



## مطالعه عددی و آزمایشگاهی گسیختگی بتن تقویت شده با ورق CFRP تحت بارگذاری کششی و برشی

رضا رهبری<sup>۱</sup>، محمود نادری<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)

<sup>۲</sup> دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۰۶/۲۷

بازنگری: ۱۳۹۹/۰۹/۱۰

پذیرش: ۱۳۹۹/۱۰/۱۹

ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۱۰/۲۹

### كلمات کلیدی:

بتن تقویت شده با CFRP

میان مقیاس

ناحیه چسبنده، کشش از سطح

پیچش

**خلاصه:** در این مقاله مقاومت چسبندگی و نحوه گسیختگی بتن تقویت شده با ورق CFRP تحت تنشی‌های کششی و برشی با استفاده از روش المان محدود غیرخطی و روش آزمایشگاهی بررسی می‌گردد. با توجه به اینکه در بررسی رفتار مکانیکی بتن تقویت شده با ورق CFRP فرض همگن بودن بتن منجر به نتایج غیرواقعی می‌شود، لذا در مقاله حاضر از مدل میان مقیاس برای مدل‌سازی بتن استفاده شده است. در مدل میان مقیاس بتن به عنوان یک ماده غیرهمگن سه‌فازه مشتمل بر سه فاز سنتگانه، ملات و ناحیه انتقال (ITZ) در نظر گرفته می‌شود. در مدل عددی برای شبیه‌سازی چسب در ناحیه اتصال ورق CFRP به بتن از مدل ناحیه چسبنده (CZM) موجود در نرم‌افزار آباکوس استفاده شده و نتایج بدست آمده از روش المان محدود با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. آزمایش‌های انجام شده شامل آزمایش "کشش از سطح" و "پیچش" می‌باشد. نتایج ارائه شده نشان می‌دهد مقاومت چسبندگی کششی و برشی در مدل المان محدود به ترتیب ۱۸٪ و ۱۳٪ بیشتر از نتایج مربوط به آزمایش "کشش از سطح" و "پیچش" بدست آمده است. همچنین مقاومت چسبندگی کششی حاصل از مدل عددی و آزمایشگاهی به ترتیب ۳۴٪ و ۳۳٪ کمتر از مقاومت چسبندگی برشی بدست آمده است. مطابق نتایج بدست آمده، جداشده‌گی در نمونه بتنی تقویت شده با ورق CFRP از بتن بستر بوده است. نتایج حاکی از آن است که ریزترک‌ها و به دنبال آن گسیختگی در فازهای ملات و ITZ بتن به دلیل تخلخل بالا و مقاومت کمتر نسبت به فاز سنتگانه، به راحتی گسترش می‌یابد.

### ۱- مقدمه

مسلح شده با الیاف (FRP) است که برای مقاومت‌سازی سازه‌های بتنی، فولادی و بنایی و حتی چوبی بکار برده می‌شود [۱]. مواد مرکب تقویت شده با الیاف امروزه به طور گسترده در کاربردهای مهندسی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در بررسی رفتار مواد مرکب لایه‌ای چندین مکانیزم شکست مختلف دیده می‌شود که ترک خوردگی عرضی و در نتیجه آن جداشده‌گی یکی از متداول‌ترین مکانیزم‌های شکست است [۲].

مطابق با نتایج تحقیقات، اغلب جداشده‌گی FRP از بتن چند میلی‌متر پایین‌تر از محل اتصال آن‌ها و در بتن بستر رخ می‌دهد، بنابراین خصوصیات ناهمگن بتن در لایه زیرین بر مکانیزم گسیختگی و جداشده‌گی بسیار تأثیرگذار است [۳]. بر اساس مطالعات ویتمان

در سال‌های اخیر مقاومت‌سازی سازه‌های موجود به دلایل مختلف از قبیل فرسودگی سازه‌ها و افزایش خطاهای طراحی و اجرایی، بطور فرایندهای مهم شده است. علاوه بر این بسیاری از سازه‌های موجود، به علت افزایش بارهای وارد، نیاز به مقاومت‌سازی دارند [۴]. از نقطه نظر محیط زیستی و اقتصادی نیز ترمیم، تعمیر، تقویت و مقاومت سازی سازه‌های موجود بر تخریب سازه‌ها ارجحیت دارد. علاوه بر این سرعت مقاوم سازی بیش از نوسازی بوده که باعث خارج شدن سازه از سرویس دهی برای طولانی مدت است [۵]. از جمله پیشرفت‌های اخیر در صنعت مقاوم سازی، استفاده از ورق‌های تقویت کننده پلیمری \* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: profmahmoodnaderi@eng.ikiu.ac.ir



## ۲- نوآوری و ضرورت انجام تحقیق

با مرور منابع ذکر شده در بخش قبل می‌توان پی برد که در اکثر مطالعات مربوط به بررسی رفتار بتن تقویت شده با ورق CFRP به منظور ساده سازی، بتن به صورت ماده همگن در نظر گرفته شده است. در حالی که رفتار مکانیکی بتن به شدت متأثر از ویژگی‌های اجزای تشکیل دهنده آن است و در ارزیابی رفتار بتن تقویت شده با ورق CFRP فرض همگن بودن بتن منجر به نتایج غیرواقعی می‌شود. بنابراین برای بررسی دقیق‌تر رفتار بتن و نحوه تأثیرپذیری آن از ریزساختارهای تشکیل دهنده، ضروری است ناهمگنی ساختار داخلی آن به شکل مناسب در نظر گرفته شود. لذا در مقاله حاضر از مقیاس مزو برای مدل‌سازی بتن استفاده شده است. بدین منظور ابتدا به مدل‌سازی سه بعدی بتن در مقیاس مزو پرداخته شده و سپس با استفاده از روش المان محدود غیر خطی و مدل ناحیه چسبنده (CZM) موجود در نرم‌افزار آباکوس نحوه گسیختگی و جداشدگی بتن تقویت شده با ورق CFRP تحت بارهای اشاره شده مورد بررسی قرار می‌گیرد. در نهایت نتایج بدست آمده از روش المان محدود با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. روش‌های آزمایشگاهی مورد استفاده در این تحقیق شامل آزمایش "کشش از سطح" و "پیچش" می‌باشد که به ترتیب برای تعیین مقاومت چسبنده‌گی کنشی و برشی بکار برده می‌شوند.

## ۳- برنامه آزمایشگاهی

### ۱- مصالح بکار گرفته شده

در این تحقیق، مقاومت چسبنده‌گی و نحوه گسیختگی نمونه‌های بتنی مقاوم شده با ورق CFRP مورد ارزیابی قرار گرفته است. در ساخت نمونه‌های بتنی سیمان مورد استفاده، سیمان پرتلند تیپ ۲ کارخانه آبیک قزوین با وزن مخصوص ( $Ton/m^3$ ) ۳/۱۵ می‌باشد. درشت دانه شکسته مطابق با استاندارد ASTM-C33 [۱۲] استفاده گردید. منحنی دانه‌بندی سنگدانه‌ها در شکل ۱ نشان داده شده است. شن و ماسه مصرفی محصول معدن قدس ۱ واقع در شهریار بوده و قبل از ساخت نمونه‌ها سنگدانه‌های مصرف شده شسته و خشک گردیدند. ورق‌های FRP بکار گرفته شده از نوع الیاف کربن (CFRP) می‌باشد که مشخصات آن در جدول ۱ آورده شده است. برای چسباندن ورق CFRP به سطح نمونه‌های بتنی از چسب دو جزئی که یک جزء آن

و همکاران [۶] چندین سطح بررسی همچون ماکروسکوپیک، میکروسکوپیک و نانوسکوپیک برای مطالعات ریز ساختاری چند بخشی بتن موجود است. امروزه سطح مزو (میان‌مقیاس) کارآمدترین و مفیدترین روش برای بررسی رفتار ترکیبی بتن بنظر می‌رسد. در مقیاس مزو بتن به عنوان ماده‌ای دارای سه بخش اصلی درشت دانه، ملات و سطح تماس آن دو (ITZ<sup>۱</sup>) در نظر گرفته می‌شود.

به منظور مطالعه عددی جداشدگی در مواد مركب چند لایه، محققین روش‌های مختلفی را ارائه نموده‌اند. امروزه از مدل ناحیه چسبنده (CZM)<sup>۲</sup> که در چارچوب روش المان محدود (FE<sup>۳</sup>) بکار می‌رود، به طور گسترده برای شبیه سازی جداشدگی ورق FRP از بتن استفاده می‌شود [۵]. در طی دهه گذشته مدل ناحیه چسبنده توجهات بسیاری را بدست آورده است، چرا که یک روش قدرتمند و در عین حال کارآمد برای مطالعات محاسباتی شکست می‌باشد. بدین منظور یک لایه بسیار نازک (گاهی بینهایت کوچک یا دوبعدی) محصور بین دو ماده مدل می‌شود که رفتار آن توسط قوانین کشش-جدایش خاص کنترل می‌گردد. مطالعات اولیه مربوط به مدل ناحیه چسبنده توسط بارنیلات<sup>۴</sup> [۷] انجام گرفت. این مدل توسط محققین بسیاری در مطالعات پایه المان محدود مورد استفاده قرار گرفته است. ونگ و همکاران برای تحلیل جداشدگی انتهای صفحه اتصال FRP/Beton ناشی از ترک‌های میانی از مدل ناحیه چسبنده (CZM) استفاده کردند و روابطی تحلیلی برای بارهای متقارن ارائه نمودند [۸]. چن<sup>۵</sup> و همکاران نیز با استفاده از این مدل، جداشدگی اتصال FRP/Beton را بین دو ترک خمشی مجاور در تیرهای تقویت شده با صفحات FRP بررسی کردند [۹]. زو و همکاران از روش فضای حالت برای تحلیل سطح مشترک تیر بتنی/صفحه FRP استفاده کردند [۱۰]. یک مدل عددی سه بعدی همراه با قوانین سطح تماس چسبنده آسیب دیده غیرخطی توسط کارلونی<sup>۶</sup> و همکاران برای مطالعه رفتار اتصال بین ماتریس سیمانی تقویت شده با فیبر (FRCM)/بتن ارائه گردید. از مدل ناحیه چسبنده برای بررسی جدایش الیاف/زین نیز استفاده می‌شود [۱۱].

۱ Interfacial Transition Zone

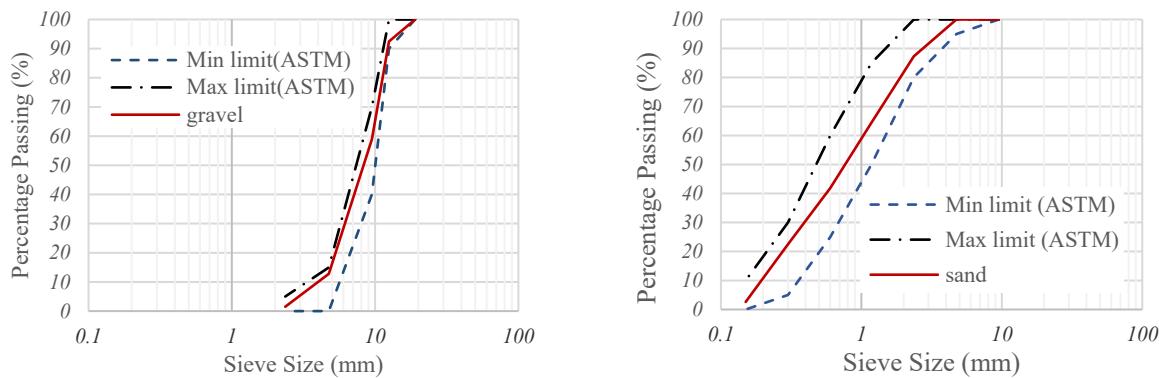
۲ Cohesive zone model

۳ finite element

۴ Barenblatt

۵ Chen

۶ Carloni



شکل ۱. منحنی دانه‌بندی سنگدانه‌ها.  
Fig. 1. grading of aggregate curve

جدول ۲. مشخصات چسب بکار گرفته شده  
Table 2. properties of adhesive

زمان گیرش در دمای ۲۱ °C (ساعت)	۱۴
مقاومت کششی (MPa)	۵۵
مقاومت برشی (MPa)	۲۵
مدول الاستیستیته کششی (MPa)	۲۱۰۰
ضریب پواسون	۰/۳۵

جدول ۱. مشخصات ورق‌های دارای الیاف کربن  
Table 1. properties of CFRP sheets

مدول الاستیستیته الیاف (MPa)	۲۳۰۰۰
مقاومت نهایی (MPa)	۴۹۰۰
کرنش نهایی	۰/۰۱۶
ضریب انبساط حرارتی (1/°C)	۰/۶×۱۰ <sup>-۶</sup>

جدول ۳. طرح اختلاط نمونه‌های بتنی در یک متر مکعب  
Table 3. Mix properties of the concrete (1 m<sup>3</sup>)

(kg/m <sup>3</sup> ) شن	(kg/m <sup>3</sup> ) ماسه	(kg/m <sup>3</sup> ) آب	سیمان (kg/m <sup>3</sup> )
۱۲۰۰	۸۰۰	۱۵۰	۴۰۰

چسبندگی کششی، آزمایشی ساده و قابل تکرار است. از این آزمایش می‌توان برای اندازه‌گیری مقاومت چسبندگی سیستم‌های تقویت کننده بتن، اندازه‌گیری مقاومت کششی بتن و تخمین مقاومت چسبندگی پوشش‌های اعمال شده بر روی بسترهاي مختلف استفاده کرد. مطابق استاندارد ASTM D7522 [۱۳]، در این آزمایش ابتدا مغزه‌گیری جزئی به قطر ۶ تا ۱۱ میلی‌متر داخل لایه بتن بستر انجام می‌گیرد. سپس یک استوانه فلزی به قطر ۵۰ و ارتفاع ۱۰ میلی‌متر بر روی سطح مغزه چسبانده شده (شکل ۳-ب) و با استفاده از دستگاه "کشش از سطح" تحت کشش قرار گرفته (شکل ۳-ج) و تا گسیختگی نمونه، اعمال بار ادامه می‌یابد. بار کششی توسط اهرم تعییه شده بر روی دستگاه (شکل ۳-الف) و به طور یکنواخت اعمال می‌گردد. افزایش سرعت اعمال بار بر روی نمونه‌ها به طور کلی باعث

رزین و جزء دیگر سخت کننده می‌باشد استفاده شده است. مشخصات این چسب در جدول ۲ ارائه شده است.

برای اندازه‌گیری مقاومت چسبندگی در آزمایش "کشش از سطح" و "پیچش" نمونه‌های بتنی ساخته شده، مکعبی با ابعاد ۱۵۰ میلی‌متر می‌باشند. در جدول ۳ طرح اختلاط نمونه‌های بتنی آورده شده است. مقاومت فشاری و کششی ۲۸ روزه نمونه‌های مکعبی ساخته شده به ترتیب ۲۹/۵ و ۳/۴ مگاپاسکال می‌باشد. همچنین در شکل ۲ نمونه‌های بتنی تقویت شده با ورق CFRP نشان داده شده است.

۲-۳- تجهیزات آزمایشگاهی  
۲-۳-۱- آزمایش "کشش از سطح" (Pull-off)  
آزمایش "کشش از سطح" یکی از روش‌های دقیق ارزیابی مقاومت



شکل ۲. نمونه‌های بتنی تقویت شده با ورق CFRP  
Fig. 2. Concrete specimens strengthened with CFRP sheets



شکل ۳. مراحل آزمایش "کشش از سطح"

Fig. 3. The "pull-off" test (a) test method (b) Disk applied to surface of specimen (c) device mounted on the specimen (d) test result

۴ حالت‌های گسیختگی محتمل بر اساس طبقه‌بندی استاندارد ASTM D4541-09 نشان داده شده است. سطح چسب بین ورق CFRP و بتن برای وضوح بهتر در شکل ۴ بزرگنمایی شده است.

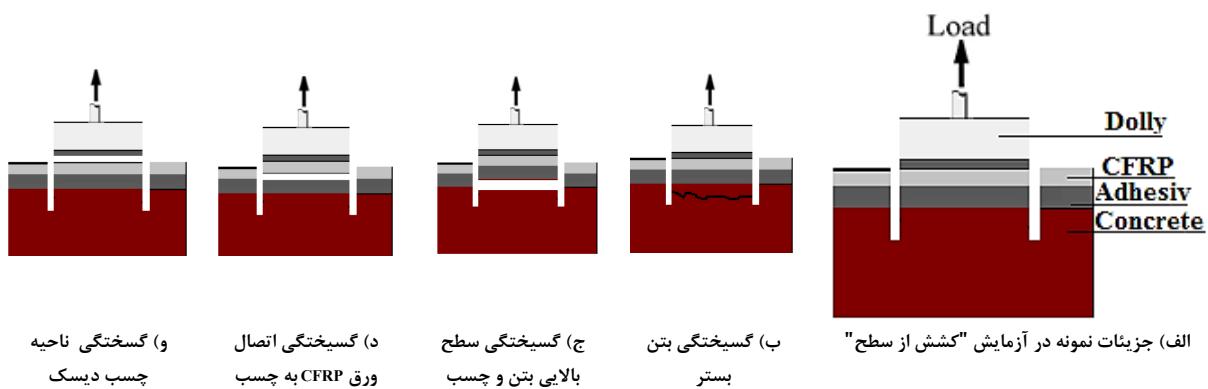
#### ۲-۲-۳- آزمایش "پیچش" (Twist-off)

به منظور اندازه‌گیری مقاومت چسبندگی برشی نمونه بتنی تقویت شده با ورق CFRP از آزمایش "پیچش" استفاده شده است. در این آزمایش یک دیسک فلزی به قطر ۵۰ و ارتفاع ۳۰ میلی‌متر، توسط چسب اپوکسی بر روی مغزه‌های جزئی تعییه شده چسبانیده می‌شود (شکل ۵-ب) و پس از کسب مقاومت کافی چسب، لنگر پیچشی (T) مستقیماً به دیسک فلزی اعمال شده و به طور پیوسته و یکنواخت تا لحظه گسیخته شدن لایه موردنظر از سطح زیرین افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر در این روش مقاومت چسبندگی با اعمال گشتاور پیچشی توسط دستگاه پیچش سنج (شکل ۵-الف)، مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. آزمون "پیچش" یک روش دقیق با کاربردی وسیع در تعیین مقاومت بتن و تعیین مقاومت چسبندگی برشی لایه‌های تعمیری هم

افزایش مقاومت اندازه‌گیری شده می‌گردد. سرعت مناسب را می‌توان بر اساس پیشنهاد کارخانه سازنده دستگاه و یا بر مبنای استانداردهای موجود در نظر گرفت. طبق استاندارد ASTM D4541 [۱۴] حداقل سرعت بارگذاری نباید کمتر از  $\frac{1 \text{ MPa}}{\text{s}}$  باشد. تنش ایجاد شده در سطح تماس بین بتن بستر و لایه تقویتی روی آن مطابق رابطه (۱) بدست می‌آید.

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (1)$$

در رابطه (۱)،  $P$  نیروی کششی نهایی (شکست) و  $A$  مساحت تماس استوانه (دایره‌ای به قطر ۵ سانتی‌متر) می‌باشد. در شکل ۳ روند انجام آزمایش "کشش از سطح" نشان داده شده است. دو پارامتر اصلی مورد بررسی در آزمایش کشش از سطح، مقاومت چسبندگی و حالت گسیختگی نمونه‌ها می‌باشد. حالت گسیختگی بوجود آمده وابسته به عواملی از قبیل شرایط هندسی بتن، امتداد مغزه تعییه شده و شرایط محیطی می‌باشد. در شکل



شکل ۴. تصویر شماتیک آزمایش «کشش از سطح» و انواع مود گسختگی

Fig. 4. Schematic representation of “pull-off” test and failure modes (a) specimen details (b) failure in the substrate (c) failure at the top surface of concrete and adhesive (d) Epoxy resin/adhesive failure at interface (e) Bonding adhesive failure at dolly



شکل ۵. آزمایش "پیچش"

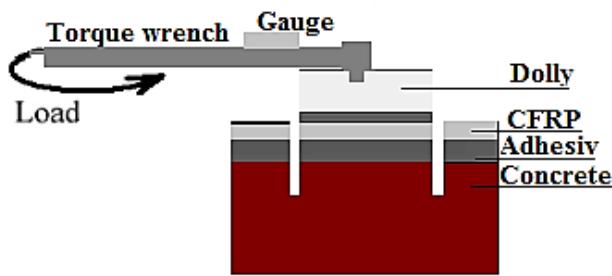
Fig. 5. Twist-off test (a) torque wrench to apply torsional force (b). the dolly disk bonded on specimen (c) test result

در آزمایشگاه و هم در محل سازه است و به عنوان یک تکنیک سریع، دقیق و کم هزینه با خرابی جزئی محاسبه می‌شود [۱۵]. جذابیت این روش در دقت، سرعت انجام، سادگی، خرابی جزئی و هزینه اندک انجام آن است. این آزمون در حالت‌های افقی، قائم و به طور کلی بر روی هر سطح صافی به سادگی و بدون نیاز به برنامه‌ریزی قبلی قابل انجام است. ابزار مورد استفاده در این آزمایش بسیار ساده و قابل دسترس است و انجام آزمایش نیز نیاز به مهارت قابلی ندارد. هدف از انجام این آزمایش در تحقیق حاضر بررسی مقاومت چسبندگی برشی نمونه‌های مورد مطالعه می‌باشد. تنش برشی لازم برای جداسدگی را می‌توان با استفاده از رابطه (۲) محاسبه نمود.

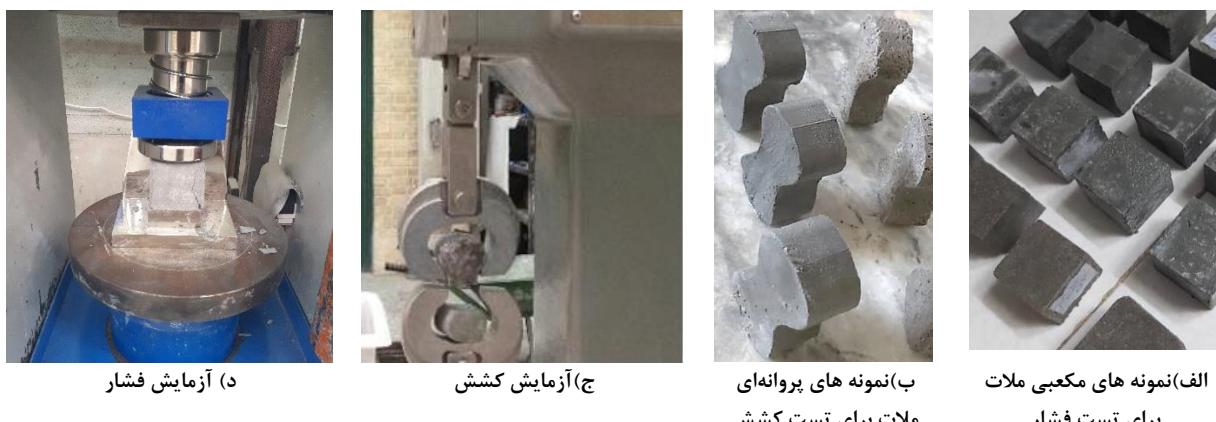
$$\tau = \frac{T \cdot r}{J} \quad (2)$$

که در آن  $\tau$  تنش برشی حاصل از پیچش،  $T$  گشتاور پیچشی

۳-۲-۳- آزمایش تعیین مقاومت فشاری و کششی از آنجایی که در مدل عددی، بتن در مقیاس مزو (شامل سه بخش سنگانه، ملات و ناحیه انتقال ITZ) مدل‌سازی شده است، بنابراین برای ارزیابی مشخصات مکانیکی بخش ملات به عنوان پارامترهای مورد استفاده در مدل‌سازی بتن، آزمایش مقاومت فشاری و کششی بر روی بخش ملات انجام گرفته است. در آزمایش فشاری از نمونه‌های مکعبی با ابعاد ۵۰ میلی‌متر (شکل ۷-الف) و در آزمایش کشش از نمونه‌های پاپیونی (شکل ۷-ب) استفاده شد. نسبت اختلاط ملات با نسبت وزنی ماسه: سیمان: آب برابر ۳ : ۱ : ۵/۰ در نظر گرفته شد. در شکل ۷ آزمایش‌های فشاری و کششی نشان داده شده است.



شکل ۶. تصویر شماتیک آزمایش «بیچش»  
Fig. 6. Schematic representation of “twist-off” test



شکل ۷. آزمایش‌های اندازه‌گیری مشخصات مکانیکی ملات

Fig. 7. Tests performed for measuring the mechanical properties of mortar (a) Cubic specimens (b) bow tie specimens (c) tensile strength test (d) compressive strength test

سنگدانه‌های دیگر نداشته باشند. در این تحقیق جهت تعیین توزیع اندازه سنگدانه‌ها از منحنی دانه‌بندی فولر<sup>۱</sup> استفاده شده است. برای ایجاد این منحنی، از رابطه (۳) استفاده می‌گردد.

$$P(d) = 100 \left( \frac{100}{d_{\max}} \right)^n \quad (3)$$

در رابطه (۳)،  $P(d)$  درصد تجمعی سنگدانه‌های رد شده از الک با قطر  $d$ ،  $d_{\max}$  قطر بزرگترین سنگدانه موجود و  $n$  توان معادله عددی ثابت است که پیشنهاد شده عددی بین  $۰/۴۵$  تا  $۰/۷$  انتخاب شود [۱۶]. در این تحقیق مقدار  $n = ۰/۵$  در نظر گرفته شده است. توزیع دانه‌بندی در نظر گرفته در این تحقیق در جدول ۴ ارائه شده است. لازم به ذکر است که سنگدانه‌های کوچک‌تر از  $۲/۳۶$  میلی‌متر به علت ریز بودن بیش از حد و جهت کاهش حجم محاسباتی جزئی از

#### ۴- برنامه مدل‌سازی عددی

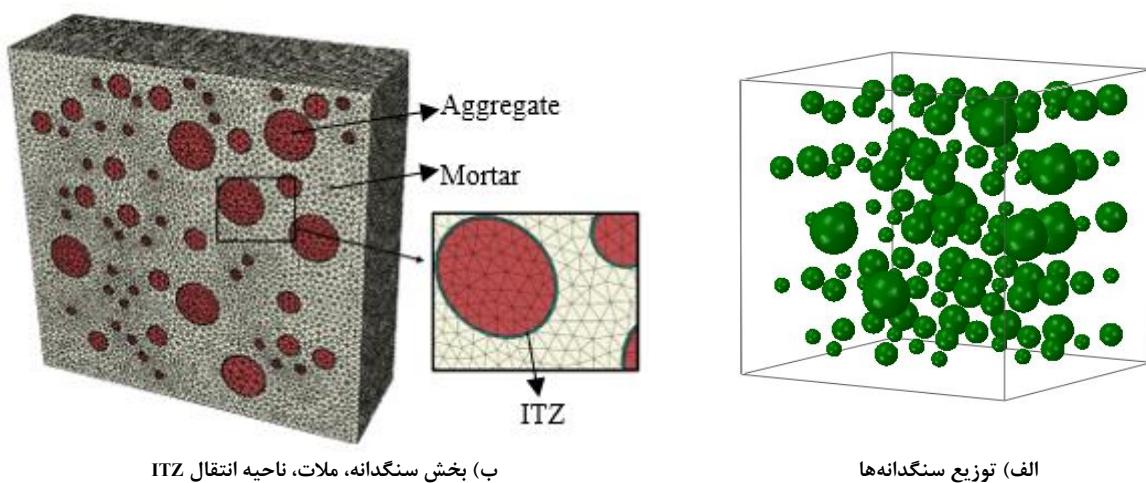
##### ۴-۱- مدل‌سازی بتن در مقیاس مزو

جهت ارزیابی بتن در مقیاس مزو ساخت هندسه تصادفی از نمونه بتونی الزامی است. این هندسه که متشكل از سنگدانه‌ها با شکل، اندازه و توزیع تصادفی می‌باشد، باید تا حد امکان مشابه نمونه‌های واقعی بتن ساخته شود. اساس ساخت این هندسه، توزیع تصادفی سنگدانه‌ها و پر کردن فضای خالی موجود بین آن‌ها توسط ماتریس سیمان (ملات) می‌باشد. تولید هندسه تصادفی سنگدانه‌ها و نحوه قرارگیری آن‌ها در کنار یکدیگر بر اساس اطلاعات آماری بدست آمده از نمونه واقعی باشد. همچنین در مقیاس ماکرو، نمونه ساخته شده باید تا حد امکان همگن و ایزوتروپ باشد. به منظور برآورده کردن این شرایط، ابتدا سنگدانه‌ها از یک منحنی دانه‌بندی انتخاب شده و سپس به ترتیب اندازه در فضای مورد نظر قرار می‌گیرند. نحوه قرارگیری سنگدانه‌ها باید به گونه‌ای باشد که هیچ سطح تماسی با

## جدول ۴. توزیع دانه‌بندی

Table 4. Aggregate size distribution

درصد عبوری	درصد مانده	قطر الک
۱۰۰	۰	۱۹
۹۲/۵	۷/۵	۱۲/۵
۵۸/۹	۴۱/۱	۹/۵
۱۲/۸	۸۷/۲	۴/۷۵
۱/۵	۹۸/۵	۲/۳۶



شکل ۸. نمونه بتونی مدل‌سازی شده در مقیاس مزو

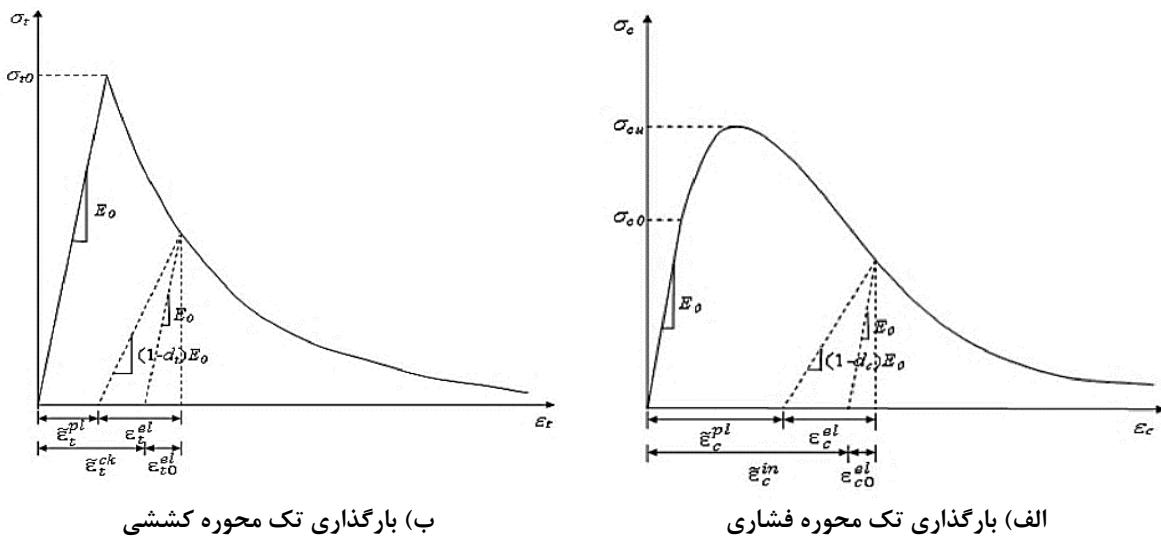
Fig. 8. Mesoscopic concrete sample (a) spherical aggregates (b) aggregate, mortar and ITZ phases

شامل تولید مدل هندسی و کنترل عدم برخورد اجزا می‌باشد. مشخصاتی همچون شکل سنگدانه‌ها و نحوه توزیع اندازه آن‌ها نیز در کدنویسی در نظر گرفته می‌شود. با توجه به اینکه برنامه متلب قابل فراخوانی در نرم‌افزار آباکوس نمی‌باشد، از این‌رو کدهای نوشته شده به فرمت زبان برنامه‌نویسی پایتون که برنامه پشتیبانی شده در نرم‌افزار آباکوس است، تبدیل شده و در نهایت به منظور تجزیه و تحلیل نیروها و تنش‌های ایجاد شده مدل‌های ساخته شده به برنامه آباکوس انتقال داده می‌شوند.

در شکل ۸ نمونه بتونی با ابعاد  $150 \times 150 \times 150$  میلی‌متر که با کدنویسی در برنامه متلب تولید شده، نشان داده شده است. مدل تولید شده شامل سنگدانه‌های کروی، ملات و ناحیه انتقال (ITZ) می‌باشد. درصد حجمی سنگدانه‌ها  $\rho_{agg} = 30\%$ ، حداقل فاصله بین دو سنگدانه از  $5/5$  میلی‌متر، حداقل فاصله بین سنگدانه و مرز نمونه بتون  $5/0$  میلی‌متر در نظر گرفته شده است.

ملات در نظر گرفته شده‌اند. پس از تعیین دانه‌بندی، سنگدانه‌ها در فضای مدل به روش انتخاب و قراردهی<sup>۱</sup> جایگذاری می‌شوند. در این روش که در سال‌های اخیر متداول‌ترین روش ساخت هندسه بوده است، مدل هدف بر اساس تولید سنگدانه‌های تصادفی و سپس جایگذاری آن و کنترل شروط عدم برخورد سنگدانه‌ها با یکدیگر و با مرز نمونه ساخته می‌شود. مدل هندسی سه بعدی بتون در مقیاس مزو با استفاده از کد متلب<sup>۲</sup> طراحی و ساخته شد. پس از ساخت مدل هندسی با استفاده از زبان برنامه‌نویسی پایتون<sup>۳</sup>، مدل‌های ساخته شده به نرم‌افزار آباکوس انتقال داده شدند. بدین ترتیب که ابتدا با استفاده از کدنویسی به زبان برنامه‌نویسی متلب، ساخت مدل مکعبی بتون در مقیاس مزو توسعه داده شد. این کدنویسی

<sup>1</sup> take-and-place<sup>2</sup> Matlab<sup>3</sup> Python



شکل ۹. منحنی تنش-کرنش بتن [۱۷]

Fig. 9. Stress-strain curve of concrete (a) uniaxial compression loading (b) uniaxial tension loading

آسیب دیده) متغیر است. مطابق شکل ۹، این دو مؤلفه به عنوان تابعی از کرنش‌های غیرالاستیک/ترک‌خوردگی به صورت روابط (۵) و (۶) تعریف می‌شوند [۱۷].

$$\varepsilon_c^{in} = \varepsilon_c - \frac{\sigma_c}{E_0}, \quad \varepsilon_t^{ck} = \varepsilon_t - \frac{\sigma_t}{E_0} \quad (4)$$

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c E_0^{-1}}{\sigma_c E_0^{-1} + \varepsilon_c^{pl} \left( \frac{1}{b_c} - 1 \right)} \quad (5)$$

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t E_0^{-1}}{\sigma_t E_0^{-1} + \varepsilon_t^{pl} \left( \frac{1}{b_t} - 1 \right)} \quad (6)$$

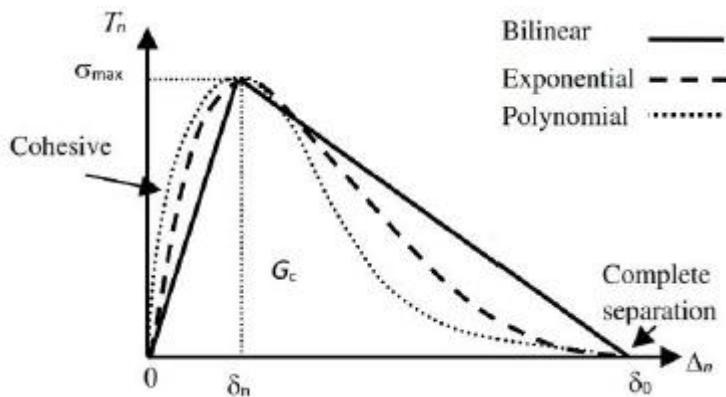
$$b_t = \varepsilon_t^{pl} / \varepsilon_t^{ck}, \quad b_c = \varepsilon_c^{pl} / \varepsilon_c^{in} \quad (7)$$

در رابطه (۴)،  $\varepsilon_c$  و  $\varepsilon_t$  به ترتیب کرنش فشاری و کششی متناظر با تنش‌های فشاری و کششی  $\sigma_c$  و  $\sigma_t$  بوده،  $\varepsilon_c^{in}$  و  $\varepsilon_t^{ck}$  به ترتیب کرنش غیرالاستیک فشاری و کرنش ترک کششی می‌باشند. در روابط (۵) و (۶)، ضرایب ثابت  $b_c$  و  $b_t$  رابطه بین کرنش‌های پلاستیک و غیرالاستیک می‌باشند (رابطه ۷)، که بر اساس برآشش‌های بدست آمده از آزمایش تخمین زده می‌شوند [۱۷]. در این تحقیق این ضرایب ۰/۷

۴-۲- تحلیل اجزاء محدود، رفتار مکانیکی اجزا بتن و ناحیه چسبنده (CZM)

سنگدانه‌ها معمولاً مقاومت بیشتری نسبت به ملات و ناحیه انتقال (ITZ) دارند. بنابراین برای سنگدانه‌ها از مدل الاستیک خطی استفاده شده است، برای ملات و ناحیه انتقال (ITZ) از مدل پلاستیک آسیب‌دیده بتن استفاده شد. مدل پلاستیک آسیب‌دیده بتن مدلی توانمند است که برای بارگذاری‌های مختلف کاربرد داشته و با بیان رفتار مجزای ماده در فشار و کشش، رفتار آن را به صورت واقعی تر بیان می‌کند. دو مکانیزم اصلی شکست در این مدل ترک‌های کششی و خردشگی فشاری است. کامل شدن سطح شکست با استفاده از متغیرهای سخت شدگی  $\varepsilon_c^{pl}$  و  $\varepsilon_t^{pl}$  (کرنش‌های پلاستیک) که به ترتیب مربوط به مکانیزم شکست تحت بار فشاری و کششی هستند، کنترل می‌شوند. در شکل ۹ نمودار تنش-کرنش بتن در کشش و فشار تک محوره آورده شده است.

در نرم‌افزار آباکوس رفتار بتن در کشش تک محوره به صورت نمودار تنش-کرنش ترک‌خوردگی و در فشار به صورت نمودار تنش-کرنش غیرالاستیک مدل می‌شود. مدل غیرالاستیک/ترک خوردگی در فشار و کشش به صورت رابطه (۴) بیان می‌شود. به منظور در نظر گرفتن اثرات مختلف کشش، فشار و افت سختی دو معیار آسیب ( $d_c$  و  $d_t$ ) در نظر گرفته می‌شود. مقدار این مؤلفه بین صفر برای مصالح آسیب ندیده و یک برای مصالح بدون مقاومت (به طور کامل



شکل ۱۰. سه دسته بندی متداول برای قانون تنش-جدایش [18]

Fig. 10. Three common categories for traction-separation law

$$\beta_w = \sqrt{\left(2.25 - \frac{b_f}{b_c}\right) / \left(1.25 + \frac{b_f}{b_c}\right)} \quad (9)$$

$$G = \frac{1}{2} \sigma \cdot \delta \quad (10)$$

در روابط (۸) تا (۱۰)،  $b_f$  عرض ورق CFRP،  $b_c$  عرض بتن،  $\sigma$  مقاومت کششی بتن،  $\delta$  جابه‌جایی در راستای این ناحیه است. محققان برای انرژی شکست  $G_{cr}$  اعدادی بین ۳۰۰ تا ۱۵۰۰ ( $J/m^2$ ) را ارائه کردند [۱۹].

مطابق رابطه (۱۱) فرض می‌شود آسیب زمانی آغاز می‌شود که در اثر تنش‌های اسمی مجموع نسبت تابع درجه دو به مقدار ۱ برسد.

$$\left\{ \frac{\sigma_n}{\sigma_n^0} \right\}^2 + \left\{ \frac{\tau_s}{\tau_s^0} \right\}^2 + \left\{ \frac{\tau_t}{\tau_t^0} \right\}^2 = 1 \quad (11)$$

در رابطه (۱۱)  $\sigma_n$  کشش اعمال شده در چسب،  $\tau_s$  و  $\tau_t$  تنش‌های برشی در سطح تماس می‌باشند.  $\sigma_n^0$ ،  $\tau_s^0$ ،  $\tau_t^0$  به ترتیب مقاومت نرمال و مماسی چسب و سطح تماس می‌باشند. روند آسیب سطح تماس به وسیله پارامتر رهاسازی انرژی بیان می‌شود. تشریح این مدل در مجموعه المان‌های آباکوس موجود است. وابستگی به انرژی شکست بر پایه روابط Benzaggah-Kenane [۲۰] تعریف می‌شود. مشخصات پارامتر چسب بکار رفته در این تحقیق بر مبنای مدل سطح چسبنده در جدول ۵ ارائه شده است.

mekanizm گسیختگی بتن تقویت شده با ورق CFRP تحت نیروی کششی و برشی بر اساس مدل‌سازی عددی با نرم‌افزار آباکوس انجام

در نظر گرفته شده است.

یکی از روش‌هایی که ناحیه اتصال بین ورق CFRP و بتن را شبیه سازی می‌کند، روش ناحیه چسبنده (CZM) می‌باشد. در مقاله حاضر مدل‌سازی اتصال ورق CFRP به بتن با استفاده از سطوح چسبنده انجام شده است. فرضیات و قوانین المان چسبنده<sup>۱</sup> و سطوح چسبنده<sup>۲</sup> کاملاً مشابه یکدیگر می‌باشند. اما برخلاف المان‌های چسبنده که بر مبنای کاهش سختی ماده است، تکامل آسیب در سطوح چسبنده با کاهش سختی چسبنده‌گی توصیف می‌شود و همچنین ضخامت لایه اتصال ناچیز است که بسیار نزدیک به واقعیت می‌باشد. این روش از قانون تنش-جدایش پیروی می‌کند. مدل‌های مختلف تنش-جدایش در سه دسته‌بندی اصلی قرار می‌گیرند که در شکل ۱۰ نشان داده شده‌اند. در این تحقیق رفتار مکانیکی مربوط به سطح تماس با استفاده از قانون تنش-جدایش مبتنی بر مدل دو خطی شبیه‌سازی شده است. سطح تماس به وسیله ناحیه‌ای با سختی اولیه  $K_0$  مدل می‌شود. برای تعیین روابط بین کشش جداشده‌گی به مقادیر  $K_0$ ، مقاومت موضعی مصالح ( $\sigma_{max}$ )، تغییر مکان بازشدنگی در شکست ( $\delta$ ) و انرژی لازم برای باز کردن ترک ( $G_{cr}$ ) نیاز است. حداکثر تنش با استفاده از رابطه (۸) و انرژی شکست با استفاده از رابطه (۱۰) بدست می‌آید [۱۹].

$$\sigma_{max} = 1.5 \beta_w f_{ct} \quad (8)$$

<sup>1</sup> Cohesive Element

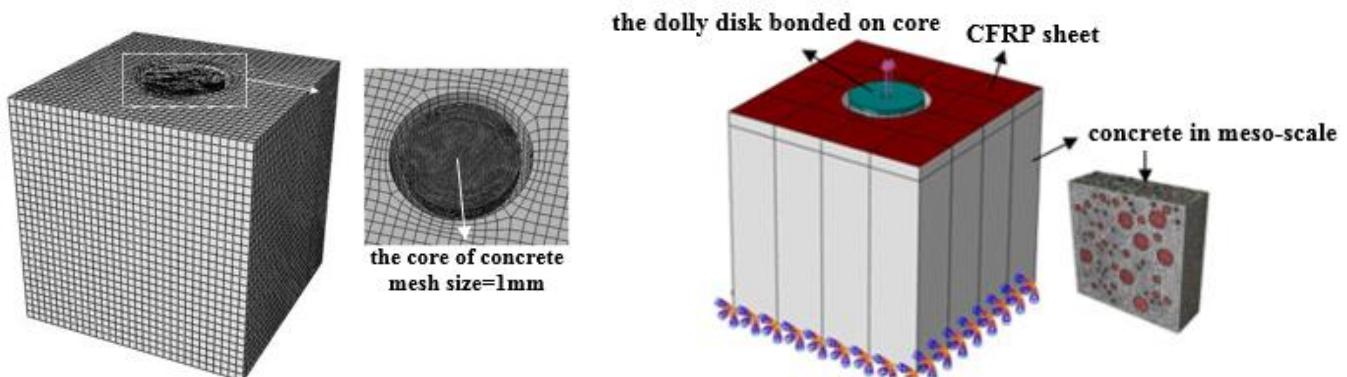
<sup>2</sup> Cohesive Surface

## جدول ۵. خواص مکانیکی ورق CFRP و ناحیه چسبنده

Table 5. Mechanical properties of the CFRP sheets and cohesive zone

مشخصات ناحیه چسبنده	مشخصات ورق CFRP
$G_{IC} \left[ \frac{mJ}{mm^2} \right]$	$0.09^*$
$G_{IIC} \left[ \frac{mJ}{mm^2} \right]$	$0.9^*$
$G_{III-C} \left[ \frac{mJ}{mm^2} \right]$	$0.9^*$
$K_n^0 \left[ \frac{N}{mm^3} \right]$	$1700^*$
$K_{13}^0 \left[ \frac{N}{mm^3} \right]$	$626^*$
$K_{23}^0 \left[ \frac{N}{mm^3} \right]$	$626^*$
	$E_{11} [MPa]$
	$E_{22} [MPa]$
	$E_{33} [MPa]$
	$G_{12} [MPa]$
	$G_{13} [MPa]$
	$\nu$
	$23000^A$
	$12000^A$
	$12000^A$
	$7000^A$
	$7000^A$
	$0.3^*$

داده‌های با علامت "\*" بر اساس مرجع [۲۱] و داده‌های با علامت "A" بر اساس اطلاعات کارخانه سازنده می‌باشد.



شکل ۱۱. بارگذاری، شرایط تکیه گاهی و مش بندی نمونه بتونی تقویت شده با ورق CFRP  
Fig. 11. Applied loading, boundary conditions and mesh of CFRP strengthened concrete

لازم به ذکر است، برای تعیین مشخصات مکانیکی بخش ملات در بتون سه فازی بر روی نمونه‌های ملات ساخته شده آزمایش کشش و فشار انجام شد. مقاومت کششی و فشاری بخش ITZ نیز ۷۵٪ بخش ملات در نظر گرفته شده است [۱۷]. در شکل ۱۱ شرایط تکیه گاهی، بارگذاری و نحوه مش بندی نمونه بتونی مدل سازی شده در مقیاس مزو به همراه ورق تقویت کننده CFRP نشان داده شده است.

تحلیل اجزا محدود با استفاده از مدل‌های سه بعدی با المان‌های توپر ۸ گره‌ای (C3D8R) برای اجزای بتون و المان‌های ۴ گره‌ای غشای نازک (S4R) برای ورق CFRP انجام شده است. از مدل ناحیه CFRP چسبنده، با ضخامت صفر جهت شبیه سازی تماس بین ورق CFRP و بتون استفاده شده است. بارگذاری نیز با توزیع یکنواخت در سطح بالایی دیسک اعمال شده است. مشخصات مکانیکی ورق CFRP و

شده است. در شکل ۱۱ مدل در نظر گرفته شده به همراه بارگذاری و شرایط مرزی نشان داده شده است. به منظور شبیه‌سازی کامل آزمایش "کشش از سطح" و پیچش" در مدل عددی نیز مشابه نمونه‌های آزمایش شده مغزه‌ای جزئی بر روی نمونه مکعبی بتون و ورق CFRP ایجاد گردید. قطر و عمق این مغزه به ترتیب برابر با ۵۰ و ۵ میلی‌متر می‌باشد. مدل تولید شده شامل بتون مکعبی (در مقیاس مزو) با ابعاد ۱۵۰ میلی‌متر، ورق CFRP با ضخامت ۰/۳۵ میلی‌متر و دیسک فلزی دایره‌ای با قطر ۵۰ میلی‌متر می‌باشد. در مدل عددی جهت بالا بردن دقت نتایج در نواحی مغزه مش ریزتری لحاظ شده است. اندازه مش در نظر گرفته شده در مغزه ۱ میلی‌متر و در نواحی دورتر از آن تا ۵ میلی‌متر افزایش یافته است. مشخصات مکانیکی ورق CFRP و اجزای بتون به ترتیب در جداول ۵ و ۶ ارائه شده است.

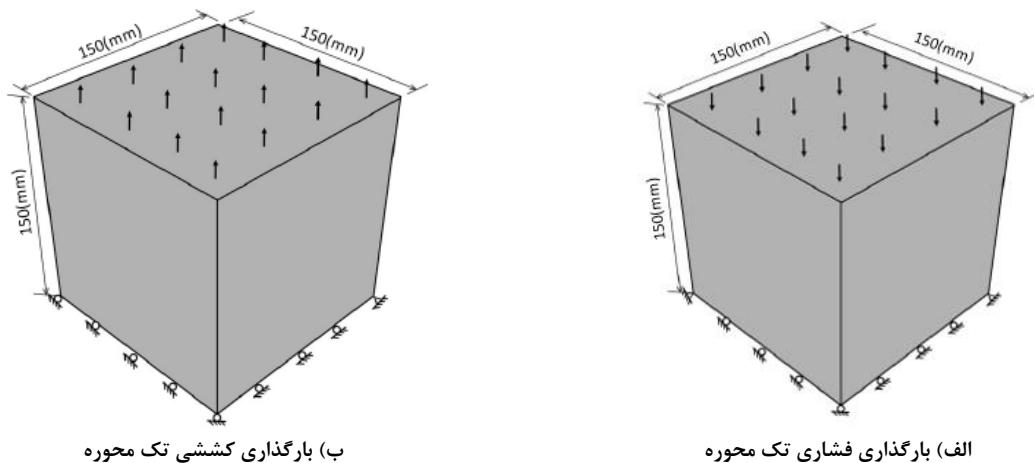
جدول ۶. مشخصات مصالح تشکیل دهنده بتن  
Table 6. Material properties of concrete constituent

مشخصات مصالح	سنگدانه	ملات	ITZ
(GPa) $E$	۷۰*	۳۵*	۲۲*
نسبت پواسون $\nu$	۰/۲*	۰/۲*	۰/۲*
چگالی $\rho$ ( $kg/m^3$ )	۲۶۰۰*	۲۵۰۰*	۲۲۰۰*
مقاومت کششی ( $MPa$ )	-	۳/۸۲*	۲/۹*
مقاومت فشاری ( $MPa$ )	-	۳۹*	۲۸*

داده‌های با علامت "۸" نتایج بدست آمده از آزمایش کشش و فشار و داده‌های با علامت "\*" بر اساس مرجع [۱۷] می‌باشد.

جدول ۷. مشخصات مکانیکی اجزا بتن در صحبت‌سنجی [۱۷]  
Table 7. Material properties of concrete constituent in validation

مشخصات مصالح	سنگدانه	ملات	ITZ
(GPa) $E$	۷۰	۲۵	۲۲
نسبت پواسون $\nu$	۰/۲	۰/۲	۰/۲
چگالی $\rho$ ( $kg/m^3$ )	۲۶۰۰	۲۲۰۰	۲۲۰۰
مقاومت کششی ( $MPa$ )	-	۴	۳
مقاومت فشاری ( $MPa$ )	-	۴۵	۳۵



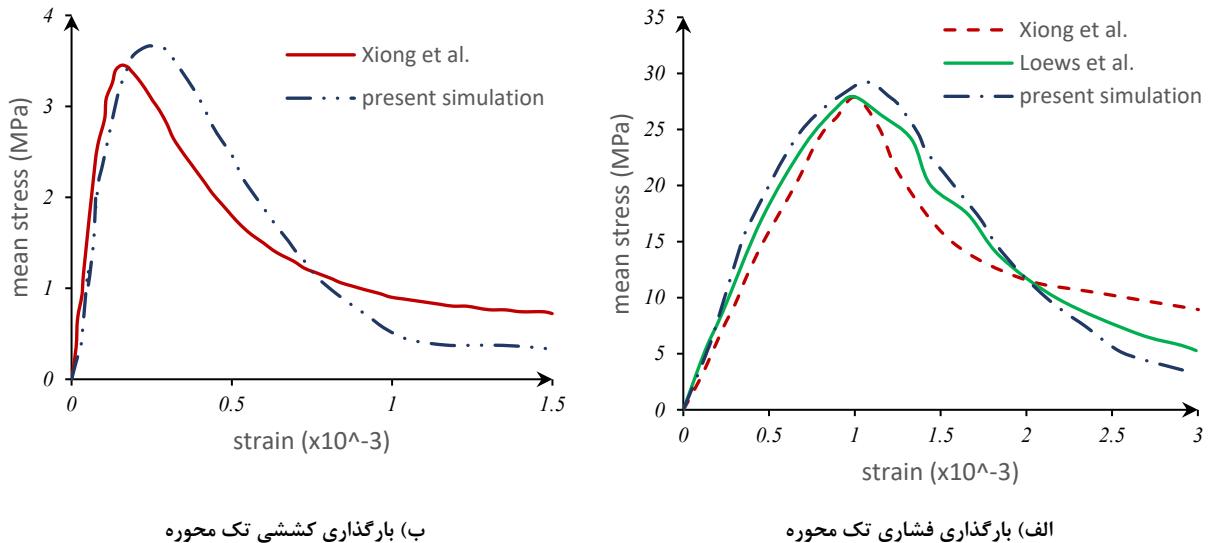
شکل ۱۲. ابعاد نمونه، بارگذاری و شرایط تکیه‌گاهی نمونه صحبت‌سنجی

Fig. 12. Specimen dimensions, loading and boundary conditions.(a) uniaxial compression (b) uniaxial tension

منحنی تنش-کرنش بدست آمده تحت بار کششی و فشاری برای بتن ناهمگن سه بعدی با نتایج عددی پژوهش ژیانگ و همکاران [۱۷] و نتایج آزمایشگاهی لویز و همکاران [۲۲] مقایسه شد. در جدول ۷ مشخصات مکانیکی استفاده شده برای صحبت سنجی مدل سه فازی بتن بر اساس مراجع اشاره شده ارائه شده است. در شکل ۱۲ نیز ابعاد

مشخصات پارامترهای چسب در جدول ۵ ارائه شده است.

۴-۳- صحبت‌سنجی رفتار تنش-کرنش بتن در مقیاس مزو به منظور صحبت‌سنجی مدل‌سازی نمونه بتنی سه بعدی در مقیاس مزو، نمونه تحت بار فشاری و کششی تک محوره قرار داده شد. سپس



شکل ۱۳. صحتسنجی نمودار تنش-کرنش بتن  
Fig. 13. Validity of stress-strain curve (a) uniaxial compression; (b) uniaxial tension.

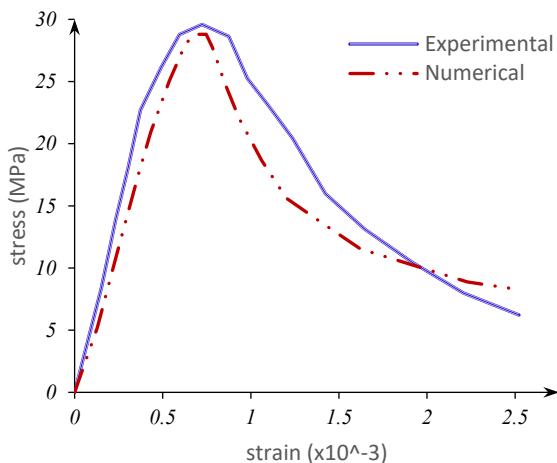
جدول ۸. مقایسه نتایج صحتسنجی  
Table 8. Comparison of validation results

اختلاف (%) به (۲)	اختلاف (%) به (۱)	نتایج تحقیق حاضر (۳)	نتایج لویز و همکاران (۲)	نتایج ژیانک و همکاران (۱)	
۴	۵	۲۹/۲	۲۷/۹	۲۷/۸	(MPa) $F_c$
۱۰	۹	۰/۰۰۱۰۹	۰/۰۰۰۹۹	۰/۰۰۱۰۰۳	$\varepsilon_c$
۶	۱۷	۲۷۹۴۰	۲۶۴۳۸	۲۳۷۷۹	(MPa) $E_{0c}$
-	۶	۳/۷	-	۳/۵	(MPa) $F_t$

بخش الاستیک و تا نقطه تنش حداقل تطابق قابل قبولی با نتایج مراجع اشاره شده دارند. در جدول ۸ مشخصات مکانیکی بدست آمده در تحقیق حاضر با نتایج مراجع [۱۷] و [۲۲] مقایسه شده است. مطابق با جدول ۸ درصد اختلاف شبیه اولیه نمودار تنش-کرنش تحت بار فشاری (شکل ۱۳-الف) در ناحیه الاستیک با نتایج مرجع [۱۷] و [۲۲] به ترتیب برابر با ۱۷٪ و ۶٪ می باشد. به عبارت دیگر منحنی تنش-کرنش مدل المان محدود تحقیق حاضر رفتار شکننده تری را نسبت به نتایج مراجع اشاره شده نشان می هد، که دلیل اصلی آن اختلاف در شروع و گسترش میکروترکها می باشد. با این حال شبیه اولیه نمودار تحقیق حاضر با اختلاف اندک ۶٪ تطابق قابل قبولی با نتایج مرجع [۲۲] دارد. روند کلی دو نمودار در ناحیه نرم شوندگی

نمونه، نحوه بارگذاری و شرایط تکیه گاهی نمونه صحتسنجی نشان داده شده است.

شکل ۱۳ میانگین نمودار تنش-کرنش بتن حاصل از مدل سازی عددی تحقیق حاضر و نتایج پژوهش مراجع [۱۷] و [۲۲] را نشان می دهد. مطابق با نتایج بدست آمده، حداقل تنش فشاری و کشنی بتن حاصل از مدل سازی عددی به ترتیب برابر با ۲۹/۱۷ و ۳/۶۶ مگاپاسکال بدست آمده است. کرنش متناظر با حداقل تنش فشاری و کشنی نیز به ترتیب برابر با ۰/۰۰۱۰۹ و ۰/۰۰۰۲۴ می باشد. همان طور که در شکل ۱۳ مشاهده می شود، روند کلی نمودار تنش-کرنش حاصل از نتایج مدل سازی عددی تحقیق حاضر و نتایج مراجع اشاره شده تا حدود زیادی مشابه یکدیگر می باشد. هر دو نمودار در



شکل ۱۴. نمودار تنش-کرنش بتن حاصل از مدل عددی و آزمایشگاهی

Fig. 14. Stress-strain curve of concrete obtained from numerical and experimental models

مطابق شکل ۱۴ حداقل مقاومت فشاری بدست آمده از مدل المان محدود و مدل آزمایشگاهی به ترتیب برابر با  $28/7$  و  $29/5$  مگاپاسکال می‌باشد. همان‌طور که در شکل ۱۴ مشاهده می‌شود، شبیه اولیه نمودار در قسمت الاستیک در مدل آزمایشگاهی بیشتر از مدل المان محدود بدست آمده است. به عبارتی منحنی تنش-کرنش مدل آزمایشگاهی رفتار شکننده‌تری را نسبت به مدل المان محدود نشان می‌هد، که دلیل اصلی آن اختلاف در شروع و گسترش ریزترک‌های ایجاد شده و همچنین اثرات ناشی از خروش می‌باشد. با این حال هنوز مدل آزمایشگاهی و عددی وجود ندارد که شروع و گسترش ریزترک‌ها را کاملاً یکسان پیش بینی کند [۱۷]. بر اساس نتایج بدست آمده در شکل ۱۴ روند کلی دو نمودار پس از تنش حداقل و در ناحیه نرم‌شوندگی تا حدود زیادی مشابه با یکدیگر می‌باشند. با این حال تفاوت‌های مشاهده شده در منحنی تنش-کرنش به دلیل اختلاف در توزیع سنگدانه مدل عددی با نمونه آزمایشگاهی، تفاوت درصد حجمی سنگدانه مدل عددی و آزمایشگاهی، ماهیت عملکردی مدل عددی و مواردی از این دست می‌باشد.

**۵-۲- مقاومت چسبندگی کششی**  
همان‌طور که قبلًا اشاره شد، در این تحقیق برای تعیین مقاومت چسبندگی کششی و مقایسه آن با نتایج عددی، در آزمایشگاه از آزمایش "کشش از سطح" استفاده شده است. دو پارامتر اصلی در این آزمون مقاومت چسبندگی کششی و مود گسیختگی می‌باشد. نتایج

(پس از تنش حداقل) نیز تا حدود زیادی به هم نزدیک می‌باشد. با این حال نامنظمی و اختلافات مشاهده شده در منحنی تنش-کرنش به دلیل تفاوت در توزیع سنگدانه و حفرات (به دلیل تصادفی بودن توزیع سنگدانه)، درصد حجمی سنگدانه، ماهیت عملکردی مدل عددی و مواردی از این دست می‌باشد. با در نظر گرفتن این موارد می‌توان تطبیق نتایج رفتار تنش-کرنش حاصل از این تحقیق و نتایج حاصل از مراجع [۱۷] و [۲۲] را قابل قبول دانست.

## ۵- نتایج و بحث

### ۱-۵- مدل رفتاری تنش-کرنش بتن

در این مطالعه مدل رفتاری تنش-کرنش بتن از دو روش آزمایشگاهی و مدل المان محدود تعیین و با یکدیگر مقایسه شده است. در روش آزمایشگاهی با استفاده از دستگاه جک بتن شکن نمودار تنش-کرنش نمونه‌های مکعبی ساخته شده با طرح اختلاط ارائه شده در جدول ۳ پس از ۲۸ روز عمل آوری بدست آورده شده است. در مدل المان محدود، همان‌طور که قبلًا اشاره شد، بتن در مقیاس مزو شامل سه فاز سنگدانه، ملات و ITZ مدل‌سازی می‌شود. مشخصات مصالح تشکیل دهنده بتن در مدل عددی مطابق جدول ۶ در نظر گرفته شده است. پس از ساخت مدل هندسی، نمونه تحت بار فشاری تک محوره قرار گرفته و نمودار تنش-کرنش آن بدست می‌آید. نمودار تنش-کرنش بتن حاصل از نتایج آزمایشگاهی و مدل المان محدود در شکل ۱۴ نشان داده شده است.

## جدول ۹. نتایج بدست آمده از آزمایش "کشش از سطح"

Table 9. “pull-off” test result

نشان گسیختگی (MPa)	نیروی گسیختگی (kN)	شماره آزمایش
۲/۴۸	۴/۸۷	۱
۲/۵۵	۵/۰۱	۲
۱/۹۸	۳/۸۹	۳
۲/۳۱	۴/۵۵	۴
۲/۲۳	۴/۳۸	۵
۲/۳۴	۴/۵۹	۶
۲/۳۲	۴/۵۴	میانگین



شکل ۱۵. نمونه‌هایی از مود گسیختگی حاصل از آزمایش «کشش از سطح».

Fig. 15. Failure mode of “pull-off” test

CFRP به بتن می‌باشد.

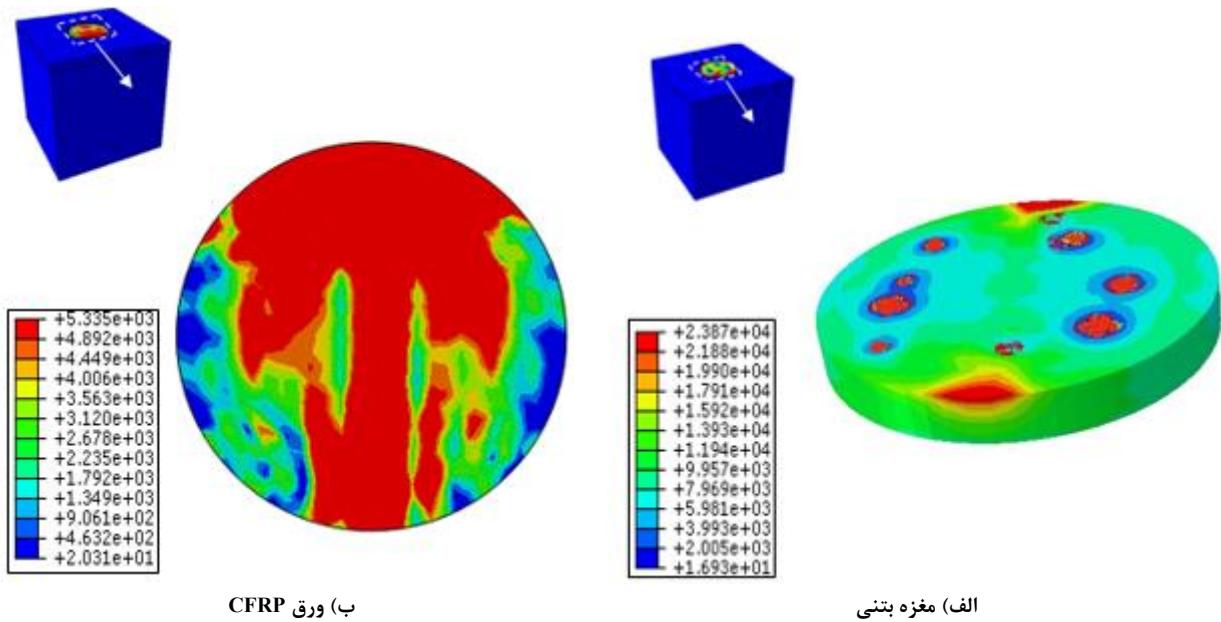
به منظور شبیه سازی آموزن "کشش از سطح" نمونه بتی تقویت شده با ورق CFRP در نرم افزار آباکوس مدل سازی و تحت بارگذاری کششی قرار گرفت. روند توزیع و گسترش تنش در بتن و ورق CFRP

حاصل از مدل سازی عددی در شکل ۱۶ نشان داده شده است.

در شکل ۱۶-الف مشاهده می‌شود که در بخش سنگدانه بتن به دلیل مقاومت و سختی بالا بیشترین مقدار تنش به وجود آمده است. این در حالی است که در ناحیه انتقال (ITZ) و ملات مقدار تنش ایجاد شده کاهش یافته است. از آنجایی که ضعیفترین بخش‌های بتن ناحیه ITZ و ملات می‌باشند، نیروی کششی در این نقاط موجب ایجاد ریزترک‌ها می‌گردد. در این مرحله بخش‌هایی از المان ناحیه ITZ و ملات گسیخته می‌شوند و رابط بین سنگدانه و ITZ نیز قطع می‌گردد. نتایج تحقیقات نشان می‌دهد، افزایش سنگدانه که

مقاومت چسبندگی کششی بدست آمده از آزمایش "کشش از سطح" در جدول ۹ ارائه شده است. همچنین شکل گسیختگی چند نمونه بتی تقویت شده با ورق CFRP تحت آزمایش "کشش از سطح" در شکل ۱۵ نشان داده است.

مطابق با جدول ۹ میانگین نیروی گسیختگی کششی حاصل از ۶ نمونه در آزمایش "کشش از سطح" برابر با ۴/۵۴ نیوتن بدست آمد. با تقسیم نیروی گسیختگی بر سطح اعمال نیرو مطابق با رابطه (۱) (مساحت مغزه، دایره به قطر ۵۰ میلی‌متر) مقدار میانگین مقاومت چسبندگی کششی ۶ نمونه برابر با ۲/۳۲ مگاپاسکال بدست می‌آید. همچنین همان‌طور که در شکل ۱۵ نشان داده شده است، در تمامی نمونه‌های آزمایش شده گسیختگی و جداشده‌گی در بتن بستر مشاهده شد. بر اساس استاندارد ۰۹-ASTM D4541 این نوع گسیختگی، گسیختگی مطلوب می‌باشد و بیانگر چسبندگی کامل ورق



شکل ۱۶. توزیع و گسترش تنش تحت بارگذاری کششی

Fig. 16. Stress distribution under tension loading (a) core of concrete (b) CFRP sheet

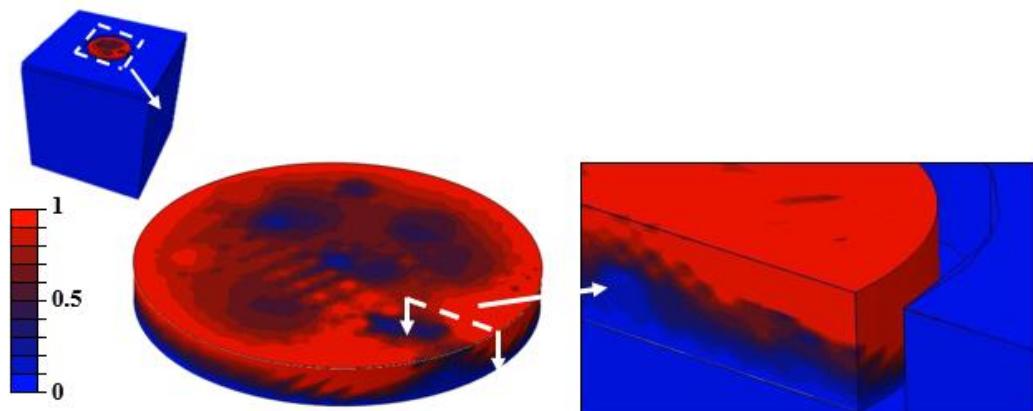


Fig. 17. Damage distribution in the core under tension loading

"کشش از سطح" موجب گسیختگی بتن تحت بارگذاری کششی تک محوره می‌گردد، اما نمی‌توان نتایج آن را مستقیماً به عنوان مقاومت کششی پذیرفت. مطابق شکل ۱۶-ب با توجه به اینکه بارگذاری در مرکز مغزه دایره‌ای شکل اعمال شده است، تنش‌هایی به وجود آمده در ورق CFRP تحت بارگذاری کششی تک محوره غالباً در نوار مرکزی CFRP تمرکز داشته و در اطراف کاهش یافته است. در شکل ۱۷ توزیع آسیب در ناحیه گسیختگی بتن نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل ۱۷ ملاحظه می‌شود، آسیب ایجاد شده در

قوی‌ترین بخش بتن محاسبه می‌شود، ممکن است باعث افزایش مقاومت کششی شود. از طرفی ناحیه انتقال (ITZ) که ضعیف‌ترین بخش بتن است با افزایش مقدار سنگدانه افزایش می‌یابد. بنابراین افزایش حجم سنگدانه می‌تواند مقاومت کششی را افزایش دهد، در حالی که همزان می‌تواند منجر به کاهش آن نیز شود. بر اساس تحقیقات انجام شده مقاومت کششی برای حجم درشت دانه ۳۰ تا ۴۰ درصد حجم کل سنگدانه شروع به اندکی کاهش کرده و برای حجم ۴۰ تا ۶۰ درصد افزایش می‌یابد [۲۳]. علیرغم اینکه آزمایش

## جدول ۱۰. نتایج بدست آمده از آزمایش "پیچش"

Table 10. "twist-off" test result

نشان گسیختگی (MPa)	نیروی گسیختگی (kN.m)	شماره آزمایش
۷/۴۳	۱۸۲/۲	۱
۷/۰۲	۱۷۲/۳	۲
۶/۷۹	۱۶۶/۶	۳
۷/۵۷	۱۸۵/۸	۴
۷/۰۵	۱۷۳/۱	۵
۶/۷۲	۱۶۵	۶
۷/۱	۱۷۴/۲	میانگین

برشی و مود گسیختگی می‌باشد. در زیر این دو پارامتر برای نمونه‌های تقویت شده با ورق CFRP تحلیل و بررسی شده است. در جدول ۱۰ نتایج نیرو و نتش گسیختگی حاصل از آزمایش "پیچش" برای ۶ نمونه تحت آزمایش و میانگین آن‌ها ارائه شده است.

مطابق نتایج جدول ۱۰ میانگین لنگر پیچشی گسیختگی ۶ نمونه تحت آزمایش "پیچش" برابر با ۱۷۴/۲ کیلونیوتون در متر و میانگین نتش برشی گسیختگی از رابطه (۲) برابر با ۷/۱ مگاپاسکال بدست آمده است. در شکل ۱۸ نمونه‌های شکل گسیختگی حاصل از آزمایش "پیچش" نشان داده شده است.

همان طور که در شکل ۱۸ نشان داده شده است، در آزمایش "پیچش" مود غالب گسیختگی در نمونه‌های بتونی تقویت شده با ورق CFRP، شکست بتون بستر است که مطابق استاندارد ASTM D4541-09 [۱۴] گسیختگی مطلوب می‌باشد و بیانگر چسبندگی کامل ورق CFRP به بتون می‌باشد. در نمونه تحت نیروی برشی خالص نتش‌های فشاری و کششی اصلی در صفحه با زاویه ۴۵ درجه قرار دارند. در مواد سکننده مانند بتون صفحه شکست عمود بر صفحه نتش اصلی کششی می‌باشد. همان‌طور که در شکل ۱۸ نشان داده شده است، صفحه گسیختگی ایجاد شده در نمونه بتونی تقویت شده با ورق CFRP در آزمایش "پیچش" صفحه‌ای با زاویه ۴۵ درجه می‌باشد.

برای شبیه سازی آزمایش "پیچش" نمونه بتونی تقویت شده با ورق CFRP در نرمافزار آباکوس مدل‌سازی و تحت بارگذاری برشی

بخش سنگدانه‌ها کمترین مقدار است و در دو بخش دیگر بتون (ملات و ITZ) آسیب کامل مشاهده می‌شود. به دلیل ضعیفتر بودن فازهای ملات و ITZ نسبت به فاز سنگدانه، ریزترک‌ها و آسیب کششی بتون ابتدا در این دو بخش ایجاد می‌شود. سپس با گسترش ریزترک‌ها، آسیب‌های ایجاد شده در بتون نیز گسترش یافته تا در نهایت منجر به گسیختگی بتون می‌شود. این در حالی است که مقدار آسیب ایجاد شده در فاز سنگدانه ناشی از نتش کششی اعمالی به دلیل مقاومت و سختی بالای این بخش بسیار کمتر از دو فاز دیگر است. مطابق با شکل ۱۷ مقدار شاخص آسیب در فاز سنگدانه ناچیز و نزدیک به صفر می‌باشد. با توجه به اینکه سطح گسیختگی ایجاد شده در بتون تحت بارگذاری کششی تک محوره عمود بر صفحه نتش اصلی کششی (صفحه‌ای افقی با زاویه ۰ درجه) می‌باشد، مطابق با نتایج آسیب بدست آمده در شکل ۱۷، در نمونه تحت بارگذاری کششی تک محوره سطح گسیختگی در بتون با زاویه تقریبی ۰ درجه رخ داده است. در آزمایش "کشش از سطح" نیز سطح گسیختگی در بتون بستر و در صفحه افقی با زاویه صفر درجه مشاهده شد (شکل ۱۵)، که تطابق قابل قبولی با مدل عددی دارد.

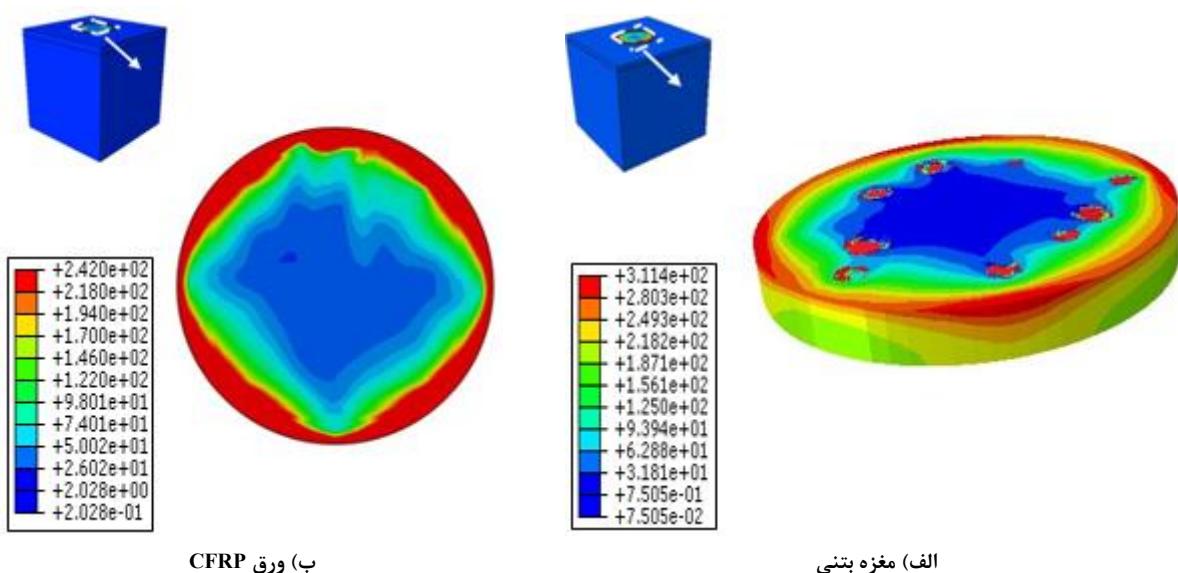
## ۵-۳- مقاومت چسبندگی برشی

به منظور تعیین و ارزیابی مقاومت چسبندگی برشی و مقایسه آن با نتایج عددی، در آزمایشگاه از آزمایش "پیچش" استفاده شده است. دو پارامتر اصلی مورد بررسی در این آزمون مقاومت چسبندگی



شکل ۱۸. نمونه‌هایی از مود گسیختگی حاصل از آزمایش «پیچش».

Fig. 18. Failure mode of “twist-off” test



شکل ۱۹. توزیع و گسترش تنش تحت بارگذاری برشی (پیچش)

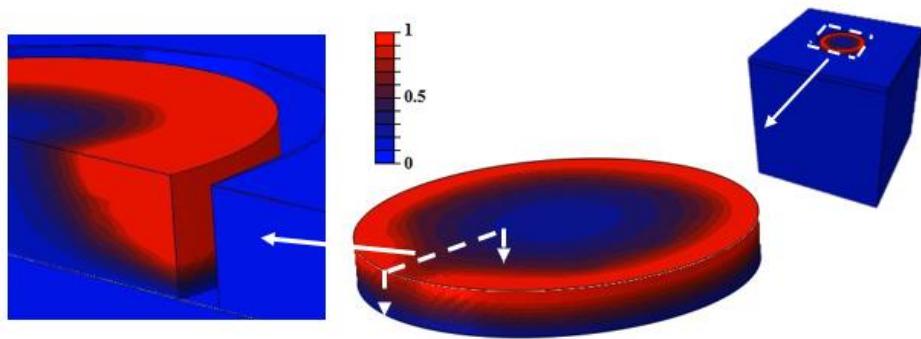
Fig. 19. Stress distribution under shear(torsion) loading (a) core of concrete (b) CFRP sheet

اطراف مغزه دایره‌ای شکل بتن به وجود آمده است. به همین دلیل (افزایش تنش ناشی از افزایش شعاع ۲ در رابطه ۲) در ورق CFRP نیز تحت لنگر پیچشی تمرکز تنش در اطراف ورق می‌باشد و در مرکز به حداقل مقدار خود رسیده است. در شکل ۲۰ توزیع آسیب در ناحیه گسیختگی بتن نشان داده شده است.

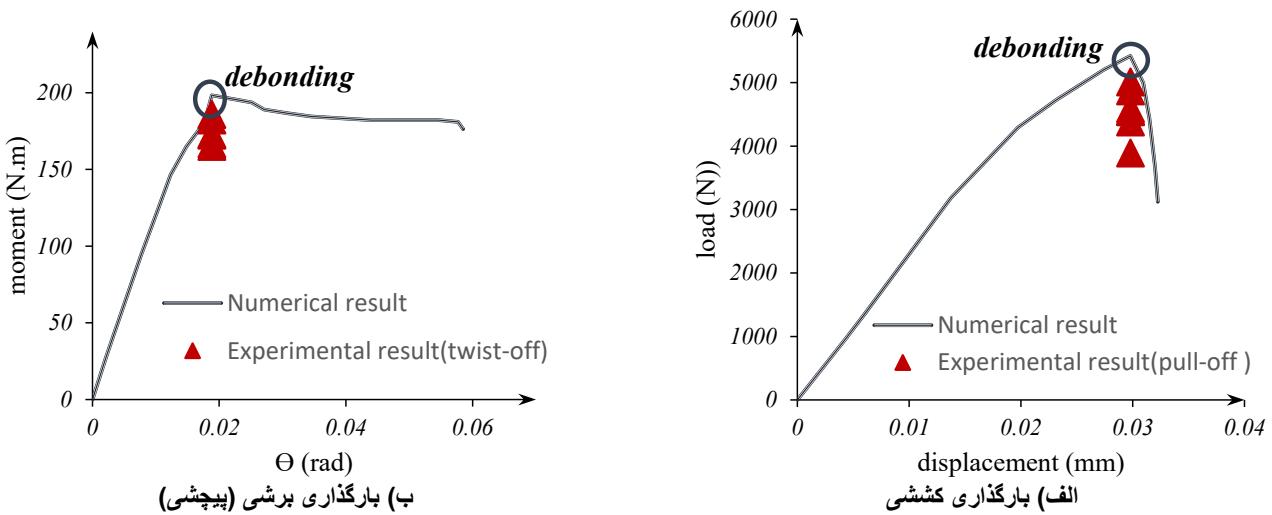
مسیر گسترش جداسدگی در نمونه بتونی تقویت شده با ورق CFRP به مشخصات بتون بستر، ورق CFRP و سطح مشترک آن دو (ماتریس چسب) وابسته است. بدیهی است که گسیختگی، مسیر با مقاومت حداقل را طی می‌کند که با توجه به تحقیقات انجام شده

قرار گرفت. روند توزیع و گسترش تنش در بتن و ورق CFRP حاصل از مدل‌سازی عددی در شکل ۱۹ نشان داده شده است.

همان‌طور که در شکل ۱۹ مشاهده می‌شود، در نمونه تحت بارگذاری برشی نیز مشابه بارگذاری کششی در سنگدانه‌ها به عنوان مقاومترین بخش بتون بیشترین مقدار تنش ایجاد شده است، بخش ITZ و ملات در مقایسه با سنگدانه‌ها به دلیل ضعیفتر بودن، تنش کمتری تحمل می‌کنند. بدیهی است که در بارگذاری پیچشی با توجه به رابطه ۲ مقدار تنش برشی ناشی از اعمال لنگر پیچشی با فاصله گرفتن از مرکز دایره (مغزه) افزایش می‌یابد بنابراین تمرکز تنش در



شکل ۲۰. روند گسترش آسیب در مغزه بتنی تحت بارگذاری برشی (پیچش)  
Fig. 20. Damage distribution in the core under shear(torsion) loading



شکل ۲۱. نمودار بار-جابه جایی  
Fig. 21. Load-displacement curve (a) tension loading (b) torsion loading

۴-۵- مقایسه مقاومت چسبندگی حاصل از مدل عددی و آزمایشگاهی در شکل ۲۱ منحنی بار-جابه جایی حاصل از مدل عددی تحت بارگذاری کششی و برشی (پیچشی) نشان داده شده است.

مطابق با شکل ۲۱، حداکثر نیروی کششی و لنگر پیچشی در نمونه تقویت شده با ورق CFRP در مدل سازی عددی به ترتیب برابر ۵۴۲۰ (نیوتون) و  $\frac{۱۹۸}{۳۱}$  (نیوتون در متر) و جابه جایی متناظر با آن به ترتیب برابر با  $۰/۰۲۹$  (میلی متر) و  $۰/۰۱۸$  (رادیان) بدست آمده است. به منظور مقایسه نتایج عددی با آزمایشگاهی در جدول ۱۱ نتایج مقاومت چسبندگی نهایی حاصل از مدل عددی تحت بارگذاری کششی و برشی (پیچشی) و نتایج آزمایش "کشش از سطح" و

در این زمینه غالباً در بتون صورت می‌گیرد [۲۴]. در نمونه تحت نیروی برشی خالص تنש‌های فشاری و کششی اصلی در صفحه با زاویه ۴۵ درجه قرار دارند. در مواد شکننده مانند بتون صفحه شکست عمود بر صفحه تنش اصلی کششی می‌باشد. همان‌طور که در شکل ۱۸ نشان داده شده است، سطح گسیختگی ایجاد شده در نمونه بتونی تقویت شده با ورق CFRP در آزمایش "پیچش" سطحی با زاویه ۴۵ درجه می‌باشد، مطابق شکل ۲۰، در مدل عددی نیز مشابه نتایج آزمایشگاهی سطح گسیختگی در بتون و در صفحه‌ای با زاویه تقریبی ۴۵ درجه (یعنی عمود بر صفحه تنش اصلی کششی) رخ داده است که نشان‌دهنده تطابق مناسب نتایج عددی با آزمایشگاهی می‌باشد.

جدول ۱۱. مقایسه مقاومت چسبندگی حاصل از مدل عددی و آزمایشگاهی  
Table 11. Comparison of bond strength obtained from numerical and experimental models

درصد اختلاف (۲) به (۱)	میانگین مقاومت چسبندگی (MPa)		مود گسیختگی		نوع بارگذاری
	عددی (۲)	آزمایشگاهی (۱)	عددی	آزمایشگاهی	
%۱۸	۲/۷۶	۲/۳۲	بتن بستر	بتن بستر	کشش
%۱۳	۸/۰۹	۷/۱	بتن بستر	بتن بستر	برش (پیچش)

بیش از مقاومت چسبندگی کششی می‌باشد [۲۵]. مطابق نتایج آزمایشگاهی همان‌طور که در جداول ۹ و ۱۰ نیز مشاهده می‌شود، مقاومت چسبندگی در آزمایش "پیچش" بیشتر از آزمایش "کشش از سطح" می‌باشد. بیشتر بودن مقادیر مقاومت چسبندگی پیچشی نسبت به مقاومت چسبندگی کششی را می‌توان به تنش‌های فشاری که بر اثر اعمال بارگذاری پیچشی بوجود می‌آیند، نسبت داد. این تنش‌های فشاری باعث افزایش نیروی اصطکاک، قفل و بست بیشتر و در نتیجه افزایش مقامات چسبندگی می‌گردد. آزمایش "کشش از سطح" محافظه کارانه‌ترین مقاومت چسبندگی را ارائه می‌دهد، زیرا تحت تأثیر اصطکاک و سایر نیروهای دیگر نمی‌باشد.

#### ۶- نتیجه‌گیری

هدف این مقاله بررسی مقاومت چسبندگی و روند گسیختگی بتن تقویت شده با ورق CFRP تحت بارگذاری کششی و برشی با روش عددی و آزمایشگاهی می‌باشد. آزمایشات انجام شده در این تحقیق شامل آزمایش "کشش از سطح" و "پیچش" به منظور تعیین مقاومت چسبندگی کششی و برشی نمونه‌ها می‌باشد. تحلیل اجزای محدود به صورت سه بعدی و شامل مدل‌سازی بتن (در مقیاس مزو)، ورق CFRP و ناحیه اتصال آن‌ها با بکارگیری مدل ناحیه چسبنده (CZM) می‌باشد. با توجه به مطالعه ارائه شده، می‌توان نتایج اصلی (CZM) را به شرح ذیل بیان نمود:

- ۱- مطابق نتایج عددی، به دلیل مقاومت و سختی بالای بخش سنگدانه بتن، بیشترین مقدار تنش در این بخش به وجود آمده است. همچنین در این بخش معیار آسیب به وجود آمده نسبت به دو بخش دیگر (ملات و ITZ) کمترین مقدار است.
- ۲- ناحیه انتقال (ITZ) اطراف سنگدانه‌ها و همچنین بخش ملات

"پیچش" ارائه شده است. مطابق نتایج جدول ۱۱ حداکثر مقاومت گسیختگی تحت بار کششی تک محوره در مدل عددی ۲/۷۶ مگاپاسکال بدست آمده است، این در حالی است که مقدار مقاومت چسبندگی بدست آمده از آزمایش "کشش از سطح" ۲/۳۲ مگاپاسکال می‌باشد، بنابراین میزان اختلاف مدل عددی نسبت به مدل آزمایشگاهی ۱۸ درصد می‌باشد. مطابق با شکل ۲۱ و نتایج جدول ۱۱ حداکثر مقاومت گسیختگی حاصل از مدل عددی تحت بارگذاری برشی (پیچشی) ۸/۰۹ مگاپاسکال و طبق نتایج آزمایشگاهی تحت آزمایش "پیچش" با اختلاف ۱۳ درصد نسبت به مدل عددی، ۷/۱ مگاپاسکال بدست آمده است. باید توجه داشت که نواحی سطحی یک قطعه بتنی به دلیل تأثیرپذیری از میزان فشردگی در قالب، تماس با روغن‌های قالب‌بندی، هیدراسیون ناکافی سیمان در سطح بتن و همچنین تأثیر عوامل آسیب‌رسان محیطی، تفاوت زیادی با مقاومت داخلی قطعه بتنی دارد. این عوامل موجب کاهش مقاومت در نواحی سطحی بتن می‌گردد. با توجه به اینکه عوامل اشاره شده در مدل عددی نادیده گرفته می‌شود، بنابراین مقاومت گسیختگی بدست آمده از مدل عددی بیشتر از مدل آزمایشگاهی می‌باشد. با در نظر گرفتن عوامل تأثیرگذار آزمایشگاهی می‌توان گفت نتایج بدست آمده از مدل عددی با نتایج آزمایشگاهی تطبیق قابل قبولی دارد.

مطابق نتایج حاصل از مدل عددی مقدار مقاومت چسبندگی برشی نمونه بتنی تقویت شده با ورق CFRP بیشتر از مقاومت چسبندگی کششی بدست آمده است. بر اثر اعمال لنگر پیچشی تنش‌های فشاری در نمونه ایجاد می‌شود. این تنش‌های فشاری موجب قفل و بست بیشتر اجزای بتن و در نتیجه افزایش پیوند بین آن‌ها می‌گردد. نتایج پژوهش‌های مختلف نیز نشان می‌دهد غالباً مقاومت چسبندگی برشی

mm	قطر بزرگترین سنگدانه ،	$d_{\max}$
mm/mm	کرنش فشاری،	$\epsilon_c$
mm/mm	کرنش کششی،	$\epsilon_t$
mm .CFRP	عرض ورق	$b_f$
N/mm <sup>2</sup>	مقاومت کششی بتن،	$f_{ct}$
mm	جابه جایی،	$\delta$
J/mm <sup>2</sup>	انرژی شکست بحرانی،	$G_{cr}$

### مراجع

- [1] A. Di Tommaso, U. Neubauer, A. Pantuso, F.S. Rostasy, Behavior of adhesively bonded concrete-CFRP joints at low and high temperatures, Mechanics of Composite Materials, 37(4) (2001) 327-338 %@ 0191-5665
- [2] J. Yao, J.G. Teng, J.F. Chen, Experimental study on FRP-to-concrete bonded joints, Composites Part B: Engineering, 36(2) (2005) 99-113 %@ 1359-8368.
- [3] J.G. Teng, J.-F. Chen, S.T. Smith, L. Lam, FRP: strengthened RC structures, 2002.
- [4] B. Mohammadi, K.S. Asl, A. Farrokhabadi, Matrix cracking and induced delamination in symmetrically laminated composites subjected to static loading by using multi scale damage mechanics, (2017).
- [5] V. Palmieri, L. De Lorenzis, Multiscale modeling of concrete and of the FRPâ€“concrete interface, Engineering Fracture Mechanics, 131 (2014) 150-175 %@ 0013-7944.
- [6] Y.B. Zaitsev, F.H. Wittmann, Simulation of crack propagation and failure of concrete, MatÃ©riaux et Construction, 14(5) (1981) 357-365 %@ 0025-5432.
- [7] G.I. Barenblatt, The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture, Advances in applied mechanics, 7(1) (1962) 55-129.
- [8] J. Wang, Cohesive-bridging zone model of FRPâ€“concrete interface debonding, Engineering fracture mechanics, 74(17) (2007) 2643-2658 %@ 0013-7944.
- [9] F. Chen, P. Qiao, Debonding analysis of FRPâ€“concrete interface between two balanced adjacent flexural cracks in plated beams, International journal of solids and structures, 46(13) (2009) 2618-2628 %@ 0020-7683..

به دلیل تخلخل بالا و مقاومت کم نسبت به بخش سنگدانه ضعیفتر می باشند. از این رو ریزترکها و به دنبال آن آسیب و گسیختگی به راحتی در این دو بخش رشد می کنند.

۳- مطابق نتایج عددی تحت بارگذاری کششی تک محوره، تنש های به وجود آمده در ورق CFRP غالباً در نوار مرکزی ورق تمکر داشته و در اطراف کاهش یافته است. این در حالی است که تحت بارگذاری برشی بیشترین مقدار تنش در اطراف ورق CFRP متتمرکز شده است.

۴- مطابق نتایج آزمایشگاهی بدست آمده از روش "کشن از سطح" و "پیچش" و همچنین نتایج عددی، در نمونه بتی تقویت شده با ورق CFRP مقاومت چسبندگی برشی بیشتر از مقاومت چسبندگی کششی می باشد. بر اثر اعمال بارگذاری پیچشی، در نمونه سطح بالایی از تنش های فشاری ایجاد می شود که موجب افزایش قفل و بست و نیروی اصطکاک و در نتیجه افزایش مقاومت چسبندگی می گرددند.

۵- مطابق نتایج بدست آمده آزمایش "کشن از سطح" محافظه کارانه ترین مقاومت چسبندگی را ارائه می دهد، زیرا تحت تأثیر نیروی اصطکاک و سایر نیروهای دیگر نمی باشد.

۶- بر اساس نتایج مقاومت چسبندگی و شکل گسیختگی پیش بینی شده در مدل المان محدود و انطباق مناسب آن با نتایج آزمایشگاهی، استفاده از مدل CZM موجود در نرم افزار آباکوس برای ناحیه اتصال CFRP-بتن مدل مناسبی به نظر می رسد.

### فهرست علائم

مساحت،	$A$
معیار آسیب فشاری	$d_c$
معیار آسیب کششی	$d_t$
تنش نرمال،	$\sigma$
نیرو،	$P$
تنش برشی،	$\tau$
لنگر پیچشی،	$T$
شعاع دیسک فلزی ،	$r$
مان اینرسی قطبی،	$J$
درصد تجمعی سنگدانه های رد شده از الک با قطر	$P(d)$

- [19] X.Z. Lu, J.G. Teng, L.P. Ye, J.J. Jiang, Bondâ€“slip models for FRP sheets/plates bonded to concrete, *Engineering structures*, 27(6) (2005) 920-937 %@ 0141-0296.
- [20] M.L. Benzeggagh, M. Kenane, Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed-mode bending apparatus, *Composites science and technology*, 56(4) (1996) 439-449 %@ 0266-3538.
- [21] X. Liu, J. Jiang, G. Wang, J. Wang, R. Xu, Debonding analysis of curved RC beams externally bonded with FRP plates using CZM, *Engineering Structures*, 205 (2020) 110103 %@ 110141-110296.
- [22] L.N. Lowes, Finite element modeling of reinforced concrete beam-column bridge connections, University of California, Berkeley, 1999.
- [23] I.M. Nikbin, M.H.A. Beygi, M.T. Kazemi, J.V. Amiri, E. Rahmani, S. Rabbanifar, M. Eslami, A comprehensive investigation into the effect of aging and coarse aggregate size and volume on mechanical properties of self-compacting concrete, *Materials & Design*, 59 (2014) 199-210 %@ 0261-3069.
- [24] O. Buyukozturk, O. Gunes, E. Karaca, Progress on understanding debonding problems in reinforced concrete and steel members strengthened using FRP composites, *Construction and Building Materials*, 18(1) (2004) 9-19 %@ 0950-0618.
- [25] R. Chendes, S. Dan, L. Courard, Comparison of shear and pull-off tests for testing adhesion of different content limestone fillers mortars used as repair system, *Construction sustainability: efficient solution for design, execution and rehabilitation of the building* %@ 6065546623, (2013).
- [10] R. Xu, C. Liu, CZM-based debonding simulation of cracked beams strengthened by FRP sheets, *Journal of engineering mechanics*, 138(2) (2012) 210-220 %@ 0733-9399.
- [11] C. Carloni, T. Dâ€™Antino, L.H. Sneed, C. Pellegrino, Three-dimensional numerical modeling of single-lap direct shear tests of FRCM-concrete joints using a cohesive damaged contact approach, *Journal of Composites for Construction*, 22(1) (2018) 04017048 %@ 04011090-04010268.
- [12] B.S. En, 480-11. Admixtures for concrete, mortar and grout-test methods-part 11: determination of air void characteristics in hardened concrete, London: British Standards Institution, (2005).
- [13] A.I. Astm, D7522, D7522M,â€œStandard Test Method for Pull-Off Strength for FRP Laminate Systems Bonded to Concrete Substrate, (2015).
- [14] D. Astm, 4541, Standard Test Method for Pull-Off Strength of Coatings Using Portable Adhesion Testers, Annual Book of ASTM Standards, (2002) 1-13
- [15] M. Naderi, New twist-off method for the evaluation of in-situ strength of concrete, *Journal of Testing and Evaluation*, 35(6) (2007) 602-608 %@ 0090-3973.
- [16] A.J. Wagner, A practical introduction to the lattice Boltzmann method, *Adt. notes for Statistical Mechanics*, 463 (2008) 663.
- [17] Q. Xiong, X. Wang, A.P. Jivkov, A 3D multi-phase meso-scale model for modelling coupling of damage and transport properties in concrete, *Cement and Concrete Composites*, 109 (2020) 103545 %@ 100958-109465.
- [18] F. Javidrad, M. Mashayekhy, A Cohesive zone model for crack growth simulation in AISI 304 Steel, *Journal of Solid Mechanics*, 6(4) (2014) 378-388 %@ 2008-3505.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M. Naderi, R. Rahbari, Numerical and experimental study of failure mode of CFRP strengthened concrete under tension and shear loading, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 53(1) (2021) 35-56.

DOI: [10.22060/ceej.2021.19027.7033](https://doi.org/10.22060/ceej.2021.19027.7033)



