicting tunnel squeezing problems in weak heterogeneous rock masses, *Tunnels and tunnelling international*, 32(11) (2000) 45-51.
- [13] R. Osgoui, E. Unal, Characterization of Weak Rock Masses Using GSI-Index and the Estimation of Support-Pressure, in: *Alaska Rocks 2005, The 40th U.S. Symposium on Rock Mechanics (USRMS)*, 2005.
- [14] R.R. Osgoui, E. Ünal, An empirical method for design of grouted bolts in rock tunnels based on the Geological Strength Index (GSI), *Engineering Geology*, 107(3) (2009) 154-166.
- [15] M. Giordanella, M. Ranjbarnia, P. Oreste, M. Zaheri, Study of the systematic fully grouted rock bolts performance in tunnels considering installation condition of bolt head, *Geomechanics and Geoengineering*, (2021) 1-17.
- [16] M. Ranjbarnia, M. Zaheri, D. Dias, Three-dimensional finite difference analysis of shallow sprayed concrete tunnels crossing a reverse fault or a normal fault: A parametric study, *Frontiers of Structural and Civil Engineering*, 14(4) (2020) 998-1011.
- [17] M. Zaheri, M. Ranjbarnia, A New Procedure for Calculation of Ground Response Curve of a Circular Tunnel Considering the Influence of Young's Modulus Variation and the Plastic Weight Loading, *Geotechnical and Geological Engineering*, 39(2) (2021) 1079-1099.
- [18] M. Zaheri, M. Ranjbarnia, D. Dias, 3D numerical investigation of segmental tunnels performance crossing a dip-slip fault, *Geomechanics and Engineering*, 23(4) (2021) 1034-1044.
- [1] H.N. Wang, G.H. Nie, Analytical expressions for stress and displacement fields in viscoelastic axisymmetric plane problem involving time-dependent boundary regions, *Acta Mechanica*, 210(3) (2010) 315-330.
- [2] A. Fahimifar, F.M. Tehrani, A. Hedayat, A. Vakilzadeh, Analytical solution for the excavation of circular tunnels in a visco-elastic Burger's material under hydrostatic stress field, *Tunnelling and Underground Space Technology*, 25(4) (2010) 297-304.
- [3] P. Nomikos, R. Rahmancejad, A. Sofianos, Supported Axisymmetric Tunnels Within Linear Viscoelastic Burgers Rocks, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 44(5) (2011) 553-564.
- [4] Z. Chu, Z. Wu, B. Liu, Q. Liu, Coupled analytical solutions for deep-buried circular lined tunnels considering tunnel face advancement and soft rock rheology effects, *Tunnelling and Underground Space Technology*, 94 (2019) 103111.
- [5] Z. Chu, Z. Wu, Q. Liu, B. Liu, Analytical Solutions for Deep-Buried Lined Tunnels Considering Longitudinal Discontinuous Excavation in Rheological Rock Mass, *Journal of Engineering Mechanics*, 146(6) (2020) 04020047.
- [6] M.R. Zareifard, A. Fahimifar, Rock-lining interaction calculations for tunnels excavated in Hoek-Brown rock mass considering excavation damaged zone, *Amirkabir Journal of Civil Engineering*, 51(5) (2019) 865-884, [in Persian].
- [7] M. Zaheri, M. Ranjbarnia, Ground reaction curve of a circular tunnel considering the effects of the altered zone and the self-weight of the plastic zones, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, (2021) 1-24.
- [8] M.R. Zareifard, A new semi-numerical method for elastoplastic analysis of a circular tunnel excavated in a Hoek-Brown strain-softening rock mass considering the blast-induced damaged zone, *Computers and Geotechnics*, 122 (2020) 103476.
- [9] M.R. Zareifard, A. Fahimifar, Analytical solutions for the

- simulations of tunnelling in soft soils, *Environmental Earth Sciences*, 76(3) (2017) 102.
- [28] N.A. Do, D. Dias, P. Oreste, Numerical investigation of segmental tunnel linings-comparison between the hyperstatic reaction method and a 3D numerical model, *Geomechanics and Engineering*, 14(3) (2018) 293-299.
- [29] N.A. Do, D. Dias, P. Oreste, I. Djeran-Maigre, 2D numerical investigations of twin tunnel interaction, *Geomech. Eng., Int. J.*, 6(3) (2014) 263-275.
- [30] N.A. Do, D. Dias, P. Oreste, I. Djeran-Maigre, The behaviour of the segmental tunnel lining studied by the hyperstatic reaction method, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 18(4) (2014) 489-510.
- [31] N.-A. Do, D. Dias, P. Oreste, 3D numerical investigation on the interaction between mechanized twin tunnels in soft ground, *Environmental Earth Sciences*, 73(5) (2015) 2101-2113.
- [32] N.-A. Do, D. Dias, P. Oreste, I. Djeran-Maigre, 2D numerical investigation of segmental tunnel lining behavior, *Tunnelling and Underground Space Technology*, 37 (2013) 115-127.
- [33] N.-A. Do, D. Dias, P. Oreste, I. Djeran-Maigre, 2D tunnel numerical investigation: the influence of the simplified excavation method on tunnel behaviour, *Geotechnical and Geological Engineering*, 32(1) (2014) 43-58.
- [34] N.-A. Do, D. Dias, P. Oreste, I. Djeran-Maigre, Three-dimensional numerical simulation for mechanized tunnelling in soft ground: the influence of the joint pattern, *Acta Geotechnica*, 9(4) (2014) 673-694.
- [35] N.-A. Do, D. Dias, P. Oreste, I. Djeran-Maigre, Three-dimensional numerical simulation of a mechanized twin tunnels in soft ground, *Tunnelling and Underground Space Technology*, 42 (2014) 40-51.
- [36] A.R. Kargar, An analytical solution for circular tunnels excavated in rock masses exhibiting viscous elastic-plastic behavior, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 124 (2019) 104128.
- [37] M. Zaheri, M. Ranjbarnia, M. Goudarzy, Analytical (2020) 351-364.
- [19] M. Zaheri, M. Ranjbarnia, D. Dias, P. Oreste, Performance of segmental and shotcrete linings in shallow tunnels crossing a transverse strike-slip faulting, *Transportation Geotechnics*, 23 (2020) 100333.
- [20] M. Zaheri, M. Ranjbarnia, P. Oreste, Performance of systematic fully grouted rockbolts and shotcreted layer in circular tunnel under the hydrostatic conditions using 3D finite difference approach, *Geomechanics and Geoengineering*, 16(3) (2021) 198-211.
- [21] C. Carranza-Torres, C. Fairhurst, The elasto-plastic response of underground excavations in rock masses that satisfy the Hoek–Brown failure criterion, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 36(6) (1999) 777-809.
- [22] C. Carranza-Torres, C. Fairhurst, On the stability of tunnels under gravity loading, with post-peak softening of the ground, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 34(3) (1997) 75.e71-75.e18.
- [23] L. Alejano, E. Alonso, A. Rodriguez-Dono, G. Fernandez-Manin, Application of the convergence-confinement method to tunnels in rock masses exhibiting Hoek–Brown strain-softening behaviour, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1(47) (2010) 150-160.
- [24] L.R. Alejano, A. Rodriguez-Dono, E. Alonso, G. Fdez.-Manin, Ground reaction curves for tunnels excavated in different quality rock masses showing several types of post-failure behaviour, *Tunnelling and Underground Space Technology*, 24(6) (2009) 689-705.
- [25] E. Alonso, L.R. Alejano, F. Varas, G. Fdez-Manin, C. Carranza-Torres, Ground response curves for rock masses exhibiting strain-softening behaviour, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 27(13) (2003) 1153-1185.
- [26] E.T. Brown, J.W. Bray, B. Ladanyi, E. Hoek, Ground Response Curves for Rock Tunnels, *Journal of Geotechnical Engineering*, 109(1) (1983) 15-39.
- [27] N.A. Do, D. Dias, A comparison of 2D and 3D numerical

- circular opening in elastic-strain softening rock mass, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 71 (2014) 151-159.
- [43] K.H. Park, Large strain similarity solution for a spherical or circular opening excavated in elastic-perfectly plastic media, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 39(7) (2015) 724-737.
- [44] P. Oreste, Face stabilization of deep tunnels using longitudinal fibreglass dowels, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 58 (2013) 127-140.
- [45] S. Ottosen, Behaviour of viscoelastic-viscoplastic spheres and cylinders—Partly plastic vessel walls, *International Journal of Solids and Structures*, 21(6) (1985) 573-595.
- [46] A.D. Polyanin, A.V. Manzhirov, *Handbook of integral equations*, 2nd Edition ed., Chapman and Hall/CRC, New York, 2008.
- and Numerical Simulations to Predict the Long-Term Behavior of Lined Tunnels Considering Excavation-Induced Damaged Zone, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, (2022).
- [38] S. Keawsawasvong, B. Ukritchon, Undrained stability of a spherical cavity in cohesive soils using finite element limit analysis, *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 11(6) (2019) 1274-1285.
- [39] H.-S. Yu, *Cavity expansion methods in geomechanics*, Springer Science & Business Media, Springer Netherlands, 2000.
- [40] J. Zhao, G. Wang, Unloading and reverse yielding of a finite cavity in a bounded cohesive-frictional medium, *Computers and Geotechnics*, 37(1) (2010) 239-245.
- [41] F. Huang, X.L. Yang, T.H. Ling, Prediction of Collapsing Region Above Deep Spherical Cavity Roof Under Axis-Symmetrical Conditions, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 47(4) (2014) 1511-1516.
- [42] K.H. Park, Similarity solution for a spherical or

پیوست الف: تعیین توزیع تنش‌ها و کرنش‌ها در اطراف یک حفره کروی

در این پیوست، جزئیات تعیین توزیع تنش‌ها و کرنش‌ها در اطراف یک حفره کروی آورده شده است. با استفاده از معادله تعادل و رابطه بین جابه‌جایی‌ها، کرنش‌ها و تنش‌ها می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial^2 \overline{u_r(r,t)}}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \overline{u_r(r,t)}}{\partial r} - \frac{2\overline{u_r(r,t)}}{r^2} = 0 \quad (\text{الف-۱})$$

$\overline{u_r(r,t)}$ بیانگر لاپلاس $u_r(r,t)$ می‌باشد.

به سهولت می‌توان نشان داد که جواب این معادله دیفرانسیل برابر است با:

$$\overline{u_r(r,t)} = \frac{A(s)}{r^2} + rB(s) \quad (\text{الف-۲})$$

با لاپلاس‌گیری از روابط ۴-الف و ۴-ب و سپس جایگذاری رابطه الف-۱ در روابط به دست آمده و در نهایت لاپلاس معکوس گرفتن، روابط زیر حاصل می‌شوند:

$$\sigma_r(r,t) = 3D(t) - \frac{4}{r^3} C(t), \quad \sigma_\theta(r,t) = 3D(t) + \frac{2}{r^3} C(t) \quad (\text{الف-۳})$$

که در این روابط

$$C(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[A(s) \cdot s \cdot \overline{G(t)} \right], \quad D(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[B(s) \cdot s \cdot \overline{K(t)} \right] \quad (\text{الف-۴})$$

می‌باشد ($\mathcal{L}^{-1}[\dots]$) بیانگر لاپلاس معکوس و S آرگومان مختلط است). در صورتی که شرایط مرزی به گونه‌ای باشد که تنش‌های شعاعی در مرزهای داخلی (r_{in}) و خارجی (r_{out}) به ترتیب برابر $p_{in}(t)$ و $p_{out}(t)$ باشند، مقادیر $C(t)$ و $D(t)$ را می‌توان تعیین کرد. در نهایت، توزیع تنش‌های شعاعی و مماسی برابر خواهد بود با:

$$\sigma_r(r, t) = \frac{1}{1-c_v} \left[p_{out}(t) \left(1 - \left(\frac{r_{in}}{r} \right)^3 \right) - p_{in}(t) \left(c_v - \left(\frac{r_{in}}{r} \right)^3 \right) \right] \quad \text{الف-۵}$$

الف)

$$\sigma_\theta(r, t) = \frac{1}{1-c_v} \left[p_{out}(t) \left(1 + 0.5 \left(\frac{r_{in}}{r} \right)^3 \right) - p_{in}(t) \left(c_v + 0.5 \left(\frac{r_{in}}{r} \right)^3 \right) \right] \quad \text{الف-۵-ب}$$

که در آن $c_v = \frac{r_{in}^3}{r_{out}^3}$ بوده و مقادیر $A(s)$ و $B(s)$ برابر می‌گردند با:

$$A(s) = \frac{1}{s.G(t)} \times \frac{r_{in}^3}{4(1-c_v)} \times \mathcal{L}[p_{out}(t) - p_{in}(t)] \quad \text{الف-۶}$$

الف)

$$B(s) = \frac{1}{3(1-c_v)} \times \frac{1}{s.K(t)} \mathcal{L}[p_{out}(t) - p_{in}(t)c_v] \quad \text{الف-۶-ب}$$

با فرض این که $H(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s.G(t)}\right)$ و $I(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s.K(t)}\right)$ باشد، برای مدل برگر این پارامترها برابر خواهند بود با:

$$H(t) = \frac{\delta(t)}{G_M} + \frac{1}{\eta_M} + \frac{1}{\eta_K} e^{-\frac{G_K t}{\eta_K}} \quad \text{الف-۷}$$

الف)

$$I(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s.K(t)}\right) = \frac{\delta(t)}{K} \quad \text{الف-۷-ب}$$

که $\delta(t)$ بیانگر تابع دلتا می‌باشد. در نهایت، توزیع جابه‌جایی برابر خواهد بود با:

$$u_r(r, t) = \frac{r_{in}^3 \int_0^t (p_{out}(\tau) - p_{in}(\tau)) H(t-\tau) d\tau}{4r^2(1-c_v)} + \frac{r(p_{out}(t) - p_{in}(t)c_v)}{3K(1-c_v)} \quad \text{الف-۸}$$

پیوست ب: حل معادله انتگرالی

برای تعیین مقدار تنش در مرز توده سنگ اولیه و توده سنگ آسیب دیده بایستی معادله انتگرالی زیر حل گردد:

$$\sigma_{r(R_{alt})}(t) + \int_0^t \left(\left[\frac{F_2}{F_1} + \frac{F_2 c_{v(alt)}}{\eta_{K(alt)}(1-c_{v(alt)})} e^{-\frac{t-\tau}{T_{K(alt)}}} \right] + \frac{F_2}{\eta_{K(ini)}} e^{-\frac{t-\tau}{T_{K(ini)}}} \right) \sigma_{r(R_{alt})}(\tau) d\tau = \quad \text{ب-}$$

$$P_0 F_2 \left(\frac{1}{G_{M(i)}} + \frac{t}{\eta_{M(i)}} + \frac{1}{G_{K(i)}} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_{K(i)}}} \right) + \frac{\alpha c_{v(alt)}}{1 - c_{v(alt)}} \left[\frac{1}{G_{M(alt)}} + \frac{t}{\eta_{M(alt)}} + \frac{1 - e^{-\frac{t}{T_{K(alt)}}}}{G_{K(alt)}} \right] + N_1 \right) \quad (۱)$$

رابطه فوق بسیار شبیه به معادله انتگرالی ولترا نوع دوم^۱ می‌باشد (رابطه ب-۲) [۴۶].

$$y(t) + \int_0^t \left(A e^{B(t-\tau)} + C e^{D(t-\tau)} + E e^{F(t-\tau)} \right) y(\tau) d\tau = f(t) \quad (۲-ب)$$

که در آن

$$A = \frac{F_2}{F_1}, \quad B = 0, \quad C = \frac{F_2 c_{v(alt)}}{\eta_{K(alt)} (1 - c_{v(alt)})}, \quad D = -\frac{1}{T_{K(alt)}}, \quad E = \frac{F_2}{\eta_{K(i)}}, \quad F = -\frac{1}{T_{K(i)}} \quad (۳-ب)$$

همچنین $y(t) = \sigma_{r(R_{alt})}$ و $f(t)$ برابر جملات سمت راست معادله ب-۱ می‌باشد. جواب معادله انتگرالی (رابطه ب-۲) برابر است با:

$$y(t) = f(t) + \int_0^t \left(B_1 e^{z_1(t-\tau)} + B_2 e^{z_2(t-\tau)} + B_3 e^{z_3(t-\tau)} \right) f(\tau) d\tau \quad (۴-ب)$$

که z_1 ، z_2 و z_3 جواب‌های معادله درجه ۳ زیر می‌باشند. مقادیر B_1 ، B_2 و B_3 نیز از حل سه معادله سه مجهولی (رابطه ب-۶) حاصل می‌شوند.

$$z^3 + z^2 (A + C - D + E - F) + z (-AF - AD - CF - ED + FD) + ADF = 0 \quad (۵-ب)$$

$$\begin{cases} \frac{B_1}{-z_1} + \frac{B_2}{-z_2} + \frac{B_3}{-z_3} + 1 = 0 \\ \frac{B_1}{D - z_1} + \frac{B_2}{D - z_2} + \frac{B_3}{D - z_3} + 1 = 0 \\ \frac{B_1}{F - z_1} + \frac{B_2}{F - z_2} + \frac{B_3}{F - z_3} + 1 = 0 \end{cases} \quad (۶-ب)$$

در نهایت، مقدار تنش در مرز توده سنگ اولیه و توده سنگ آسیب دیده برابر خواهد بود با:

$$\sigma_{r(R_{alt})}(t) = P_0 F_2 \left[\sum_{i=1}^3 B_i \left(\frac{P_{2(i)}}{z_i} (e^{z_i t} - 1) + \frac{t P_{3(i)}}{\eta_{M(i)}} + P_{1(i)} \left(e^{-\frac{t}{T_{K(i)}}} - e^{z_i t} \right) + \frac{1}{3B_i} \left(\frac{1}{G_{M(i)}} + \frac{1}{G_{K(i)}} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_{K(i)}}} \right) \right) \right) + \frac{\alpha c_{v(alt)}}{1 - c_{v(alt)}} \left(\frac{P_{9(i)}}{z_i} (e^{z_i t} - 1) + \frac{t P_{3(i)}}{\eta_{M(alt)}} + \frac{e^{-\frac{t}{T_{K(alt)}}} - e^{z_i t}}{G_{K(alt)} P_{4(i)}} + \frac{1}{3B_i} \left(\frac{1}{G_{M(alt)}} + \frac{1 - e^{-\frac{t}{T_{K(alt)}}}}{G_{K(alt)}} \right) \right) + N_1 \left(\frac{e^{z_i t} - 1}{z_i} + \frac{1}{3B_i} \right) \right] \quad (۷-ب)$$

¹ Volterra integral equation of the second kind

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. Zaheri, M. Ranjbarnia, *Theoretical and numerical analyses of squeezing rock mass around a spherical opening considering the existence of a damaged zone*, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 54(11) (2023) 4215-4238.

DOI: 10.22060/mej.2019.15465.6128



