



## ارائه رویکرد فازی برای طراحی خطوط مترو، نمونه موردی توسعه متروی تهران

امیررضا مهدوی<sup>۱</sup>، امیررضا ممدوحی<sup>۲\*</sup>، مهدیه الله‌ویرنلو<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>-دانشکده مهندسی عمران و محیط‌زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

<sup>۲</sup>-دانشکده فنی و مهندسی، کالج شهر نیویورک، نیویورک، آمریکا

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۲۵

بازنگری: ۱۳۹۹/۰۴/۲۴

پذیرش: ۱۳۹۹/۰۵/۲۸

ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۱۰/۲۹

### کلمات کلیدی:

مدل برنامه‌ریزی ریاضی فازی

ضرایب فازی

طراحی خط مترو

رویکرد غیرقطعی

مکان‌یابی خط

**خلاصه:** از آنجا که احداث خطوط مترو بسیار هزینه‌بر است و همچنین ذی‌نفعان بسیاری بعضاً با اهداف متناسب نیز دارد، طراحی آن از مسائل مهم و چالشی برای برنامه‌ریزان و مهندسان حمل و نقل محسوب می‌شود. با توجه به ضعف‌های رویکرد قطعی، در این پژوهش یک رویکرد فازی برای طراحی خطوط مترو پیشنهاد و برای توسعه خطوط متروی تهران پیاده‌سازی می‌گردد. در مدل‌های پیشنهادی از دو تابع هدف ۱- بیشینه کردن پوشش شبکه و کمینه کردن هزینه ساخت و ۲- بیشینه کردن نسبت پوشش به هزینه ساخت استفاده می‌شود. برای محاسبه جمعیت جذب شده به ایستگاه یک روش فازی و برای اعمال قید حداقل و حداقل طول کمان، یک ضریب جرمیه فازی پیشنهاد می‌گردد. نتایج طراحی خطوط جدید (خط ۸ الی ۱۳) شبکه متروی تهران با رویکرد فازی خطی حاکی از طول کل ۱۳۹/۳ کیلومتر و ۱۱۸ ایستگاه است (هزینه احداث ۴۷/۷ هزار میلیارد تومان) و نسبت بهبود عملکردی (از نظر تopolوژی و پوشش) به هزینه ساخت برابر با ۱/۵۲ درصد به ازای هزار میلیارد تومان سرمایه‌گذاری است. از طرفی نتایج طراحی با رویکرد فازی غیرخطی بیانگر طول کل ۱۴۴/۶ کیلومتر و ۱۲۰ ایستگاه است که با توجه به هزینه ساخت ۴۹/۴ هزار میلیارد تومانی، نسبت بهبود به هزینه آن برابر با ۱/۴۸ درصد است. مقایسه دو رویکرد نشان می‌دهد که رویکرد فازی می‌تواند ۲۳ درصد بیشتر از رویکرد قطعی وضعیت شبکه را از لحاظ شاخص بهبود عملکردی به هزینه، ارتقا دهد. رویکرد پیشنهادی این مقاله می‌تواند مهندسان و برنامه‌ریزان حمل و نقل را در طراحی کارانه خطوط مترو یاری نماید.

### ۱- مقدمه

با توجه به ابعاد بسیار بزرگ مسئله طراحی شبکه مترو برای یک شهر، می‌توان گفت تقریباً یافتن جواب دقیق آن با استفاده از روش‌های کلاسیک غیر ممکن است. از این‌رو معمولاً در ادبیات تخصصی برای حل چنین مسائلی از روش‌های ابتکاری یا فراابتکاری استفاده می‌گردد. در این پژوهش هدف ارائه طرحی برای توسعه شبکه متروی شهر تهران، برمبنای یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی فازی با استفاده از یک روش ابتکاری پیشنهادی است. همچنین فرض بر آن است که خطوط ۶ و ۷ شبکه متروی شهر تهران به بهره‌داری رسیده‌اند. از طرفی دیگر فرض می‌گردد کریدورهای طراحی خطوط جدید شبکه متروی شهر تهران از پیش تعیین شده‌اند. همچنین شبکه‌های طراحی شده با رویکرد فازی پیشنهادی و رویکرد قطعی (که در مطالعات پیشین مورد توجه محققان بوده است)، با استفاده از شاخص‌های ارزیابی شبکه مقایسه می‌گردد. در ادامه مقاله به مرور ادبیات تخصصی، روش‌شناسی، مدل‌سازی و تحلیل و در نهایت به نتیجه‌گیری و پیشنهادها پرداخته می‌شود.

در بین شیوه‌های مختلف حمل و نقل همگانی، مترو با توجه به ویژگی‌های منحصر به فردی که دارد، دارای ذی‌نفعان فراوانی از سطح مدیران و برنامه‌ریزان شهری تا شهروندان است که این ذی‌نفعان دارای خواسته‌ها و انتظارات متفاوت و بعض‌ا متضاد هستند. از طرفی دیگر با توجه به هزینه بسیار بالای ساخت آن (۸۰ الی ۱۶۰ میلیون دلار [۱]), در ادبیات تخصصی توصیه می‌گردد که برای طراحی شبکه مترو از روش‌های تحقیق در عملیات استفاده شود. در غالب مطالعات پیشین، از مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی قطعی برای خطوط مترو استفاده شده است. یکی از بزرگترین ضعف‌های مدل‌های قطعی این است که هنگامی که یک جواب به مقدار ناچیزی یکی از قبود مسئله را نقض کند، از مجموعه جواب‌های امکان پذیر خارج می‌شود، حتی اگر مقدار تابع هدف را به مقدار قابل توجه بهبود دهد. از این رو یکی از راهکارهای پیشنهادی استفاده از قیدهای فازی، به جای قیدهای دقیق است.

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: armamdoohi@modares.ac.ir

(Creative Commons License) حقوق مؤلفین به نویسنده‌گان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس <https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode> دیدن فرمائید.



## ۲- مرور ادبیات تخصصی

ضرایب جریمه فازی و هم از قیدهای فازی استفاده می‌گردد. برای طراحی این خطوط از داده‌های ۶۲۱ ناحیه ترافیکی شهر تهران (جمعیت هر ناحیه و مختصات مرکز هندسی هر ناحیه) و داده‌های شبکه متروی تهران (با فرض بهره‌برداری از خطوط ۶ و ۷) استفاده می‌گردد. در بخش بعدی روش‌شناسی و سپس تحلیل نتایج و در نهایت جمع‌بندی و نتیجه‌گیری ارائه خواهد شد.

### ۳- روش‌شناسی

در ادبیات تخصصی برای جمعیت جذب شده به یک ناحیه در صورت احداث ایستگاه، روش دایره‌های هم مرکز (شکل ۱) پیشنهاد گردیده است [۲ و ۴]. در این روش حول مرکز جمعیت ناحیه مورد نظر سه دایره با شعاع‌های ۴۰۰، ۶۰۰ و ۸۰۰ متر ترسیم می‌گردد. ۱۰۰ درصد جمعیت نواحی که فاصله مرکز جمعیت آن‌ها از مرکز جمعیت ناحیه مورد نظر کمتر از ۴۰۰ متر است ( $m_1$ )، جذب ناحیه مورد نظر می‌شوند، در صورتی که این فاصله در بازه ۴۰۰ تا ۶۰۰ متر قرار بگیرد، درصد جذب برابر با  $50\%$  ( $m_2$ )، در صورتی که این فاصله در بازه ۶۰۰ تا ۸۰۰ متر قرار داشته باشد، درصد جذب برابر با  $25\%$  ( $m_3$ ) و در صورتی که فاصله دو ناحیه از  $800$  متر بیشتر باشد هیچ جمعیتی جذب ایستگاه نخواهد شد ( $m_4$ ).

در این مقاله جهت پیوسته کردن ضرایب جذب مطرح شده مطابق با شکل ۱، برای محاسبه ضریب جذب استفاده از سیستم استنتاج فازی که توابع عضویت آن مطابق با شکل ۲ است، پیشنهاد می‌گردد. برای محاسبه درصد جذب اگر  $d_{ij}$  فاصله کم محسوب شود،  $100\%$  درصد جمعیت ناحیه  $j$  جذب ناحیه  $i$  می‌شوند. اگر  $d_{ij}$  فاصله متوسط باشد،  $50\%$  درصد، اگر  $d_{ij}$  فاصله زیاد محسوب شود،  $25\%$  درصد و در نهایت اگر  $d_{ij}$  فاصله خیلی زیاد محسوب شود، جمعیت ناحیه  $j$  اصلاً جذب ناحیه  $i$  نمی‌شوند.

در ادبیات تخصصی طول کمان‌ها در بازه  $500$  تا  $2000$  متر پیشنهاد گردیده است. در حومه شهر فاصله ایستگاه‌ها بیشتر و در مرکز شهر فاصله ایستگاه‌های کمتر توصیه می‌گردد [۴]. از طرفی واضح است که هر چه طول کمان کوتاه‌تر باشد، ایستگاه‌ها به یک‌دیگر نزدیک‌تر می‌شوند و پوشش شبکه بهتر خواهد بود اما اگر طول کمان‌ها بیش از حد کوتاه باشد، عملکرد قطارها و سرویس‌دهی شبکه می‌تواند دچار مشکل شود [۴].

با توجه به داده‌های گردآوری شده برای  $50$  شهر جهان مشخص می‌گردد که  $14$  شهر دارای متوسط طول کمان  $500$  الی  $900$  متر،  $22$  شهر دارای متوسط طول  $900$  الی  $1300$  متر و  $14$  شهر دارای متوسط طول کمان  $1300$  الی  $1800$  متر هستند. در این پژوهش پیشنهاد می‌گردد به

به طور کلی در ادبیات تخصصی برای مدل‌سازی شبکه‌های حمل و نقل ریلی شهری از یک گراف با نامad G(N,E) استفاده می‌شود که در آن  $N$  و  $E$  به ترتیب مجموعه‌ی گره‌ها و کمان‌های گراف (ایستگاه‌ها و فضاهای بین ایستگاه‌ها) هستند. همچنین طراحی خطوط شبکه با فرض احداث ایستگاه در مراکز نواحی ترافیکی انجام می‌شود [۲]. در اکثر پژوهش‌های پیشین، از مدل برنامه‌ریزی ریاضی دوتایی برای طراحی خطوط یا شبکه حمل و نقل ریلی شهری استفاده شده است. به نحوی که  $y_i$  بیانگر متغیر تصمیم احداث ایستگاه در ناحیه ترافیکی  $i$  است که اگر در این ناحیه ایستگاه احداث گردد برابر با یک و در غیر این صورت برابر با صفر خواهد بود. همچنین  $J$  نیز بیانگر متغیر تصمیم احداث کمان (فضای بین ایستگاهی یا تونل) بین نواحی  $i$  و  $j$  است به صورتی که اگر کمان احداث شود برابر با یک و در غیر این صورت برابر با صفر است [۲]. در ادبیات تخصصی به طور کلی بیشتر از سه معیار کمینه کردن هزینه‌ها (هزینه‌های ساخت تونل و ایستگاه و غیره)، بیشینه کردن پوشش جمعیتی و بیشینه کردن تقاضای سرویس داده شده برای طراحی شبکه حمل و نقل ریلی شهری استفاده شده است [۲]. با توجه به اینکه ابعاد مسئله طراحی شبکه مترو بسیار بزرگ است و در غالب موارد نمی‌توان جواب دقیق آن را یافت، در پژوهش‌های پیشین برای حل آن از روش‌های ابتکاری و فراتکاری متفاوتی استفاده شده است. در جدول ۱ خلاصه‌ای از پژوهش‌های پیشین ارائه می‌گردد.

مطالعات دیگری نیز به بررسی جنبه‌های دیگر شبکه‌های مترو پرداخته‌اند. به عنوان مثال در پژوهشی به ارزیابی شبکه مترو شهر تهران پرداخته شد. این مطالعه حاکی از آن بود که برای بهبود شرایط توپولوژی و پوشش شبکه، متروی تهران نیازمند احداث خطوط جدید است [۲۳]. در مطالعه‌ای دیگر مدل‌های رگرسیونی جهت تخمین اولیه تعداد ایستگاه و طول مورد نیاز شبکه مترو پیشنهاد نمودند. در مدل‌های پیشنهادی از متغیرهایی همانند مساحت، جمعیت و تولید ناخالص داخلی شهر و متغیر ساختگی برای قاره استفاده شده بود [۲۴].

هر یک از مطالعه‌ها در تابع هدف و قیدهای مسئله طراحی شبکه از معیارهای مختلفی استفاده نموده‌اند اما مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی که دارای پارامترها و قیدهای فازی باشند، کمتر مورد توجه پژوهشگران بوده است. از این رو در این پژوهش هدف طراحی خطوط جدید شبکه متروی تهران با کمترین هزینه ساخت و بیشترین پوشش جمعیتی ممکن با استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی فازی است که در این مدل پیشنهادی هم از

## جدول ۱. برخی پژوهش‌ها در زمینه طراحی شبکه مترو

Table 1. Some researches on subway network design problem

پژوهشگر (سال)	موضوع	تابع هدف	قیدهای مهندسی	روش حل
و Dufourd همکاران [۳] (۱۹۹۶)	مکان‌یابی خط	بیشینه کردن پوشش جمعیتی شبکه	حذاقل و حداکثر طول کمان	جست و جوی ممنوع
و Bruno همکاران [۴] (۲۰۰۲)	طراحی شبکه و راهه روشن حل ابتکاری	بیشینه کردن پوشش جمعیتی شبکه	حذاقل و حداکثر طول کمان	الگوریتم ابتکاری ارائه شده در مقاله
و Labbe همکاران [۵] (۲۰۰۴)	مکان‌یابی خط حلقه‌ای	کمینه کردن هزینه ساخت	حذاقل و حداکثر طور کمان	شاخه و بریدن
Marin [۶] (۲۰۰۷)	مدل طراحی شبکه مترو	بیشینه کردن پوشش سفرهای حمل و نقل همگانی و کمینه کردن هزینه ساخت	حذاقل و حداکثر طول کمان و حذاقل تقاضای پوشش داده شده	شاخه و کرانه
Marin & Jaramillo [۷] (۲۰۰۸)	افزایش ظرفیت شبکه مترو	بیشینه کردن پوشش تقاضا و کمینه کردن هزینه ساخت	در نظر گرفتن بودجه و تقاضای سرویس‌داده شده	روش ابتکاری ارائه شده در مقاله
Marin & Jaramillo [۸] (۲۰۰۹)	طراحی شبکه مترو	بیشینه کردن پوشش تقاضا با استفاده از زیرساخت جدید	در نظر گرفتن بودجه و تعداد خطوط جدید	تجزیه بندرز
کرمانتاشاهی و همکاران [۹] (۲۰۱۰)	طراحی شبکه مترو	بیشینه کردن پوشش شبکه	قید بودجه	تبرید
و Laporte همکاران [۱۰] (۲۰۱۱)	طراحی شبکه مترو تقویت شده	کمینه کردن تاثیر خرابی‌ها بر تقاضای پوشش داده شده	قید بودجه، در نظر گرفتن مسیرهای متفاوت بین تمامی مبدأ – مقصد، قید حذاقل تقاضا	شاخه و کرانه
افندیزاده و همکاران [۱۱] (۲۰۱۱)	طرحی شبکه مترو	کمینه کردن اختلاف بین طول کل شبکه و طول تمامی کوتاهترین مسیرها و کمینه کردن زمان سفر و تقاضای پوشش نداده شده	حذاقل و حداکثر طول کمان و زاویه بین کمان‌های متوالی	الگوریتم ژنتیک
Gutierrez Jarpa و همکاران (۲۰۱۳)	طراحی شبکه مترا	کمینه کردن هزینه ساخت و بیشینه کردن تعداد سفرهای قابل سرویس‌دهی	قیدهای توپولوژی شبکه	شاخه و بریدن
Laporte & Pascoal [۱۳] (۲۰۱۵)	طراحی شبکه مترو	بیشینه کردن پوشش جمعیتی و کمینه کردن هزینه ساخت	حذاقل و حداکثر طول کمان	الگوریتم مسیر مبنا
Martins de Sa [۱۴] (۲۰۱۵)	تعیین موقعیت ایستگاه‌های تبادلی	کمینه کردن زمان سفر وزن دار تمامی مبدأ-مقصد	قید بودجه	شاخه و بریدن بندرز
و Conca همکاران [۱۵] (۲۰۱۶)	طراحی شبکه، طراحی خط و	بیشینه کردن کل سود شبکه	در نظر گرفتن بودجه، تقاضا و ظرفیت ناوگان	ترکیب بهینه‌سازی

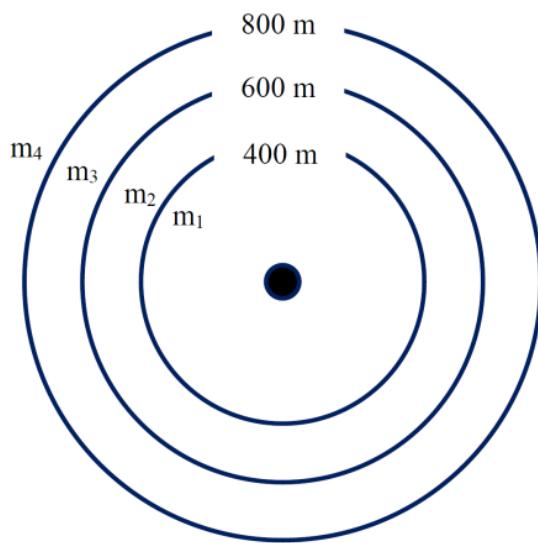
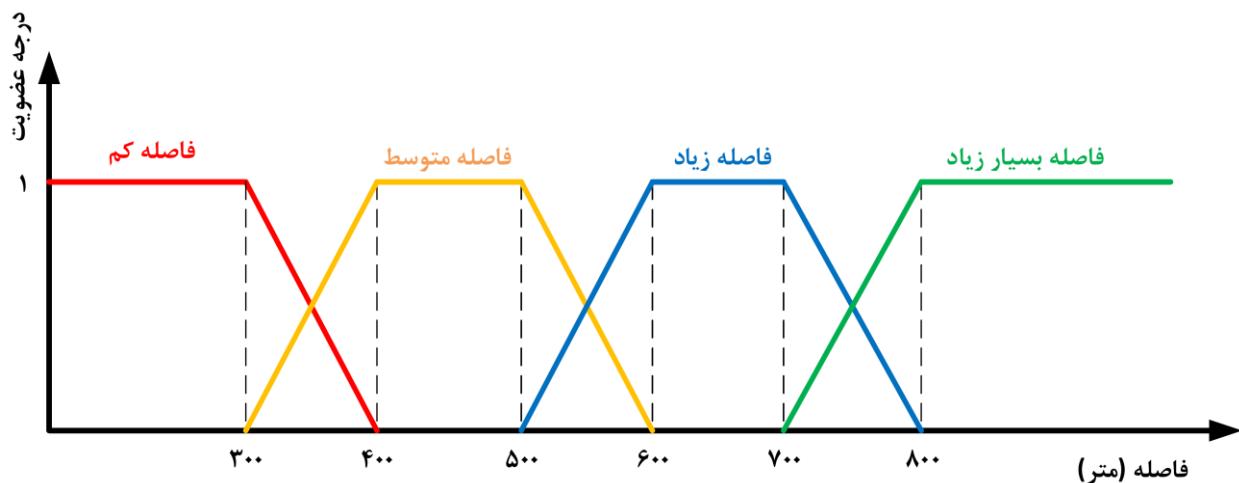


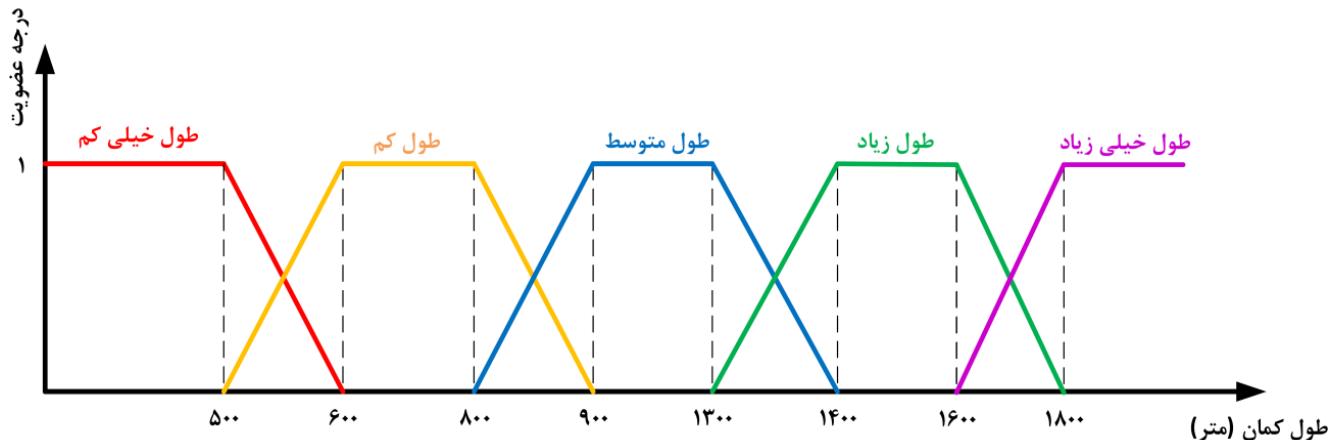
Fig. 1. Catchment area of station represented by three concentric circles

شکل ۱. دواير هم مرکز برای محاسبه جمعیت جذب شده به ناحیه در صورت احداث ایستگاه



شکل ۲. توابع عضویت سیستم استنتاج فازی سوگنو برای محاسبه ضریب جذب جمعیت

Fig. 2. Membership function of Sugeno fuzzy inference system for calculating population attraction coefficient



شکل ۳. توابع عضویت سیستم استنتاج فازی سوگنو برای محاسبه ضریب جریمه طول کمان

**Fig. 3. Membership function of Sugeno fuzzy inference system for calculating penalty coefficient of edge length**

$$\sum_{i,j} x_{ij} = \sum_i y_i - 1 \quad (2)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ij} \leq \sum_{i \in S / \{k\}} y_i \quad k \in S \subseteq N, |S| \geq 2 \quad (3)$$

$$y_i = 0, 1 \quad i \in N \quad (4)$$

$$x_{ij} = 0, 1 \quad (i, j) \in E \quad (5)$$

همچنین برای طراحی خطوط حلقه‌ای مدل برنامه‌ریزی ریاضی دوتایی فازی مطرح شده در روابط (۶) الی (۱۱) پیشنهاد می‌گردد:

$$\begin{aligned} \min Z &= \sum C_i y_i + \sum L_{ij} C_{ij} d_{ij} x_{ij} - \sum p_i y_i \\ \text{s.t.} \end{aligned} \quad (6)$$

جای استفاده از قیدهای حداقل و حداکثر طول کمان، از یک ضریب جریمه فازی در محاسبه هزینه احداث کمان استفاده شود. این ضریب جریمه فازی با استفاده از یک سیستم استنتاج فازی که دارای توابع عضویت مطابق با شکل ۳ است، محاسبه می‌گردد. اگر  $d_{ij}$  طول خیلی کم محسوب شود، مقدار  $L_{ij}$  برابر با ۲۰ خواهد بود. اگر  $d_{ij}$  طول کم باشد، مقدار  $L_{ij}$  برابر با ۱، اگر  $d_{ij}$  طول متوسط محسوب شود، مقدار  $L_{ij}$  برابر با  $0/85$ ، اگر  $d_{ij}$  طول زیاد باشد، مقدار  $L_{ij}$  برابر با ۲ و در نهایت اگر  $d_{ij}$  طول خیلی زیاد محسوب شود، مقدار  $L_{ij}$  برابر با ۲۰ خواهد بود. همچنین لازم به ذکر است برای تبدیل اعداد فازی به اعداد حقیقی در هر دو سیستم استنتاج فازی سوگنو از روش مرکز سطح استفاده می‌شود.

خطوط شبکه مترو با یک گراف  $G(N, E)$  معادل‌سازی می‌گردد که در آن  $N$  مجموعه گره‌ها و  $E$  مجموعه کمان‌های گراف هستند. در این پژوهش برای طراحی خطوط غیرحلقه‌ای از مدل برنامه‌ریزی ریاضی دوتایی فازی مطرح شده در روابط (۱) الی (۵) استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} \min Z &= \sum C_i y_i + \sum L_{ij} C_{ij} d_{ij} x_{ij} - \sum p_i y_i \\ \text{s.t.} \end{aligned} \quad (1)$$

در این پژوهش برای مقایسه رویکرد فازی با رویکرد قطعی، در توابع هدف ارائه شده در روابط (۱۳) و (۱۴) ضرایب  $L_{ij}$  و  $d_{ij}$  حذف شده و قید حداقل و حداکثر طول کمان ( $l_{\min}$  و  $l_{\max}$ ) به مدل برنامه‌ریزی ریاضی اضافه می‌گردد (رابطه ۱۵). بر اساس ادبیات تخصصی حداقل و حداکثر طول کمان به ترتیب برابر با ۵۰۰ و ۲۰۰۰ متر در نظر گرفته می‌شود [۴]. همچنین در رویکرد قطعی برای محاسبه جمعیت جذب شده به ناحیه در صورت احداث ایستگاه، از روش دوایر هم مرکز (شکل ۱) استفاده می‌گردد.

$$\min Z = \sum C_i y_i + \sum C_{ij} d_{ij} x_{ij} - \sum p_i y_i \quad (13)$$

$$\max Z = \sum p_i y_i / \sum C_i y_i + \sum C_{ij} d_{ij} x_{ij} \quad (14)$$

$$l_{\min} \leq d_{ij} \leq l_{\max} \quad (15)$$

برای دید بهتر نسبت به مدل‌های مورد استفاده در این مقاله، این چهار مدل مطابق با شکل ۴ دسته‌بندی شده‌اند.

در این پژوهش مسائل برنامه‌ریزی ریاضی پیشنهادی، با استفاده از روش مطرح شده توسط برونو و همکاران [۴] حل می‌گردد. برای این کار ابتدا هر کریدور به صورت جداگانه با استفاده از روش برونو و همکاران طراحی می‌شود و خط بهینه در هر کریدور تعیین می‌گردد. سپس فاصله ایستگاه‌های خط جدید از ایستگاه‌های شبکه متداول تعیین می‌شود. در صورتی که فاصله ایستگاه جدید طراحی شده، از ایستگاه موجود کمتر از ۵۰۰ متر باشد، ایستگاه جدید حذف و ایستگاه موجود جایگزین آن می‌گردد.

در رابطه با کنترل لزوم احداث خطوط حلقه‌ای، در ادبیات تخصصی رابطه رگرسیون لوگستیک (۱۶) و (۱۷) پیشنهاد گردیده است [۲۵]:

$$y = 0.015R + 0.058Age + \\ 0.221Pop - 0.001Area - 6.792 \quad (16)$$

$$P_C = \frac{1}{1-e^{-y}} \quad (17)$$

که در آن،  $P_C$  احتمال وجود خط حلقه‌ای در شبکه،  $R$  طول خطوط غیرحلقه‌ای شبکه،  $Age$  سن شبکه،  $Pop$  جمعیت شهر و  $Area$  مساحت شهر است. همچنین در مطالعه‌ای دیگر با استفاده از رگرسیون خطی رابطه

$$\sum_{i \in V \setminus \{j\}} x_{ij} = y_i \quad (18)$$

$$\sum_{j \in V \setminus \{i\}} x_{ij} = y_j \quad (19)$$

$$\sum_{i,j \in \delta-S} x_{ij} \geq y_k \quad k \in S \subseteq N, |S| \geq 2 \quad (20)$$

$$y_i = 0, 1 \quad i \in N \quad (21)$$

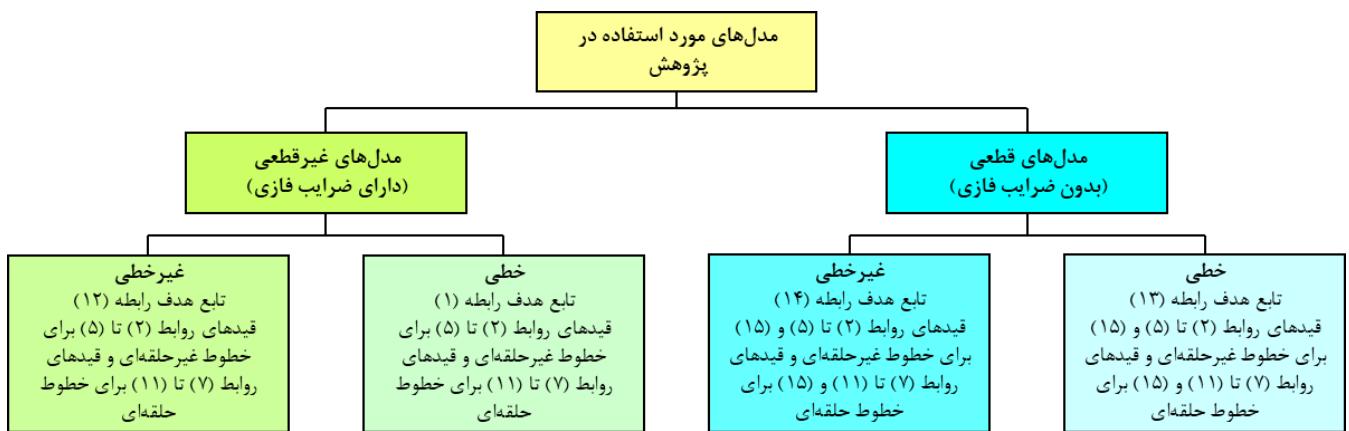
$$x_{ij} = 0, 1 \quad (i,j) \in E \quad (22)$$

در روابط مطرح شده،  $C_i$  هزینه احداث ایستگاه در ناحیه  $i$  هزینه احداث واحد طول کمان بین ناحیه  $i$  و  $j$   $p_i$  جمعیت جذب شده به ناحیه  $i$  در صورت احداث ایستگاه،  $L_{ij}$  فاصله ناحیه  $i$  و  $j$   $d_{ij}$  ضریب جریمه فازی (شکل ۳)،  $x_{ij}$  متغیر تصمیم دوتایی احداث کمان بین ناحیه  $i$  و  $j$  و  $y_i$  متغیر تصمیم دوتایی احداث ایستگاه در ناحیه  $i$  هستند.

رابطه‌های (۱) و (۶) بیانگر تابع هدف مدل هستند که دنبال کمینه کردن هزینه و بیشینه کردن پوشش هستند. رابطه (۲) برای طراحی خطوط غیر حلقه‌ای شرط لازم برای درختی بودن گراف معادل است. رابطه (۳) برای جلوگیری از تشکیل زیرشاخه<sup>۱</sup> تعریف شده است. روابط (۴) و (۵) برای تعریف متغیرهای تصمیم دوتایی هستند. رابطه‌های (۷) و (۸) مشخص کننده مسیر حلقه‌ای بسته هستند و رابطه (۹) برای حذف زیرشاخه‌ها تعریف شده‌اند. روابط (۱۰) و (۱۱) نیز برای تعریف متغیرهای تصمیم دوتایی هستند.

همچنین در این پژوهش برای طراحی خطوط جدید شبکه مترو علاوه بر تابع هدف مطرح شده در روابط (۱) و (۶)، از رابطه (۱۲) نیز به عنوان تابع هدف استفاده خواهد شد. لازم به ذکر است که در این حالت قیدهای (۲) الی (۵) برای طراحی خطوط غیرحلقه‌ای و قیدهای (۷) الی (۱۱) برای طراحی خطوط حلقه‌ای باید در نظر گرفته شود. رابطه (۱۲) به دنبال بیشینه کردن نسبت پوشش جمعیتی به هزینه ساخت خطوط است.

$$\max Z = \sum p_i y_i / \sum C_i y_i + \sum L_{ij} C_{ij} d_{ij} x_{ij} \quad (12)$$



شکل ۴. دسته‌بندی مدل‌های مورد استفاده در این مقاله

Fig. 4. Classification of utilized models in this article

$$\beta = \frac{N_{iss}}{N_s} \quad (20)$$

$$\gamma = \frac{N_{iss}}{3N_s - 2} \quad (21)$$

$$S_D = \frac{N_s}{A} \quad (22)$$

برای حل مسائل برنامه‌ریزی ریاضی مطرح شده در این پژوهش ابتدا در هر کریدور، با استفاده از روش مطرح شده توسط برونو و همکاران [۴] خط مترو به طور آزادانه و بدون در نظر گرفتن خطوط موجود شبکه طراحی می‌گردد. در گام بعدی موقعیت خط جدید طراحی شده با توجه به شبکه موجود اصلاح می‌گردد. بدین صورت که چنانچه فاصله ایستگاه جدید از ایستگاه موجود کمتر از ۵۰۰ متر باشد، محل ایستگاه جدید به محل ایستگاه موجود منتقل می‌گردد. برای درک بهتر فلوچارت روند حل مسئله در شکل ۵ نشان داده شده است.

(۱۸) برای تخمین طول مورد نیاز برای خطوط حلقه‌ای پیشنهاد گردیده است که در آن  $L_p$  طول مورد نیاز خطوط حلقه‌ای،  $D_p$  تراکم جمعیتی شهر بر حسب هزار نفر بر کیلومتر مربع و  $R$  طول خطوط غیرحلقه‌ای شبکه است

.[۲۶]

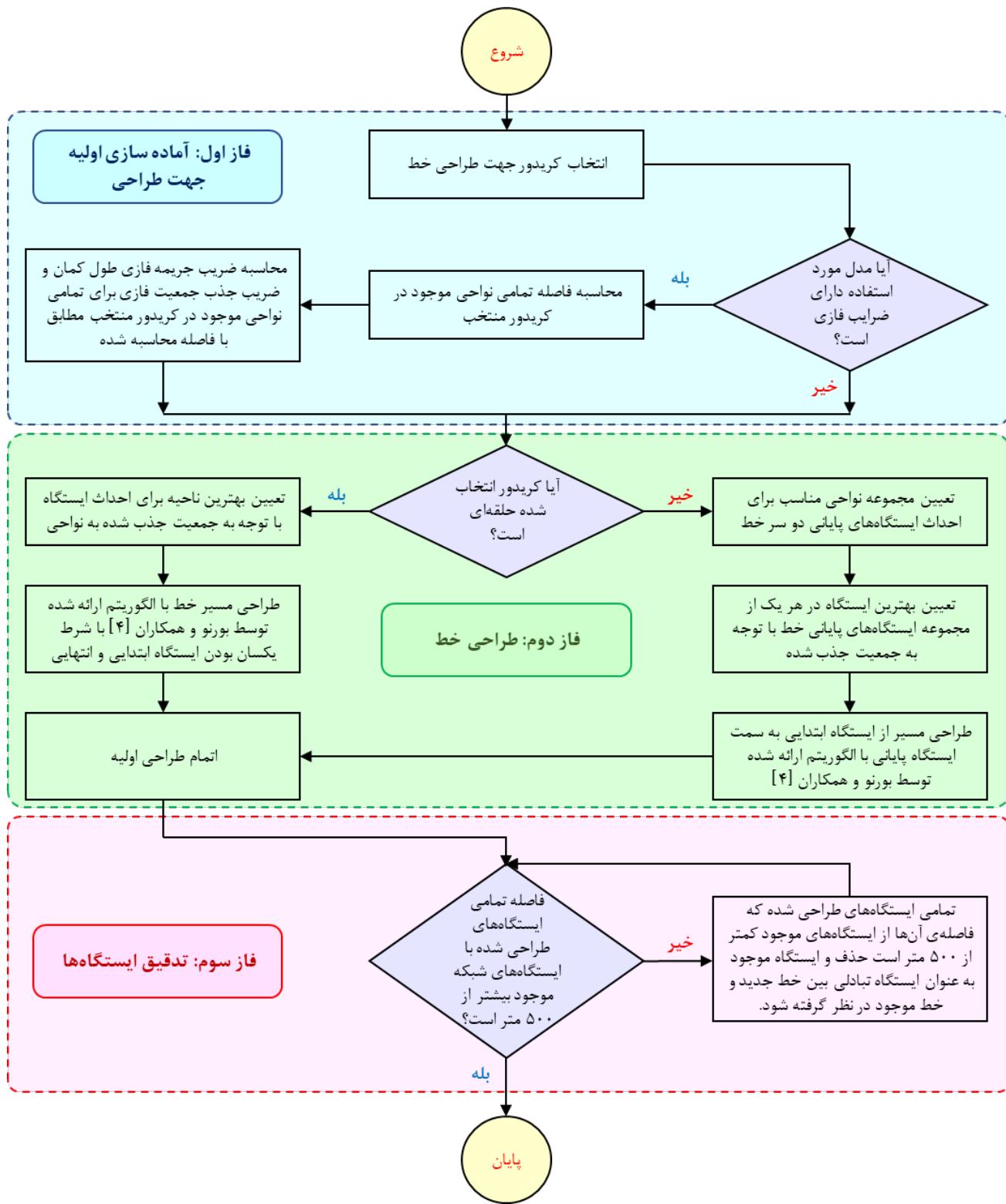
$$L_C = 2.22D_p + 0.053R_d \quad (18)$$

با توجه به اینکه در این پژوهش خطوط جدید شبکه مترو، با استفاده از دو تابع هدف مختلف طراحی می‌شوند، مقایسه دو شبکه طراحی شده از شاخص‌های ارزیابی که در ادبیات تخصصی ارائه شده‌اند استفاده می‌گردد. این شاخص‌ها شامل در دسترس بودن حلقه ( $\alpha$ ) [۲۷]، پیچیدگی شبکه ( $\beta$ ) [۲۷] و اتصال شبکه ( $\gamma$ ) [۲۷ و ۲۸] و تراکم ایستگاه ( $S_D$ ) [۲۴] است. برای محاسبه این شاخص‌ها از روابط (۱۹) الی (۲۲) استفاده می‌شود که در آن‌ها  $N_s$  و  $N_{iss}$  به ترتیب بیانگر تعداد گره‌ها و کمان‌های گراف معادل شبکه و  $A$  مساحت شهر بر حسب کیلومتر مربع است.

#### ۴- مدل‌سازی و تحلیل

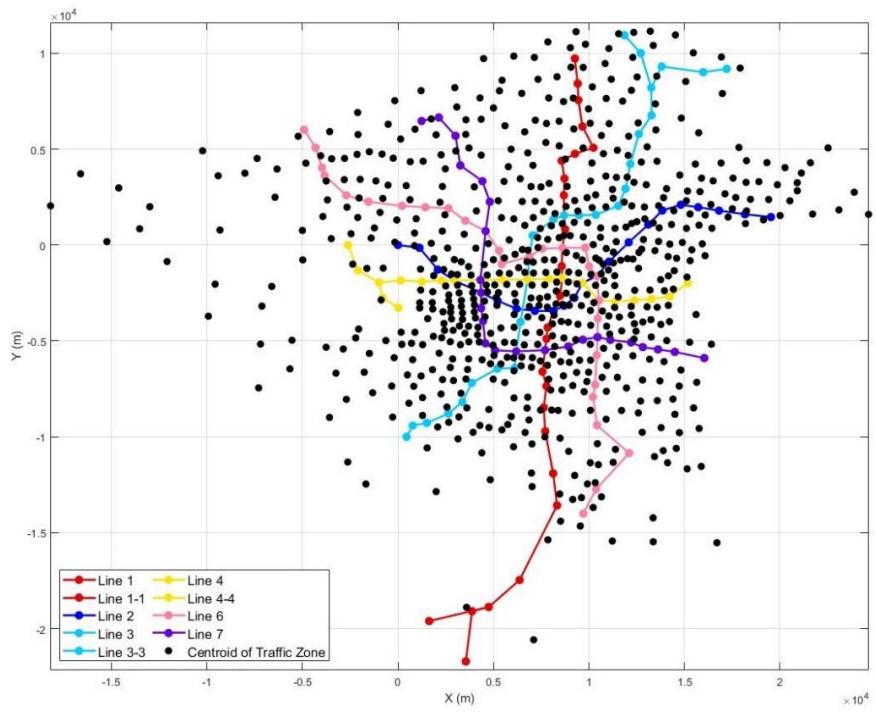
در شرایط کنونی شهر تهران دارای جمعیت ۹۰۳۳ میلیون نفر، مساحت ۷۳۰ کیلومتر مربع و شبکه مترویی با ۷ خط است اما شایان ذکر است که

$$\alpha = \frac{N_{iss} - N_s + 1}{2N_s - 5} \quad (19)$$



شکل ۵. روند حل مدل برنامه‌ریزی ریاضی طراحی شبکه مترو

Fig. 5. Flowchart of solution of subway network design mathematical programming model



شکل ۶. نقشه فعلی خطوط متروی شهر تهران

Fig. 6. Map of current Tehran subway network

(یکی حول محدوده طرح ترافیک و دیگری تقریباً دور تا دور محدوده کنترل آزادگی هوا) مطابق با شکل ۸ فرض می‌گردد. در واقع می‌توان گفت این دو خط حلقه‌ای به نوعی باعث پوشش بهتر شبکه مترو در محدوده‌های مرکزی شهر می‌گردد.

برای حل هر چهار مدل برنامه‌ریزی ریاضی ارائه شده در بخش روش‌شناسی از روش ابتکاری برونو و همکاران [۴] استفاده می‌گردد اما بعد از آن که خط به طور آزادانه در کریدور طراحی گردید، مطابق با فلوچارت شکل ۵، چنانچه فاصله ایستگاه‌های جدید از ایستگاه‌های موجود کمتر از ۵۰۰ متر باشد، ایستگاه جدید حذف و ایستگاه قبلی به عنوان ایستگاه تبادلی در نظر گرفته می‌شود. ورودی‌های مدل مثل جمعیت و هزینه ساخت برای آنکه بتوانند تاثیر گذاری لازم را داشته باشند به ترتیب بر حسب نفر و میلیارد تومان در مدل لحاظ می‌گردد. همچنین برای حل مدل‌ها در نرم افزار Matlab برنامه نویسی شده است.

نتایج طراحی خطوط جدید شبکه (خطوط ۸ الی ۱۳) با رویکرد فازی و با هدف بیشینه کردن پوشش شبکه و کمینه کردن هزینه ساخت (تابع هدف رابطه‌های (۱) و (۶)) مطابق با شکل ۹ خواهد بود. مطابق با جدول ۳، و با

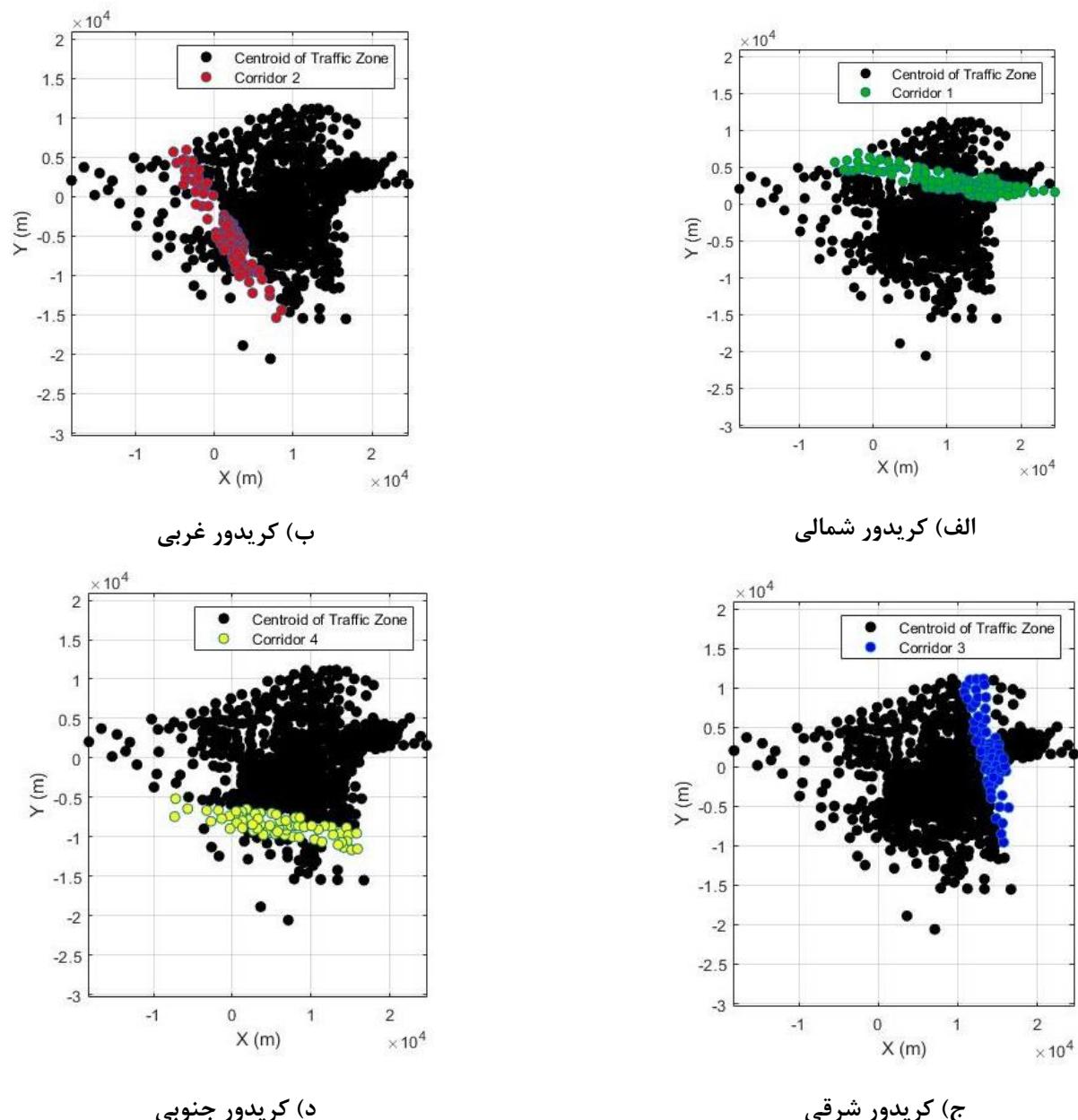
خط ۵ (صادقیه - گلشهر) به حومه تهران سرویس‌دهی می‌کند. با صرف نظر کردن از خط ۵، نقشه خطوط فعلی شبکه مترو تهران مطابق با شکل ۶ و مشخصات آن مطابق با جدول ۲ است. با توجه به آنکه مختصات شهر تهران بر اساس UTM اعداد ۶ و ۷ رقمی است، برای ساده‌سازی مختصات ایستگاه‌های مترو با فرض منطبق بودن مبدا مختصات بر ایستگاه متروی صادقیه محاسبه شده است.

برای محاسبه مختصات مرکز هندسی نواحی ترافیکی، مبدا مختصات بر روی ایستگاه متروی صادقیه فرض گردیده است. برای طراحی خطوط غیر حلقه‌ای، ۴ کریدور (شرقی، غربی، شمالی و جنوبی) مطابق با شکل ۷ فرض می‌شود. با توجه به طول کریدورها مشخص می‌گردد که حدود ۸۰ کیلومتر خط غیر حلقه‌ای به شبکه اضافه خواهد شد. با فرض آن که افق طرح ۹/۷۳۴ ساله (تا سال ۱۴۱۰) باشد، جمعیت شهر تهران در آن سال برابر با ۹ میلیون نفر تخمین زده شده است [۲۹]. بنابراین با استفاده از رابطه (۱۶) و (۱۷) مشخص می‌گردد که شهر تهران نیازمند احداث خطوط حلقه‌ای نیز است. با استفاده از رابطه (۱۸) طول تخمین زده شده برای خطوط حلقه‌ای برابر با ۴۱ کیلومتر نیاز دارد. از این رو دو کریدور حلقه‌ای پیرامون مرکز شهر

## جدول ۲. مشخصات شبکه متروی شهر تهران

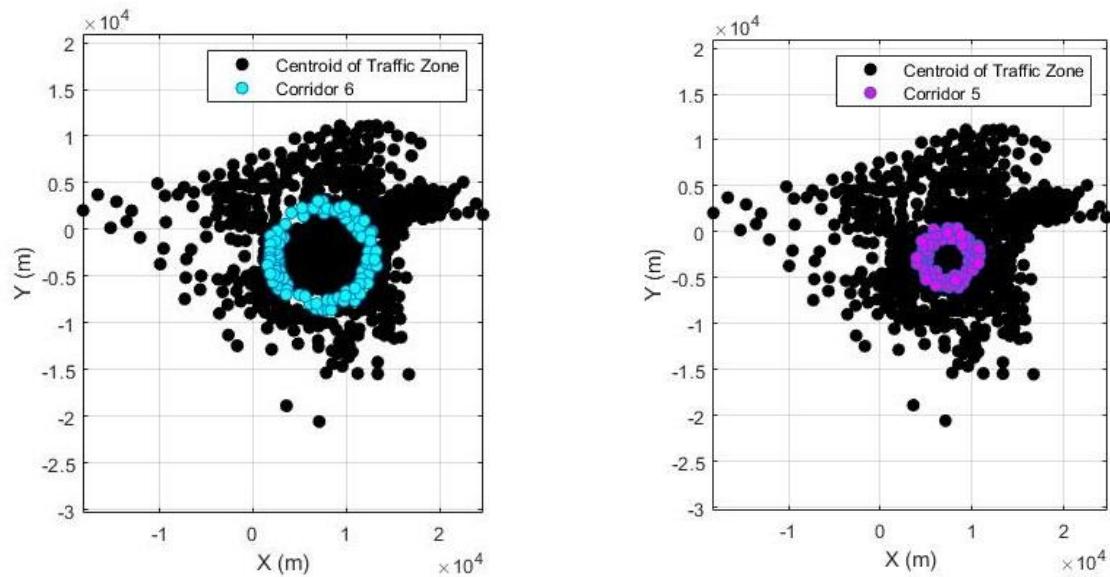
Table 2. Properties of Tehran subway network

محلی غیرخطی با شاخه و کرانه		تخصیص ناوگان به طور همزمان	
روش ابتکاری ارائه شده در مقاله	قید تقاضا	کمینه کردن تاثیرات بدترین سناریو خرابی	طراحی شبکه مترو با در نظر گرفتن خطرات احتمالی Cadarso & Marin [۱۶] (۲۰۱۷)
روش فراتکاری تطبیقی جست و جوی همسایگی	قید بودجه، حداقل و حداکثر تعداد ایستگاه در هر خط و حداقل تقاضا	بیشینه کردن درآمد و کمینه کردن هزینه‌های ساخت و خرید ناوگان و نگهداری آن	طراحی شبکه مترو Canca و همکاران [۱۷] (۲۰۱۷)
روش ابتکاری ارائه شده در مقاله	حداقل و حداکثر طول کمان و قید تقاضا	کمینه کردن هزینه ساخت شبکه و بیشینه کردن زمان ذخیره شده در صورت سفر با مترو	طراحی شبکه مترو با در نظر گرفتن رقابت بین شیوه‌های مختلف Gutierrez Jarpa و همکاران (۲۰۱۷) [۱۸]
شاخه و کرانه	قید تقاضا و بودجه	کمینه کردن هزینه ساخت شبکه و کمینه کردن تعداد تعویض خط	طراحی شبکه مترو با حداقل تعویض خط Cadarso & Marin [۱۹] (۲۰۱۷)
الگوریتم کریدور مبنا	قید بودجه و قید زاویه داخلی بین کمان‌های متواالی	بیشینه کردن تعداد سفرهای قابل سرویس دهی	طراحی شبکه مترو کریدور مبنا Gutierrez Jarpa و همکاران (۲۰۱۸) [۲۰]
روش ابتکاری ارائه شده در مقاله	قید بودجه و قید تقاضا	کمینه کردن هزینه ساخت خطوط جدید و بیشینه کردن تقاضای پوشش داده شده	توسعه شبکه مترو Wei و همکاران [۲۱] (۲۰۱۹)
روش ابتکاری ارائه شده در مقاله	قید حداقل و حداکثر طول کمان	کمینه کردن هزینه ساخت و بیشینه کردن پوشش جمعیتی	طراحی خطوط شبکه مترو مهدوی و همکاران [۲۲] (۲۰۱۹)



شکل ۷. کریدورهای فرض شده خطوط غیرحلقه‌ای

Fig. 7. Corridors of non-ring lines



ب) کریدور حلقه‌ای دور تا دور محدوده کنترل آلودگی هوا

الف) کریدور حلقه‌ای دور تا دور محدوده طرح ترافیک

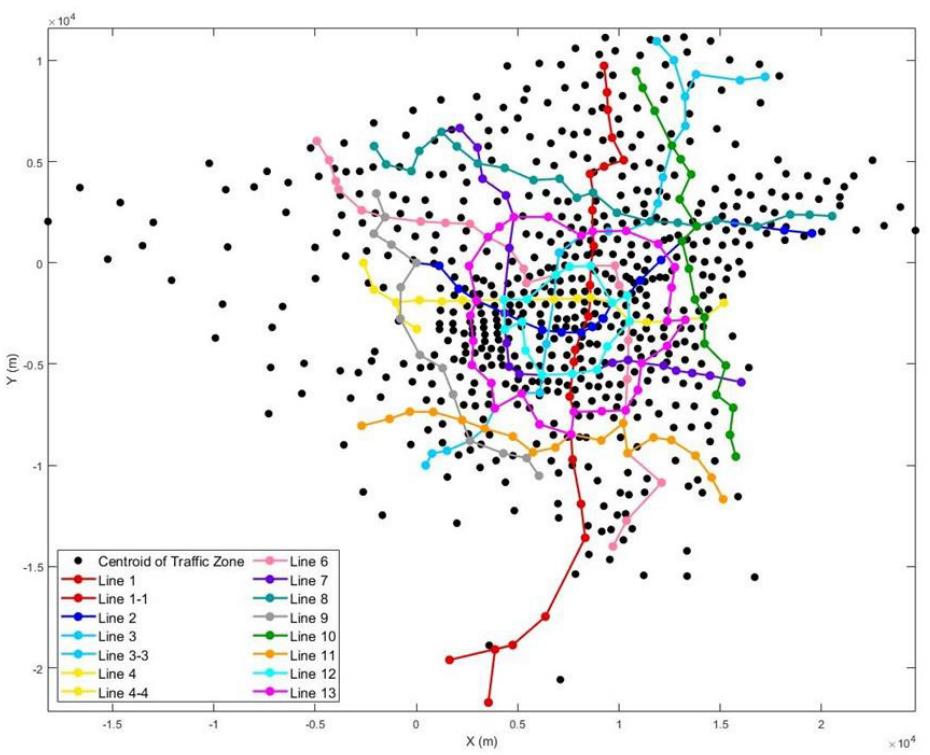
شکل ۸. کریدورهای فرضی خطوط حلقه‌ای

Fig. 8. Corridors of ring lines

جدول ۳. مشخصات خطوط طراحی شده با رویکرد فازی وتابع هدف خطی

Table 3. Results of designed lines with fuzzy approach and linear objective function

مقدار	شاخص ارزیابی
۱۳۹	تعداد کل ایستگاهها ( $N_s$ )
۱۴۶	تعداد کل کمانها ( $N_{iss}$ )
۱۷۵/۲	طول کل شبکه (کیلومتر)
۰/۰۲۹۳	دسترسی حلقه ( $a$ )
۱/۰۵۰۴	پیچیدگی شبکه ( $\beta$ )
۰/۳۵۱۸	اتصال شبکه ( $\gamma$ )
۰/۱۹۰	تراکم ایستگاه ( $S_D$ ) (ایستگاه بر کیلومتر مربع)
۱۲۰۰	متodoط طول کمانها (متر)
۳/۵۶	پوشش شبکه (میلیون نفر)



شکل ۹. نتایج طراحی شبکه با رویکرد فازی وتابع هدف خطی

**Fig. 9. Results of network design with fuzzy approach and linear objective function**

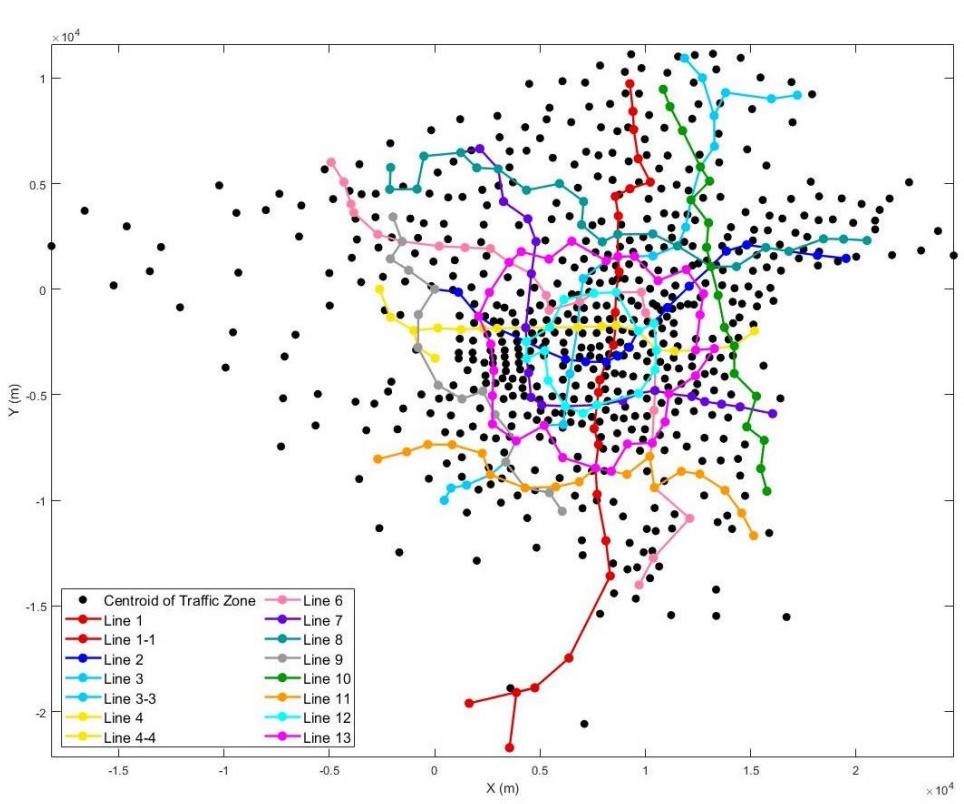
رابطه (۱۳) حاکی از آن است که طول خطوط و تعداد ایستگاه‌های جدید به ترتیب برابر با  $130/3$  کیلومتر و ۶۳ ایستگاه است (شکل ۱۱). همچنین برای احداث این خطوط بودجه‌ای معادل با  $43/7$  هزار میلیارد تومان لازم است. نتایج طراحی شبکه با رویکرد قطعی و با استفاده از تابع هدف غیرخطی رابطه (۱۴) بیانگر آن است که طول خطوط و تعداد ایستگاه‌های جدید به ترتیب برابر با  $140/2$  کیلومتر و ۶۷ ایستگاه است (شکل ۱۲) که برای احداث آن‌ها بودجه‌ای معادل با  $47/2$  میلیارد تومان مورد نیاز است.

با توجه به فرض‌های اولیه پژوهش و مطابق با جدول ۵ و شکل ۱۳ مشخص می‌گردد، طراحی خطوط جدید با استفاده از هر دو مدل با رویکرد فازی تقریباً به یک میزان و بیشتر از هر دو رویکرد قطعی، وضعیت توپولوژی و پوشش شبکه را بهبود می‌دهد. اما با در نظر گرفتن هزینه ساخت خطوط، می‌توان گفت شبکه طراحی شده با رویکرد فازی با هدف بیشینه کردن پوشش و کمینه کردن هزینه ساخت با متوسط میزان بهبود ۱/۵۲ درصد

فرض آن که هزینه ساخت یک کیلومتر مترو و یک ایستگاه به طور میانگین به ترتیب برابر با ۳۰۰ و ۵۰ میلیارد تومان باشد (هزینه‌ها به طور حدودی از طریق مهندسان با تجربه این زمینه تعیین گردیده است)، هزینه ساخت آن‌ها برابر با  $47/7$  هزار میلیارد تومان خواهد بود. این ۶ خط جدید طراحی شده در مجموع ۴۴ ایستگاه تبادلی با خطوط فعلی و خودشان دارند. همچنین خط (۱۳) (حلقه دور محدوده کنترل آلوگی هوا) طولانی‌ترین خط است که با اکثر خطوط ایستگاه تبادلی دارد.

در شکل ۱۰ نتایج طراحی خطوط جدید (خطوط ۸ الی ۱۳) با رویکرد فازی و با هدف بیشینه کردن نسبت پوشش شبکه به هزینه ساخت (رابطه ۱۲) آورده شده است. با در نظر گرفتن ویژگی‌های خطوط جدید (جدول ۴) مشخص می‌گردد که برای احداث آن‌های هزینه برابر با  $49/4$  هزار میلیارد تومان خواهد بود. در این حالت ۴۸ ایستگاه تبادلی به شبکه مترو اضافه می‌گردد.

نتایج طراحی شبکه با رویکرد قطعی و با استفاده از تابع هدف خطی



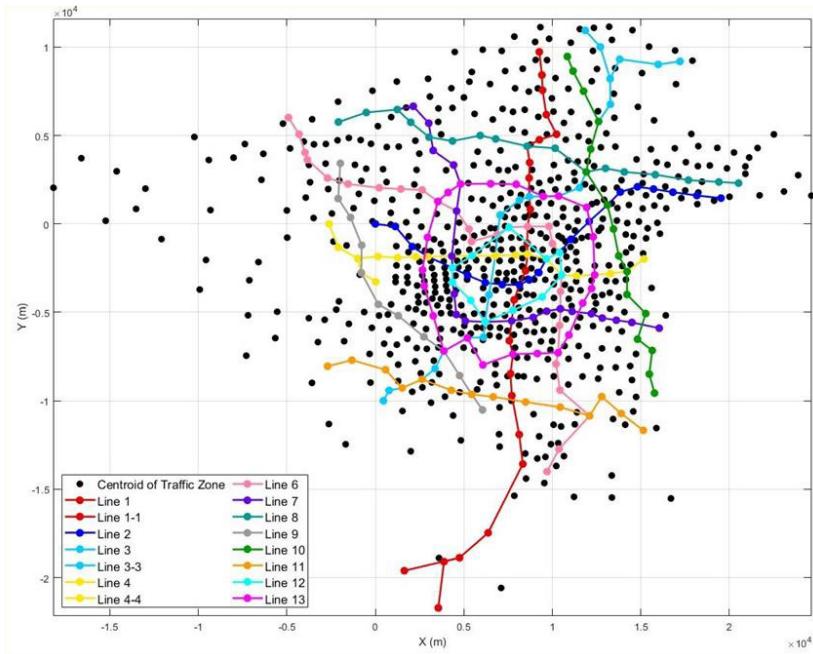
شکل ۱۰. نتایج طراحی شبکه با رویکرد فازی وتابع هدف غیرخطی

Fig. 10. Results of network design with fuzzy approach and non-linear objective function

جدول ۴. مشخصات خطوط طراحی شده با رویکرد فازی وتابع هدف غیرخطی

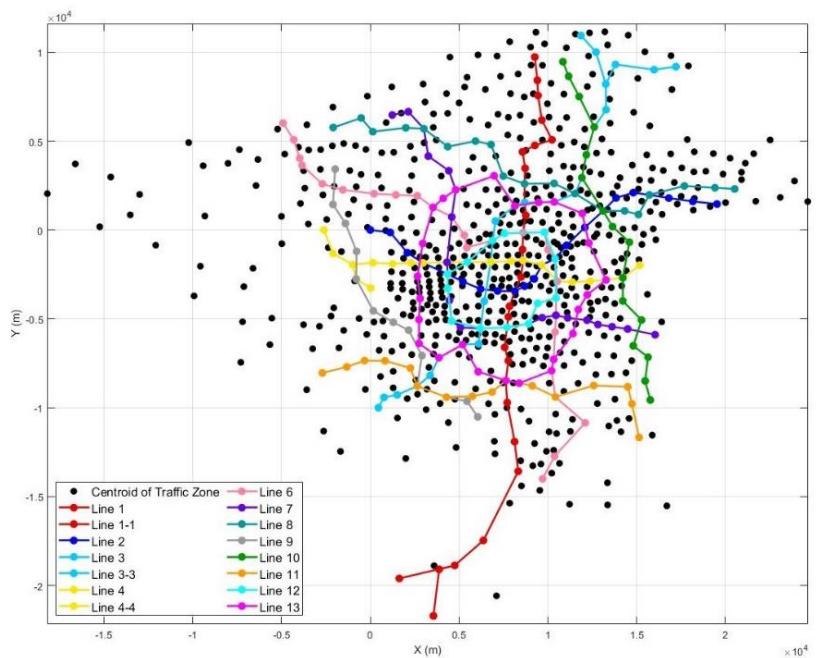
Table 4. Properties of designed lines with fuzzy approach and non-linear objective function

نام خط	طول (کیلومتر)	تعداد ایستگاه	تعداد کمان	تعداد ایستگاه
۸ خط	۲۵/۵	۲۳	۲۲	۶
۹ خط	۱۸/۴	۱۵	۱۴	۵
۱۰ خط	۲۱/۱	۱۸	۱۷	۴
۱۱ خط	۲۰/۳	۱۸	۱۷	۵
۱۲ خط	۱۸/۲	۱۵	۱۵	۱۲
۱۳ خط	۳۵/۸	۲۹	۲۹	۱۲
مجموع	۱۳۹/۳	۱۱۸	۱۱۴	۴۴



شکل ۱۱. نتایج طراحی شبکه با رویکرد قطعی وتابع هدف خطی

**Fig. 11. Results of network design with deterministic approach and linear objective function**



شکل ۱۲. نتایج طراحی خطوط شبکه با رویکرد قطعی وتابع هدف غیرخطی

**Fig. 12. Results of network design with deterministic approach and non-linear objective function**

### جدول ۵. ارزیابی شبکه‌های متروی طراحی شده

Table 5. Assessment of designed subway network

میزان بهبود شاخص‌ها نسبت به وضع موجود								شاخص ارزیابی
رویکرد قطعی غیرخطی	رویکرد قطعی خطی	رویکرد فازی غیرخطی	رویکرد فازی خطی					
درصد	مقدار	درصد	مقدار	درصد	مقدار	درصد	مقدار	
۴۸/۲	۲۰۶	۴۵/۳	۲۰۲	۵۳/۲	۲۱۳	۵۱/۸	۲۱۱	تعداد کل ایستگاه‌ها (Ns)
۶۷/۱	۲۴۴	۶۱/۰	۲۳۵	۷۹/۵	۲۶۲	۷۸/۱	۲۶۰	تعداد کل کمان‌ها (N <sub>iss</sub> )
۸۰/۰	۳۱۵/۴	۷۴/۴	۳۰۵/۵	۸۲/۵	۳۱۹/۷	۷۹/۵	۳۱۴/۵	طول کل شبکه (کیلومتر)
۲۲۷/۰	۰/۰۹۶	۱۹۰/۸	۰/۰۸۵	۳۰۵/۳	۰/۱۱۹	۳۰۹/۲	۰/۱۲۰	دسترسی حلقه ( $\alpha$ )
۱۲/۸	۱/۱۸۵	۱۰/۸	۱/۱۶۳	۱۷/۱	۱/۲۳۰	۱۷/۳	۱/۲۳۲	پیچیدگی شبکه ( $\beta$ )
۱۲/۶	۰/۳۹۶	۱۰/۶	۰/۳۸۹	۱۶/۹	۰/۴۱۱	۱۷/۱	۰/۴۱۲	اتصال شبکه ( $\gamma$ )
۴۸/۲	۰/۲۸۲	۴۵/۳	۰/۲۷۷	۵۳/۲	۰/۲۹۲	۵۱/۸	۰/۲۸۹	تراکم ایستگاه (S <sub>D</sub> ) (ایستگاه بر کیلومتر مربع)
۷/۷	۱۲۹۲	۸/۳	۱۳۰۰	۱/۷	۱۲۲۰	۰/۸	۱۲۱۰	متوجه طول کمان‌ها (متر)*
۴۲/۴	۵/۰۷	۳۹/۳	۴/۹۶	۵۰/۶	۵/۳۶	۴۹/۲	۵/۳۱	پوشش شبکه (میلیون نفر)
۵۸/۹	۵۲/۱		۷۲/۹		۷۲/۶			متوسط میزان بهبود (%)

### جدول ۶. مقایسه نسبت بهبود به هزینه شبکه‌های طراحی شده

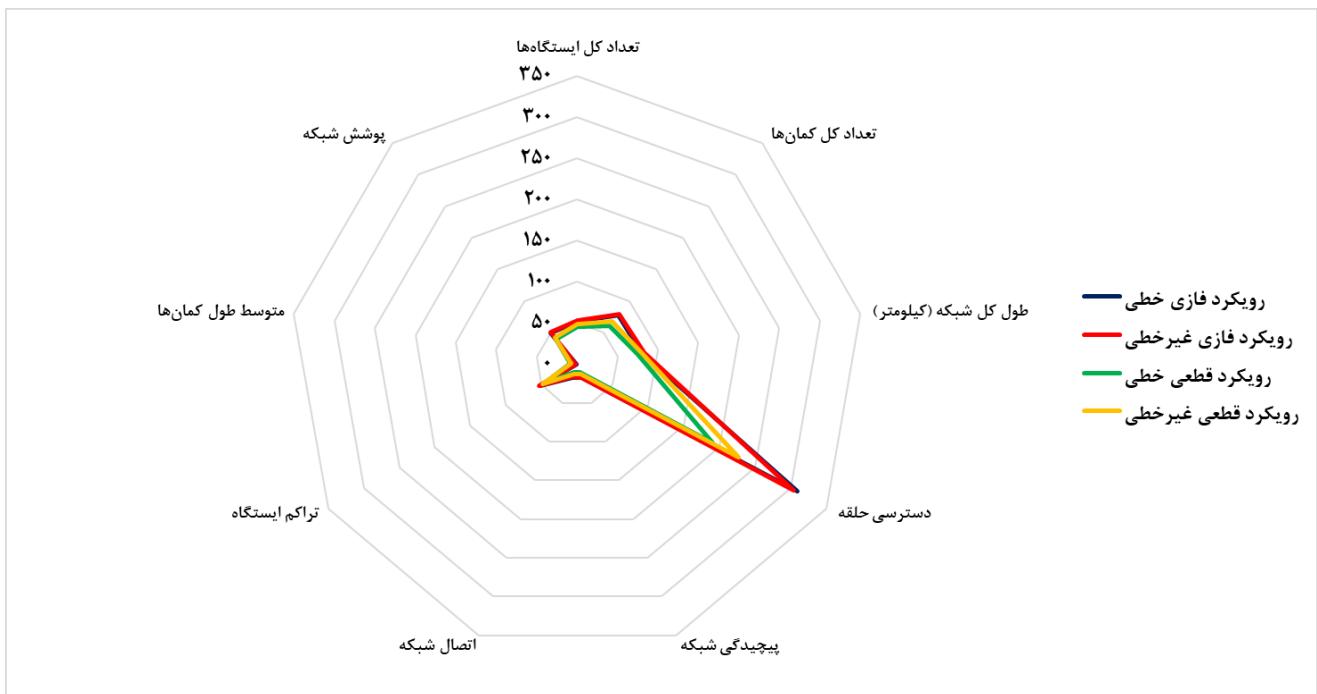
Table 6. Comparison of improvement per cost ratio of designed network

رویکرد طراحی	متوسط بهبود شاخص‌های ارزیابی شبکه (%)	هزینه ساخت (هزار میلیارد تومان)	نسبت بهبود به هزینه
قطعی خطی	۵۲/۱	۴۳/۷	۱/۱۹۲
قطعی غیرخطی	۵۸/۹	۴۷/۲	۱/۲۴۸
فازی خطی	۷۲/۶	۴۷/۷	۱/۵۲۲
فازی غیرخطی	۷۲/۹	۴۹/۴	۱/۴۷۶

می‌توان گفت استفاده از رویکرد فازی برای طراحی خطوط جدید شبکه مترو، توانسته به طور متوسط ۲۳ درصد بیشتر از رویکرد قطعی، وضع موجود شبکه را از لحاظ شاخص نسبت بهبود به هزینه، بهبود دهد.

\* با توجه به اینکه هر چه متوسط طول کمان بیشتر باشد، فصله بین ایستگاه‌ها بیشتر و میزان دسترسی کمتر خواهد بود، این شاخص در محاسبه متوسط میزان بهبود با علامت منفی لحاظ می‌گردد.

به ازای هزار میلیارد تومان سرمایه گذاری نسبت به شبکه طراحی شده با رویکرد فازی با هدف بیشینه کردن نسبت پوشش به هزینه ساخت با متوسط میزان بهبود ۱/۴۸ درصد به ازای هزار میلیارد تومان سرمایه گذاری شبکه بهتری است (جدول ۶). این در حالی است که طراحی خطوط جدید با استفاده از رویکرد قطعی خطی و غیرخطی به ترتیب دارای متوسط بهبود ۱/۱۹ و ۱/۲۵ درصد به ازای هزار میلیارد تومان سرمایه گذاری هستند. به طور کلی



شکل ۱۳: مقایسه تغییرات شاخص‌های ارزیابی شبکه در هر یک از مدل‌ها

Fig. 13. Comparison of change of network evaluation indices in each model

که دارای دو تابع هدف: ۱- بیشینه کردن پوشش شبکه و کمینه کردن هزینه ساخت و ۲- بیشینه کردن نسبت پوشش به هزینه ساخت است. برای محاسبه جمعیت جذب شده به ایستگاه مترو از یک روش فازی پیشنهادی و برای اعمال کردن قید حداقل و حداکثر طول کمان استفاده از ضرایب جریمه فازی پیشنهادی و برای حل آن از روش پیشنهاد شده توسط برونو و همکاران استفاده گردید. در ادامه به برخی نتایج حاصل از پژوهش جاری پرداخته می‌شود.

۲- مجموع طول خطوط جدید طراحی شده (خط ۸ الی ۱۳) با رویکرد فازی و هدف بیشینه کردن پوشش و کمینه کردن هزینه ساخت، برابر با  $139/3$  کیلومتر و تعداد ایستگاه‌های آن برابر با ۱۱۸ است. برای احداث این خطوط هزینه‌ای بالغ بر  $47/7$  هزار میلیارد تومان لازم است که در این حالت نسبت بهبود (از نظر توپولوژی و پوشش) به هزینه برابر با  $1/52$  درصد به ازای هر هزار میلیارد تومان سرمایه گذاری است.

۳- در صورتی که خطوط جدید با رویکرد فازی و هدف بیشینه کردن نسبت پوشش به هزینه ساخت طراحی شوند، مجموع طول و تعداد ایستگاه

با توجه به توضیحات ارائه شده مشخص می‌گردد که شبکه شکل ۹ از نظر معیار میزان بهبود به هزینه ساخت، شبکه بهتری است. در این شبکه اولویت اول بهره‌برداری خطوط با توجه به میزان بهبود به هزینه با خط ۱۲ و بعد از آن به ترتیب خطوط ۱۳، ۹، ۱۱، ۱۰، ۸ و ۶ قرار می‌گیرند. برای به دست آوردن ترتیب بهره‌برداری خطوط شبکه مختلف (۶۴ حالت: ۶ خط و هر خط دو حالت بهره‌برداری شده و بهره‌برداری نشده) در نظر گرفته شده است و در تمامی ۶۴ شبکه نسبت بهبود به هزینه ساخت مشابه با جدول ۵ محاسبه شده است.

## ۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

طراحی شبکه‌های حمل و نقل مترو همواره یکی از مسائل پر چالش مهندسان و برنامه‌ریزان بوده است و هر یک از آن‌ها از جنبه‌های متفاوتی به مسئله نگاه نموده و راههای مختلفی را جهت طراحی آن پیشنهاد نموده‌اند. در این پژوهش با توجه به ضعف‌هایی که روش قطعی دارد، طراحی خطوط جدید شبکه مترو با استفاده از مدل برنامه‌ریزی ریاضی فازی انجام شد

- problem. *Top*, 15(2) (2007) 231-241.
- [7] A. Marin, P. Jaramillo. Urban rapid transit network capacity expansion. *European Journal of Operational Research*, 191(1) (2008) 45-60.
- [8] A. Marín, P. Jaramillo. Urban rapid transit network design: accelerated Benders decomposition. *Annals of Operations Research*, 169(1) (2009) 35-53.
- [9] S. Kermanshahi, M. Shafahi, Y. Mollanejad, M. Zangui. Rapid transit network design using simulated annealing. In 12th World conference of transportation research (2010) 11-15.
- [10] G. Laporte, A. Marin, J.A. Mesa, F. Perea. Designing robust rapid transit networks with alternative routes. *Journal of advanced transportation*, 45(1) (2011) 54-65.
- [11] S. Afandizadeh, M. Ahmadinejad, M. Hashemi. A genetic algorithm approach to metro design problem. *Journal of transportation research*, 8(1) (2011) 1-10 (In Persian).
- [12] G. Gutiérrez-Jarpa, C. Obreque, G. Laporte, V. Marianov. Rapid transit network design for optimal cost and origin–destination demand capture. *Computers & Operations Research*, 40(12) (2013) 3000-3009.
- [13] G. Laporte, M.M. Pascoal. Path based algorithms for metro network design. *Computers & Operations Research*, 62 (2015) 78-94.
- [14] E.M. de Sá, I. Contreras, J.F. Cordeau. Exact and heuristic algorithms for the design of hub networks with multiple lines. *European Journal of Operational Research*, 246(1) (2015) 186-198.
- [15] D. Canca, A. De-Los-Santos, G. Laporte, J.A. Mesa. A general rapid network design, line planning and fleet investment integrated model. *Annals of Operations Research*, 246(1-2) (2016) 127-144.
- [16] L. Cadarso, A. Marín. Rapid transit network design considering risk aversion. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 52 (2016) 29-36.
- [17] D. Canca, A. De-Los-Santos, G. Laporte, J.A. Mesa. An adaptive neighborhood search metaheuristic for the integrated railway rapid transit network design and line
- آنها به ترتیب برابر با ۱۴۶/۱ کیلومتر و ۱۲۰ ایستگاه است و با توجه به هزینه ۴۹/۴ هزار میلیارد تومانی، دارای نسبت بهبود به هزینه ۱/۴۸ درصد به ازای هر هزار میلیارد تومان سرمایه گذاری است.
- ۴-با مقایسه رویکرد فازی و رویکرد قطعی در طراحی خطوط جدید مشخص می‌گردد، رویکرد فازی ۲۳ درصد بیشتر از رویکرد قطعی می‌تواند وضعیت شبکه را از لحاظ شاخص بهبود به هزینه، بهتر نماید.
- ۵-اولویت بهره‌برداری در شبکه طراحی شده با هدف بیشینه کردن پوشش و کمینه کردن هزینه ساخت با توجه به معیار میزان بهبود (از نظر توپولوژی و پوشش) به هزینه ساخت، با خط ۱۲ است و بعد از آن به ترتیب خطوط ۱۳، ۱۱، ۹، ۱۰ و ۸ باید به بهره‌برداری برسند.
- ۶-در این پژوهش کریدورهای طراحی از پیش تعیین شده فرض شد، برای ادامه کار پیشنهاد می‌گردد که مطالعه‌ای جهت تعیین مکان کریدورهای بهینه خطوط جدید مترو تهران انجام گردد. همچنین پیشنهاد می‌شود برای بهبود نتایج طراحی خطوط جدید با در نظر گرفتن تقاضای سفر شهر تهران انجام شود. همچنین پیشنهاد می‌گردد سایر انواع توابع عضویت فازی نیز برای ضرایب جریمه طول و ضریب جذب جمعیت در نظر گرفته شود و نتایج آن با نتایج ارائه شده در این مقاله مقایسه گردد.

## منابع

- [1] D. Pulido, G. Darido, R. Munoz-Raskin, J. Moody. *The urban rail development handbook*. World Bank Group Press, (2018).
- [2] G. Laporte, J. A. Mesa, F. A. Ortega, F. Perea. Planning rapid transit networks. *Socio-Economic Planning Sciences*, 45(3) (2011) 95-104.
- [3] H. Dufourd, M. Gendreau, G. Laporte. Locating a transit line using tabu search. *Location Science*, 4(1-2) (1996) 1-19.
- [4] G. Bruno, M. Gendreau, G. Laporte. A heuristic for the location of a rapid transit line. *Computers & Operations Research*, 29(1) (2002) 1-12.
- [5] M. Labb  , G. Laporte, I.R. Martín, J.J.S. González. The ring star problem: Polyhedral analysis and exact algorithm. *Networks: An International Journal*, 43(3) (2004) 177-189.
- [6] A. Marín. An extension to rapid transit network design

- [24] A.R. Mahdavi, A.R. Mamdoohi, M. Allahviranloo, Topology Evaluation of Tehran metro network utilizing a mixed index for metro networks ranking, Amirkabir Journal of Civil Engineering, Online Published (2019) (DOI: 10.22060/CEEJ.2019.16436.6226) (In Persian).
- [25] S. Saidi. Long Term Planning and Modeling of Ring-Radial Urban Rail Transit Networks. PhD Dissertation, University of Calgary (2016).
- [26] S. Saidi, S. Wirasinghe, L. Kattan. Rail Transit: Exploration with Emphasis on Networks with Ring Lines. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 2419 (2014) 23-32.
- [27] J. Zhang, M. Zhao, H. Liu, X. Xu. Networked characteristics of the urban rail transit networks. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 392(6) (2013) 1538-1546.
- [28] N. Sharav, S. Bekhor, Y. Shiftan. Network Analysis of the Tel Aviv Mass Transit Plan. Urban Rail Transit, 4(1) (2018) 23-34.
- [29] J. Mahdianpoor, H. Saremi. Analysis of quantitative and economic indicators of housing and forecasting of population structure, housing prices and houses required till 1410 in Tehran, Urban management studies, 9(31) (2017) 37-57 (In Persian).
- planning problem. Computers & Operations Research, 78 (2017) 1-14.
- [18] G. Gutiérrez-Jarpa, G. Laporte, V. Marianov, L. Moccia. Multi-objective rapid transit network design with modal competition: The case of Concepción, Chile. Computers & Operations Research, 78 (2017) 27-43.
- [19] L. Cadarso, A. Marín. Improved rapid transit network design model: considering transfer effects. Annals of Operations Research, 258(2) (2017) 547-567.
- [20] G. Gutiérrez-Jarpa, G. Laporte, V. Marianov. Corridor-based metro network design with travel flow capture. Computers & Operations Research, 89, (2018) 58-67.
- [21] Y. Wei, J.G. Jin, J. Yang, L. Lu. Strategic network expansion of urban rapid transit systems: A bi-objective programming model. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 34(5) (2019) 431-441.
- [22] A.R. Mahdavi, A.R. Mamdoohi, M. Allahviranloo, Application of a mathematical programming model for development of Tehran metro network, 6th International Conference on Recent Advances in Rail Engineering, (2019) 1-10 (In Persian).
- [23] A.R. Mahdavi. An evaluation and development model of Urban Rail Transit Network case study: Tehran metropolitan area, MSc Thesis, Tarbiat Modares University, (2019) (In Persian)

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

A. R. Mahdavi, A. R. Mamdoohi, M. Allahviranloo, A fuzzy approach for designing of subway lines, case study: development of the Tehran subway network, Amirkabir J. Civil Eng., 53(9) (2021) 3847-3866.

DOI: [10.22060/ceej.2021.18121.6774](https://doi.org/10.22060/ceej.2021.18121.6774)



