



## بررسی آزمایشگاهی و عددی تاثیر الیاف فولادی بر رفتار بتن الیافی تحت تنش چند محوری

غلامرضا باغبان گل‌پسند، مسعود فرزام\*، سیامک سلیمانی شیشوان

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۰۹/۱۶  
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۲/۳۰  
پذیرش: ۱۳۹۹/۰۳/۱۴  
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۴/۲۳

### کلمات کلیدی:

بتن با الیاف فولادی (SFRC)  
معادلات ساختاری  
آزمایش‌های فشار سه‌محوری  
روش انتگرال‌گیری گامک  
پلاستیسیته غیر همبسته

**خلاصه:** بتن یکی از پرکاربردترین مصالح ساختمانی در جهان به شمار می‌آید و استفاده از بتن الیافی در سازه‌ها برای افزایش مقاومت کششی و بهبود رفتار آن، در دهه‌های اخیر توسعه زیادی یافته است. برای بررسی عددی رفتار بتن الیافی، باید معادلات ساختاری آن تعیین گردد. این معادلات بایستی شامل روابطی جهت اعمال اثرات الیاف در رفتار بتن الیافی باشد. در این تحقیق، رفتار بتن‌های با الیاف فولادی حاوی مقادیر متفاوت الیاف، تحت فشار سه‌محوری با مقادیر فشار محصورکننده متفاوت، به دو صورت تجربی و عددی، بررسی می‌شود. در آزمایش‌های سه‌محوری از سلول هوک استفاده می‌گردد. در بررسی عددی، معادلات ساختاری با معیار گسیختگی پنج پارامتری ویلیام-وارنکه، تابع سخت‌شدگی و نرم‌شدگی ایزوتروپیک و پلاستیسیته غیرهمبسته استفاده شده و برای انتگرال‌گیری از معادلات ساختاری، روش انتگرال‌گیری گامک به کار می‌رود. برای اعمال اثر الیاف بر سطح تسلیم، ضریب  $K_t$  با استفاده از نتایج آزمایش‌های دومحوری روی نمونه‌های بتن با الیاف فولادی تعیین می‌شود. معادلات ساختاری با استفاده از سابروتین UMAT در نرم افزار ABAQUS کدنویسی شده و نمونه‌های آزمایشگاهی مدل‌سازی می‌شوند. مقایسه نتایج به دست آمده از مدل‌سازی عددی به صورت منحنی تنش-کرنش و مقاومت حداکثر نمونه‌های SFRC با نتایج آزمایشگاهی انطباق قابل قبولی را نشان می‌دهد. در نهایت با توجه به انطباق نتایج عددی و آزمایشگاهی، نتیجه گرفته شد که می‌توان با اطمینان قابل قبولی از مدل عددی برای پیش‌بینی رفتار نمونه‌های SFRC استفاده کرد.

### ۱- مقدمه

بتن تحت بارهای وارده را تجربه می‌کنند که بایستی در مدل‌سازی عددی بتن‌های الیافی مدنظر قرار گیرد [۷]. در سال‌های اخیر تحقیقات بسیاری برای بررسی رفتار بتن الیافی تحت تنش‌های چندمحوری، و همچنین ارائه معادلات ساختاری برای بتن الیافی انجام گرفته است [۱۱-۸ و ۳]. در سال ۲۰۰۱ رفتار سه‌محوری بتن‌های الیافی توسط پانتازوپولو و زنگنه<sup>۱</sup> [۳] مورد بررسی قرار گرفت و خصوصیات ساختاری بتن الیافی با توجه به نوع الیاف و مقدار الیاف، مسیر بار، شرایط آزمایش و اندازه نمونه، طی آزمایش بر روی ۲۵۰ نمونه مشخص شد. تاثیر افزایش فشار جانبی بر روی شکل‌پذیری و رفتار پلاستیک بتن الیافی توسط فرنام و همکاران در سال ۲۰۱۰ مورد بررسی قرار گرفت [۱۲]. همچنین ژیانگ<sup>۲</sup> و همکاران آزمایش‌هایی را تحت الگوی‌های بارگذاری یکنوای مختلف با فشارهای محصور شدگی متفاوت انجام دادند [۱۳].

بتن سخت شده به دلیل ترد بودن، دارای مقاومت کششی کم و قابلیت تحمل کرنش نهایی پایینی است. امروزه استفاده از الیاف به دلیل تأثیر مثبت آن بر خواص بتن و جبران برخی نقاط ضعف عملکردی بتن غیر مسلح، مورد توجه قرار گرفته است. افزایش مقاومت پایین کششی، بهبود رفتار ترد و جلوگیری از شکست ناگهانی با استفاده از قابلیت الیاف [۲ و ۱]، در کنار ساختار مناسب این بتن، زمینه‌ی استفاده از انواع الیاف از قبیل الیاف فولادی، پلی‌پروپیلن، الیاف پلیمری و نایلونی را در سازه‌های با هندسه‌ی پیچیده فراهم کرده است [۵-۳]. مطالعات گسترده‌ی انجام یافته بر روی مشخصات مکانیکی بتن‌های الیافی نشان داده است که وجود الیاف نه تنها باعث افزایش مقاومت کششی می‌شود بلکه تثبیت ترک‌های به وجود آمده در بتن را نیز در پی دارد [۶ و ۲]. این نوع بتن‌ها مودهای شکست مختلف و پیچیده‌ای از قبیل گسیختگی الیاف، خرد شدن بتن و جدا شدن الیاف از

1 Pantazopoulou & Zangane

2 Jiang

\*نویسنده عهده‌دار مکاتبات: mafarzam@tabrizu.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس <https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode> دیدن فرمائید.



پلاستیسیته غیر همبسته [۱۶] و تابع سخت‌شدگی و نرم‌شدگی ایزوتروپیک بر اساس روابط جیو و همکاران [۲۸ و ۲۷] مورد استفاده قرار می‌گیرند و روش گامک اصلاح شده [۲۹] برای انتگرال‌گیری از معادلات ساختاری به کار گرفته می‌شود. روش گامک اصلاح شده [۲۹] نسبت به روش گامک [۲۶] دارای چندین اصلاح و بهبود از قبیل نقطه برخورد با سطح تسلیم و اصلاح تنش روی سطح تسلیم می‌باشد. ضمناً برای اعمال اثر الیاف بر سطح تسلیم، ضریب  $k_t$  استفاده از نتایج آزمایش‌های دومحوری انجام گرفته روی نمونه‌های SFRC تعیین می‌گردد که توسط ساپروتین UMAT در نرم افزار ABAQUS پیاده‌سازی می‌شود. مدل شامل چندین پارامتر مصالح می‌باشد که برای تعیین این پارامترها آزمایش‌هایی بر روی نمونه‌های SFRC انجام گرفته و برای دیگر پارامترها از نتایج آزمایش‌های تحقیقات پیشین استفاده می‌شود. برای صحت سنجی معادلات ساختاری ارائه شده و الگوریتم انتگرال‌گیری، نتایج مدل‌سازی عددی با نتایج آزمایشگاهی مطالعه حاضر و نتایج آزمایشگاهی کوپفر<sup>۲</sup> و همکاران [۳۰] و پانتازوپولو و زنگنه [۳] مقایسه می‌شوند.

## ۲- آزمایش‌های مصالح SFRC

هدف آزمایش‌ها، بررسی رفتار بتن‌های الیافی تحت تنش‌های چندمحوری و تعیین پارامترهای مدل W-W برای کالیبراسیون مدل ساختاری می‌باشد. در مدل W-W، رفتار بتن وابسته به تنش هیدرواستاتیک در نظر گرفته می‌شود و برای توصیف نحوه تغییرات سطح تسلیم با فشار هیدرواستاتیک، مقطعی از سطح تسلیم که محور طولی آن محور هیدرواستاتیک و محور قائم آن شعاع انحرافی است در نظر گرفته می‌شود که به آن مردیان اطلاق می‌شود. به عبارت دیگر، مردیان فصل مشترک سطح تسلیم و صفحه شامل محور هیدرواستاتیک می‌باشد. با توجه به اینکه در مدل W-W، مقطع انحرافی سطح تسلیم (منحنی تسلیم در صفحه‌ی  $\pi$ ) غیر مدور می‌باشد، بنابراین شکل مردیان به زاویه بار نیز بستگی دارد. به مردیان در زاویه ۶۰ درجه، مردیان فشاری و به مردیان در زاویه صفر درجه، مردیان کششی اطلاق می‌شود. تعیین کلیه پارامترهای مدل W-W نیاز به آزمایش‌های مقاومت فشاری، کششی، فشار دو محوری، سه‌محوری روی مردیان فشاری و سه‌محوری روی مردیان کششی دارد که با توجه به اینکه برخی از این آزمایش‌ها نیاز به تجهیزات خاص دارد، بنابراین در برخی موارد از فرض‌ها یا نتایج سایر مطالعات استفاده می‌شود. در این آزمایش‌ها ۱۶ نمونه

پیچیدگی‌های موجود در روش آزمایش سه‌محوری بتن و وابستگی زیاد نتایج آزمایش‌ها به پارامترهای مختلف ضرورت استفاده از معادلات ساختاری را برای مدل‌سازی دقیق رفتار بتن تحت تنش‌های چندمحوری مشخص می‌سازد [۱۵ و ۱۴]. تاکنون این معادلات با در نظر گرفتن تئوری‌های مختلف از جمله، مدل‌های پلاستیسیته [۱۷ و ۱۶]، مدل آسیب بتن [۱۸]، مدل‌های میکرو پلین [۱۹] که قابلیت نشان دادن خصوصیات رفتاری بتن را دارند معرفی شده‌اند. معادلات موجود می‌تواند به عنوان پایه‌ای برای تعیین معادلات ساختاری بتن‌های الیافی نیز به حساب آید. در سال ۲۰۱۶ میهای<sup>۱</sup> و همکاران [۲۰] معادلات ساختاری بر اساس روش آسیب بتن (CDP) را ارائه دادند که بر اساس ترکیبی از زیرمدل‌ها برای مدل‌سازی جهت ترک‌ها، عملکرد سطح ترک‌ها و همچنین انتقال ترک توسط الیاف در دو سوی ترک‌ها بود. در سال ۲۰۱۸ مدلی برای بررسی عددی بتن‌های الیافی ارائه شد، در این روش بتن و الیاف به طور جداگانه مورد بررسی قرار گرفته و ارتباط این دو توسط اندرکنش سطح تماس الیاف مدل‌سازی شد [۲۱]. برخی از این مدل‌ها در نرم افزارهای المان محدود وارد شده و این امکان را به محققین می‌دهند که در بررسی رفتار مکانیکی بتن از این مدل‌ها استفاده نمایند ولی برخی از مدل‌ها مانند مدل ویلیام-وارنکه (W-W) [۲۲] در نرم افزارهای المان محدود پیاده‌سازی نشده و قابل استفاده نمی‌باشد. در تحقیقی در سال ۲۰۱۴ بر روی رفتار سه محوری بتن، چی و همکاران [۲۳] مطالعاتی بر روی بتن الیافی انجام دادند. در این تحقیق از الیاف فولادی در ترکیب با الیاف پلی‌پروپیلن برای بهبود رفتار بتن استفاده شده و برای مدل‌سازی بتن از مدل W-W استفاده کردند. پیاده‌سازی معادلات ساختاری پیچیده و استفاده در نرم افزار نیازمند روش‌های انتگرال‌گیری دقیق و سریعی است که روش صریح یکی از این روش‌ها می‌باشد [۲۵ و ۲۴]. این روش با توجه به سرعت بالای تحلیل و عدم نیاز به مشتقات مراتب بالا برای همه مدل‌های الاستوپلاستیک قابل استفاده است. یکی از روش‌های انتگرال‌گیری صریح، تقسیم گام فعلی به چندین گام کوچک و تعیین اندازه گامک بر اساس شرایط گامک قبلی می‌باشد [۲۶] که به این روش "روش گامک"<sup>۲</sup> گفته می‌شود. با مروری بر مطالعات گذشته مشخص می‌شود، تحقیقات انجام یافته در زمینه ارائه معادلات ساختاری برای بررسی رفتار بتن‌های الیافی تحت تنش‌های چند محوری و به خصوص پیاده‌سازی عددی آن در نرم افزارها محدود است. در این تحقیق برای بررسی عددی تاثیر الیاف بر رفتار سه محوری بتن، معادلات ساختاری بر اساس معیار تسلیم W-W [۲۳ و ۲۲]،

1 Mihai  
2 Substepping scheme



شکل ۱. الیاف فولادی مورد استفاده در نمونه‌های SFRC

Fig. 1. Used steel fibers in SFRC specimens

۱٪ و ۲٪ الیاف فولادی (۴۴/۵ کیلوگرم بر متر مکعب، ۸۹/۵ کیلوگرم بر متر مکعب و ۱۷۸ کیلوگرم بر متر مکعب) تهیه گردیدند.

در ساخت نمونه‌های SFRC با توجه به اهمیت توزیع یکنواخت الیاف در داخل مخلوط، ابتدا مواد خشک از قبیل سنگدانه، سیمان و میکروسیلیس با هم مخلوط شده و الیاف فولادی تدریجاً به مخلوط اضافه شد. پس از اختلاط کامل مواد خشک و همچنین توزیع یکنواخت الیاف در داخل مخلوط، آب به همراه فوق روان کننده افزوده شد. سپس مخلوط در قالب‌های استوانه ای ریخته شده و پس از ۲۴ ساعت نمونه‌ها از قالب خارج شدند. برای عمل آوری، نمونه‌ها در حوضچه آب با دمای حدود ۲۳ درجه سانتیگراد قرار داده شدند.

#### ۲-۲- روش انجام آزمایش‌ها

آزمایش مقاومت فشاری تک‌محوری روی نمونه‌های SFRC بر اساس ASTM C39 با کنترل بارگذاری ۰/۲۵ مگاپاسکال بر ثانیه انجام شد. همچنین به منظور بررسی تاثیر الیاف فولادی بر روی مقاومت کششی بتن و به دست آوردن پارامترهای مدل W-W نمونه‌های SFRC مورد

استوانه‌ای استاندارد (۱۵۰×۳۰۰ میلی‌مترمربع) برای مقاومت فشاری و کششی تک‌محوری و ۴۰ نمونه استوانه‌ای (۵۴×۱۰۸ میلی‌مترمربع) برای آزمایش‌های سه‌محوری روی مردیان فشاری استفاده شد. همچنین نتایج آزمایش‌ها برای صحت سنجی الگوریتم پیشنهادی استفاده می‌شود.

#### ۲-۱- ساخت نمونه‌ها

برای ساخت نمونه‌ها، عیار سیمان تیپ II ۴۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب، نسبت آب به سیمان ۰/۴۳ و وزن ماسه و شن به ترتیب ۱۰۹۲ و ۶۳۵ کیلوگرم بر مترمکعب در نظر گرفته شد. در تمام نمونه‌ها ۱۰ درصد مقدار سیمان، میکروسیلیس به عنوان جایگزین سیمان مصرفی استفاده شد. برای کارایی بیشتر مخلوط، فوق روان کننده پایه کربوکسیلاتی به اندازه ۰/۵٪ وزنی مواد سیمانی به عنوان افزودنی در نظر گرفته شد و قطر بزرگترین دانه های شنی ۹/۵ میلی‌متر تعیین گردید. در این تحقیق از الیاف فولادی به قطر ۰/۷۵ میلی‌متر و طول ۲۵ میلی‌متر به صورت موجی شکل با مقاومت کششی ۱۱۰۰ مگاپاسکال استفاده شد (شکل ۱). چهار طرح اختلاط برای ساخت نمونه‌ها تعیین شدند طرح شماره ۱ بدون الیاف و سه طرح دیگر با ۰/۵٪،



شکل ۲. جک فشاری به ظرفیت ۳۰۰۰ کیلو نیوتن برای انجام آزمایش‌ها

Fig. 2. 3000 kN compression jack used for loading

روغن در سلول هوک مطابق شکل شماره ۳ استفاده شده است. همچنین برای عایق بندی نمونه از تماس روغن از یک غلاف پلاستیکی در داخل سلول هوک استفاده شده است. شکل شماره ۴ برای مثال مسیر اعمال تنش سه محوری روی نمونه استوانه ای برای فشار جانبی ۱۵ مگاپاسکال (یا هر فشار جانبی دیگر) را نشان می‌دهد. همانگونه که ملاحظه می‌شود ابتدا یک فشار جانبی ۵ مگاپاسکال برای ثابت نمودن نمونه در داخل سلول هوک اعمال شد. سپس فشار جانبی و تنش محوری به صورت همزمان تا رسیدن به مقدار ۱۵ مگاپاسکال (یا هر فشار جانبی دیگر) افزایش یافته و پس از آن فشار جانبی ثابت نگه داشته شد و تنش محوری تا خرابی نمونه افزایش پیدا کرد.

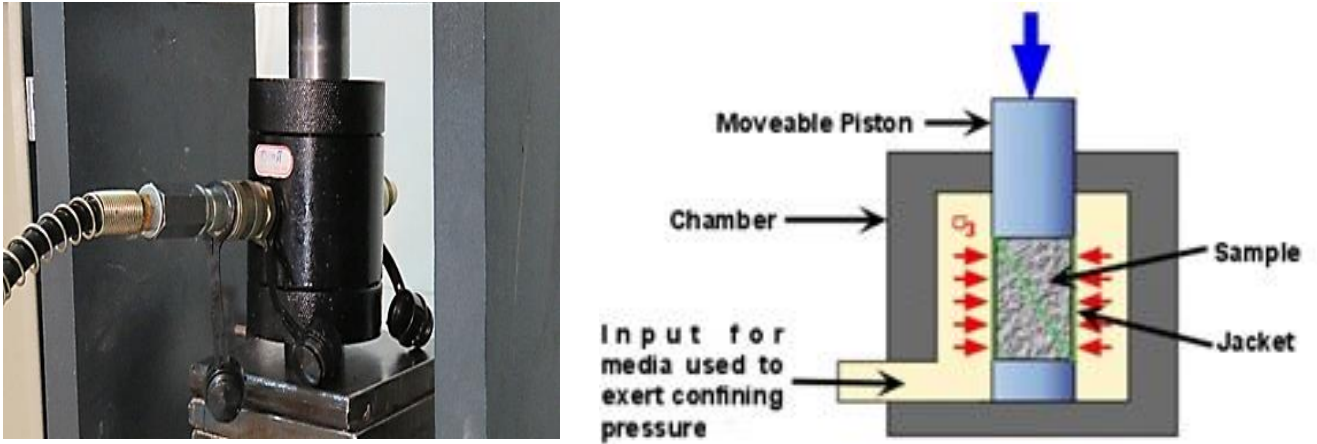
#### ۲-۳- نتایج آزمایش‌ها

نتایج آزمایش‌ها روی نمونه‌های SFRC در جدول ۱ ارائه شده است. همانگونه که ملاحظه می‌شود و در مطالعات پیشین [۳۱] نیز مشاهده گردیده،

آزمایش مقاومت کششی دو نیم شدن مطابق استاندارد ASTM C496 قرار گرفتند. برای انجام آزمایش‌ها از دستگاه جک فشاری با ظرفیت ۳۰۰۰ کیلو نیوتن نشان داده شده در شکل ۲ استفاده شده است.

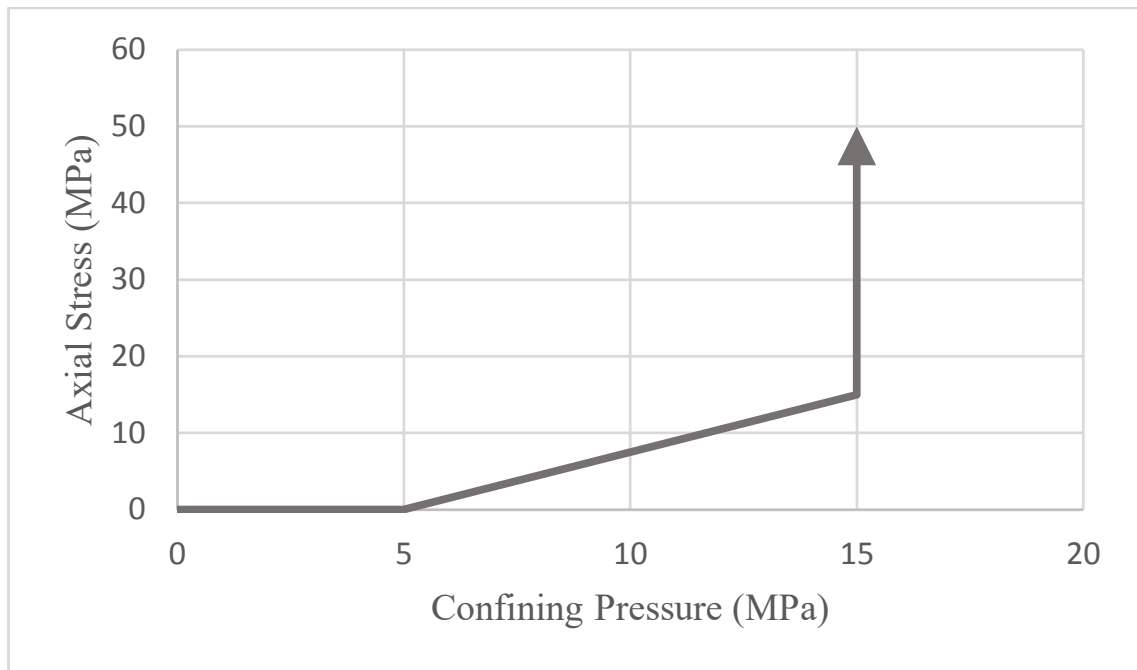
برای بررسی رفتار بتن‌های الیافی تحت شرایط فشار سه‌محوری روی مردیان فشاری و همچنین برای تعیین پارامترهای مدل W-W، آزمایش سه‌محوری بتن بر اساس استاندارد ASTM C801 به وسیله سلول هوک انجام شد. برای انجام آزمایش مطابق شکل ۳، از دستگاه تست سه محوری با ظرفیت فشار روغن ۷۰ مگاپاسکال استفاده شد. در این روش نمونه‌های استوانه‌ای ۱۰۸×۵۴ میلی‌متر مربع بر روی تکیه‌گاه استوانه‌ای شکل قرار گرفته و فشار جانبی توسط سلول هوک به نمونه اعمال می‌شود. با توجه به پیشنهاد استاندارد ASTM C801، سرعت بارگذاری ۳۰۰ کیلو پاسکال در ثانیه در نظر گرفته شد.

آزمایش‌های سه محوری روی مردیان فشاری با پنج فشاری جانبی، ۲۰، ۱۵، ۱۰، ۵ و ۰ مگاپاسکال انجام گرفت. برای اعمال فشار جانبی از فشار



شکل ۳. سلول هوک برای انجام آزمایش‌های سه محوری

Fig. 3. A Hoek cell for triaxial test



شکل ۴. مسیر بار برای فشار جانبی ۱۵ مگاپاسکال

Fig. 4. A typical load protocol in the triaxial test

جدول ۱. خلاصه نتایج آزمایش‌های فشار و کشش تک محوری و فشار سه محوری

Table 1. Summary of results of uniaxial and triaxial tests conducted on SFRC specimens

درصد الیاف فولادی $V_f(\%)$	مقاومت فشاری (مگاپاسکال)	مقاومت کششی (مگاپاسکال)	مقاومت سه محوری حداکثر (مگاپاسکال) برای فشار جانبی			
			۵ مگاپاسکال	۱۰ مگاپاسکال	۱۵ مگاپاسکال	۲۰ مگاپاسکال
۰	۳۳/۲	۲/۸۹	۶۴/۶	۸۳/۱	۹۵/۲	۱۱۳/۲
۰/۵	۳۲/۳	۳/۰۰	۶۱/۳	۷۸/۷	۹۰/۲	۱۱۰/۸
۱	۳۲/۴	۳/۱۴	۶۸/۵	۸۷/۳	۹۹/۵	۱۱۷/۵
۲	۳۱/۹	۳/۳۱	۵۷/۶	۷۳/۸	۸۹/۱	۱۰۸/۱

$$c = \frac{\sum \sigma_3 - A \sum \sigma_1}{2n\sqrt{A}} \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{A - 1}{2\sqrt{A}} \quad (3)$$

که در این روابط  $\sigma_3$  تنش محوری روی نمونه در لحظه گسیختگی و  $\sigma_1$  فشار محصور کننده می‌باشد. همچنین  $n$  تعداد نمونه‌های مورد آزمایش است. برای تعیین پارامتر  $A$  رابطه  $A = \left( \frac{n \sum \sigma_3^2 - (\sum \sigma_3)^2}{n \sum \sigma_1^2 - (\sum \sigma_1)^2} \right)^2$  استفاده می‌گردد. اکنون با تعیین ضریب  $\operatorname{tg} \phi$  ثابت  $c$  می‌توان پوش گسیختگی برای نمونه‌های با درصد الیاف ۰٪، ۰/۵٪، ۱٪ و ۲٪ را ترسیم نمود. شکل ۵ پوش گسیختگی  $\sigma_n - \tau$  برای نمونه‌های با درصد الیاف مختلف را نشان می‌دهد.

همانگونه که ملاحظه می‌شود نمودارها بر هم منطبق بوده و الیاف تاثیر قابل توجه و معناداری بر روی ضریب  $\operatorname{tg} \phi$  ثابت  $c$  ندارد. با توجه به اینکه پوش‌های گسیختگی بر اساس نتایج آزمایشات سه‌محوری بر روی مردیان فشاری ترسیم گردیده می‌توان نتیجه‌گیری کرد الیاف بر ترکیبات تنش روی مردیان فشاری تاثیر قابل توجهی ندارد. این نتیجه‌گیری در مطالعات پیشین [۳۶ و ۱۲ و ۳] نیز مشاهده گردیده است.

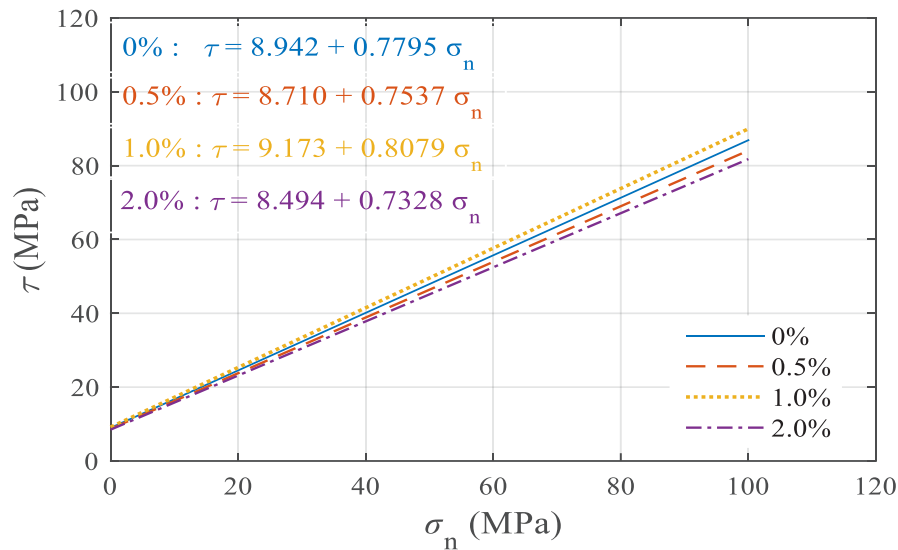
برای مدل‌سازی عددی و همچنین تعیین پارامترهای مدل W-W نیاز به ترسیم مردیان کششی می‌باشد که بر اساس نتایج آزمایش‌های مقاومت کششی، مقاومت دوماحوری و همچنین مقاومت سه‌محوری روی مردیان کششی به دست می‌آید. در این تحقیق تنها مقاومت کششی نمونه‌های

تاثیر الیاف در مقاومت فشاری تک محوری تقریباً ناچیز و قابل صرف نظر کردن می‌باشد. اما الیاف به طور مشخصی باعث افزایش مقاومت کششی نمونه‌های SFRC می‌گردد. در این مطالعه مشاهده می‌گردد که با افزایش مقدار الیاف، مقاومت کششی نمونه‌ها افزایش پیدا می‌کند. این نتیجه‌گیری در آزمایش‌های پیشین [۳۲ و ۲ و ۱] نیز مشاهده گردیده است. با توجه به نتایج به دست آمده از آزمایش‌ها، مقاومت فشاری نمونه‌ها در مدل‌سازی عددی برابر ۳۲ مگاپاسکال در نظر گرفته شد. در جدول ۱ همچنین نتایج آزمایش‌های سه محوری و مقاومت نقطه حداکثر برای فشارهای جانبی مختلف مشاهده می‌شود. برای همه نمونه‌ها افزایش مقاومت در فشار جانبی مشاهده می‌شود. ضریب این افزایش همانگونه که در سایر تحقیقات [۳۴ و ۳۳ و ۸] نیز مشاهده گردیده، در محدوده ۳/۹~۶/۳ می‌باشد.

برای بررسی بتن تحت فشارهای محصور کننده و همچنین بررسی تاثیر تنش‌های تفاضلی، نمودار  $\sigma_n - \tau$  بر اساس نتایج آزمایشات سه محوری مطابق روابط ارائه شده در استاندارد ASTM C801 [۳۵] ترسیم می‌گردد. در این استاندارد رابطه ۱ برای تعیین نمودار  $\sigma_n - \tau$  بر اساس دوایر موهر پیشنهاد گردیده است

$$\tau = c + \sigma_n \operatorname{tg} \phi \quad (1)$$

که در آن  $\tau$  تنش برشی در لحظه گسیختگی نمونه و  $\sigma_n$  تنش نرمال در لحظه گسیختگی نمونه می‌باشد. همچنین برای تعیین ضریب  $\operatorname{tg} \phi$  ثابت  $c$  از روابط ۳ و ۲ استفاده می‌شود:



شکل ۵. پوش گسیختگی  $\sigma_n$ - $\tau$  برای نمونه‌های با درصد الیاف مختلف

Fig. 5. failure envelope of SFRC specimens

### ۳- معادلات ساختاری

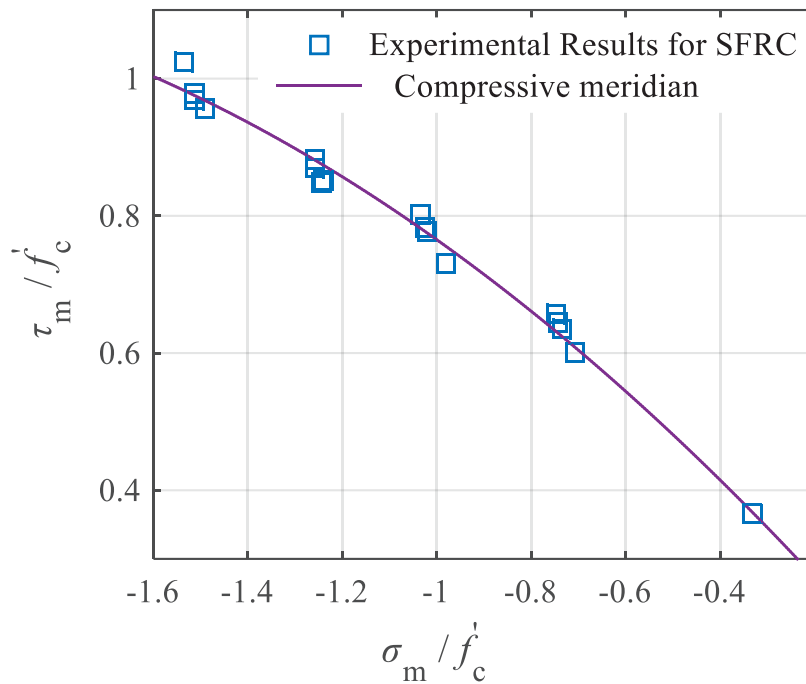
یک مرحله اساسی در تحلیل‌های اجزاء محدود غیر خطی، انتگرال‌گیری از معادلات ساختاری برای تعیین مقدار نمو تنش‌ها در هر گام می‌باشد. معادلات ساختاری مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل را با روش‌هایی برای انتگرال‌گیری از آن‌ها که معمولاً به صورت صریح یا ضمنی طبقه بندی می‌شوند تعریف می‌کند. معادلات ساختاری برای مصالح SFRC بر اساس پلاستیسیته غیر همبسته تعیین می‌شود. این معادلات شامل چندین بخش اساسی شامل سطح تسلیم، تابع پتانسیل پلاستیک، توابع سخت‌شدگی و نرم‌شدگی و همچنین انتگرال‌گیری از این معادلات می‌باشد که در ادامه تمامی موارد فوق شرح داده می‌شود.

#### ۳-۱- سطح تسلیم

سطح تسلیم پنج پارامتری W-W [۲۲] برای بتن معمولی پیشنهاد شده است ولی با توجه به قابلیت این مدل در پیش‌بینی رفتار بتن در همه حالات تنش، در برخی از مطالعات برای بررسی رفتار مصالح FRC از این سطح تسلیم استفاده نموده‌اند [۳۶ و ۲۳ و ۳]. برای در نظر گرفتن اثرات الیاف در رفتار FRC ضرائب اصلاحی  $k_c$  و  $k_t$  پیشنهاد شده است که نحوه

SFRC بر اساس نتایج آزمایش‌ها تعیین گردیده است. برای مقاومت فشاری دومیوری با توجه به مقاومت نمونه‌های مورد آزمایش کوپفر و همکاران [۳۰] که  $3/2$  مگاپاسکال می‌باشد ( تقریباً برابر با مقاومت نمونه‌های مورد آزمایش در این مطالعه) از نتایج این آزمایش‌ها و برای نتایج آزمایش‌های سه‌محوری روی مردیان کششی با توجه به بدون بعد بودن چارت طراحی اتوسن [۱۵] از این چارت استفاده شده است. لازم به ذکر است که پارامترها و همچنین مردیان فشاری برای نمونه‌های بدون الیاف ترسیم گردیده و برای اعمال اثرات الیاف در سطح تسلیم، همانگونه که توضیح داده خواهد شد از ضرائب  $k_c$  و  $k_t$  استفاده می‌شود.

نتایج آزمایش‌های سه‌محوری همچنین در شکل ۶ به صورت  $\tau_m / f_c'$  در مقابل  $\sigma_m / f_c'$  مشاهده می‌شود که در آن  $\sigma_m = \frac{1}{3} I_1$  تنش نرمال متوسط و  $\tau_m = \sqrt{\frac{2}{3} J_2}$  تنش برشی متوسط،  $I_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$  و اولین تغییر ناپذیر تانسور تنش  $J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}$  دومین تغییر ناپذیر تانسور تنش انحرافی می‌باشد. همچنین در این شکل مردیان فشاری رسم شده بر اساس نتایج آزمایش‌های سه‌محوری روی نمونه‌های SFRC مشاهده می‌شود. با توجه به تاثیر ناچیز الیاف روی مقاومت فشاری و همچنین روی مردیان فشاری، برای همه نمونه‌های SFRC یک مردیان فشاری ترسیم گردیده است.



شکل ۶. نتایج آزمایش‌های سه محوری به همراه مردیان فشاری نمونه‌ها SFRC

Fig. 6. Results of triaxial test of SFRC specimens with compression meridian

$$\rho^f(\xi, \theta) = \frac{2\rho_c^f [(\rho_c^f)^2 - (\rho_t^f)^2] \cos \theta}{4[(\rho_c^f)^2 - (\rho_t^f)^2] \cos^2 \theta + (\rho_c^f - 2\rho_t^f)^2} + \left( \frac{\rho_c^f (2\rho_t^f - \rho_c^f)}{4[(\rho_c^f)^2 - (\rho_t^f)^2] \cos^2 \theta + (\rho_c^f - 2\rho_t^f)^2} \right) \times \{4[(\rho_c^f)^2 - (\rho_t^f)^2] \cos^2 \theta + 5(\rho_t^f)^2 - 4\rho_t^f \rho_c^f\}^{(1/2)} \quad (5)$$

در رابطه (۵)  $\rho_c^f$  مردیان فشاری و  $\rho_t^f$  مردیان کششی و  $\rho^f(\xi, \theta)$  درون‌یابی برای شعاع انحرافی در نقاط ما بین مردیان کششی و فشاری می‌باشد.  $\xi = \frac{I_1}{\sqrt{3}}$  و  $\cos \theta = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{2\sqrt{3}\sqrt{J_2}}$  زاویه بار<sup>۲</sup> در حالت  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  می‌باشد. مردیان فشاری و کششی بتن‌های الیافی روی سطح تسلیم W-W برای  $\xi$  ای مختلف با حل معادلات درجه دو روابط (۶) به دست می‌آید.

تعیین این ضرائب با استفاده از نتایج آزمایش‌ها در ادامه توضیح داده می‌شود. سطح تسلیم برای نمونه‌های SFRC در مختصات وسترگارد به صورت زیر می‌باشد

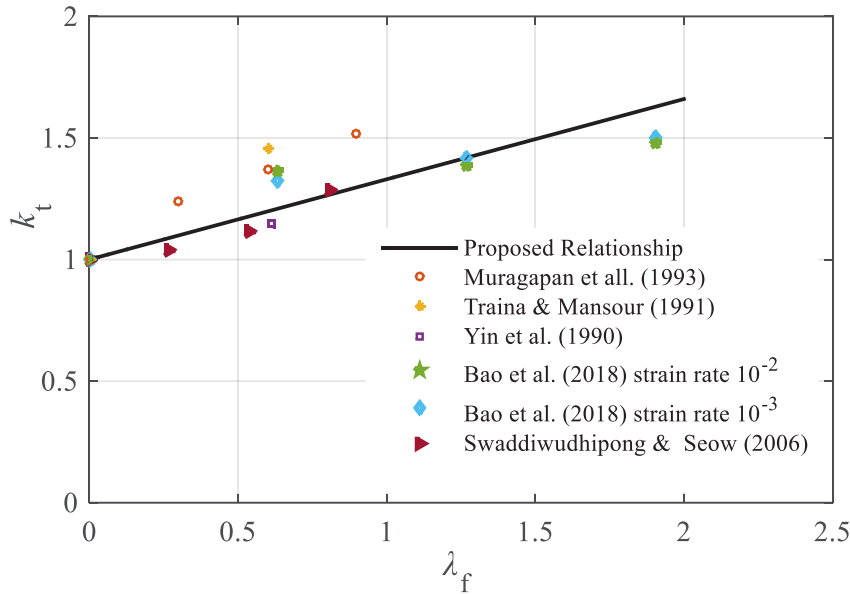
$$F(\xi, \rho, \theta) = \rho - K(\bar{\varepsilon}_p) \rho^f(\xi, \theta) = 0 \quad (4)$$

که در رابطه فوق  $K(\bar{\varepsilon}_p)$  تابع سخت‌شدگی یا نرم‌شدگی سطح تسلیم و  $\rho$  شعاع انحرافی<sup>۱</sup> در سطح مقطع انحرافی  $\rho = \sqrt{2J_2}$  می‌باشد. در روابط فوق  $\rho^f(\xi, \theta)$  مربوط به شعاع انحرافی برای سطح تسلیم SFRC می‌باشد که بر اساس مطالعات پیشین [۳۶ و ۳۱ و ۲۳] از رابطه زیر به دست می‌آید.

2 Lode angle

1 Deviatoric length





شکل ۷. مقایسه  $k_t$  پیشنهادی با نتایج آزمایش‌های انجام شده

Fig. 7. Comparing of proposed relationship for  $k_t$  with experimental results

طول انحرافی می‌باشد. مطابق آزمایش‌های پیشین اثر الیاف روی مردیان فشاری ناچیز می‌باشد. در مطالعات سواندینگپونگ و سیو [۳۱] مقدار  $k_c$  را برابر ۱ پیشنهاد نموده‌اند و در مطالعات چی و همکاران [۲۳] برای  $k_c$  رابطه (۸) پیشنهاد شده است. در این مطالعه نیز برای اعمال اثرات الیاف روی مردیان فشاری از رابطه (۸) استفاده شده است.

$$k_c = 1 + 0.056\lambda_f \quad (۸)$$

در رابطه (۸)  $\lambda_f = V_f \frac{l_f}{d_f}$  درصد الیاف<sup>۱</sup> و  $\frac{l_f}{d_f}$  نسبت ظاهری<sup>۲</sup> الیاف می‌باشد. همانگونه که آزمایش‌های قبلی نشان داده‌اند، اثر الیاف بر ترکیبات تنش روی مردیان کششی از جمله مقاومت کششی و مقاومت دو محوری، قابل توجه می‌باشد. برای تعیین  $k_t$  از نتایج آزمایش‌های دو محوری بر روی نمونه‌های بتن الیافی استفاده می‌شود با توجه به مطالعات انجام شده [۳۷-۴۰ و ۳۱ و ۱۷] و برازش نمودار خطی برای  $k_t$  که در شکل ۷ مشاهده می‌شود، رابطه (۹) پیشنهاد می‌شود:

$$\frac{\xi}{f_c'} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \frac{\rho_t^f}{f_c'} + \hat{a}_2 \left( \frac{\rho_t^f}{f_c'} \right)^2 \quad (۶)$$

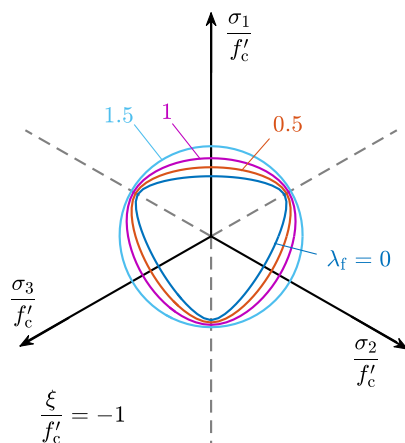
$$\frac{\xi}{f_c'} = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 \frac{\rho_c^f}{f_c'} + \hat{b}_2 \left( \frac{\rho_c^f}{f_c'} \right)^2$$

که در رابطه (۶)  $f_c'$  مقاومت فشاری تک محوری نمونه‌های SFRC می‌باشد.  $\hat{a}_0 \dots \hat{b}_2$  پارامترهای مدل می‌باشند که بر اساس آزمایش‌های تجربی و روابط مدل W-W به دست می‌آیند [۲۲ و ۱۵]. برای اعمال اثرات الیاف در مدل W-W بر اساس مطالعات پیشین از روابط (۷) و ضرائب اصلاحی  $k_t$   $k_c$  استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} \rho_c^f &= k_c \rho_c \\ \rho_t^f &= k_t \rho_t \end{aligned} \quad (۷)$$

که در آن  $\rho_c$  مردیان فشاری برای بتن ساده و  $\rho_t$  مردیان کششی برای بتن ساده می‌باشد.  $k_t$   $k_c$  ضرائب اصلاحی برای اعمال اثر الیاف بر

1 volume fraction  
2 Aspect ratio



شکل ۸. تاثیر  $\lambda_f$  بر مقطع انحرافی سطح تسلیم

Fig. 8. Effect of  $\lambda_f$  on deviatoric plane

که یک انبساط یکنواخت را نشان می‌دهد. در رابطه شماره (۴)،  $K(\bar{\varepsilon}_p)$  مربوط به تغییرات سطح تسلیم در ناحیه پلاستیک است که برای ناحیه قبل از نقطه اوج، تابع سخت‌شدگی و برای ناحیه بعد از نقطه اوج، نرم‌شدگی را تعریف می‌کند. برای نواحی الاستیک در غیاب کرنش پلاستیک،  $K(\bar{\varepsilon}_p)$  دارای مقدار ثابت  $0.4$  می‌باشد. برای ناحیه پلاستیک توابع سخت‌شدگی و نرم‌شدگی با توجه به مطالعات پیشین [۳۶ و ۲۷ و ۲۳] وابسته به مقدار کرنش پلاستیک می‌باشد  $d\varepsilon_{ij}^p$   $\int \sqrt{2/3} d\varepsilon_{ij}^p$   $\int d\bar{\varepsilon}_p$   $\bar{\varepsilon}_p$  که  $d\varepsilon_{ij}^p$  نمو تانسور کرنش پلاستیک می‌باشد. برای پیاده‌سازی عددی تابع سخت‌شدگی رابطه سهمی زیر توسط جیو و همکاران [۲۷ و ۲۳] پیشنهاد شده است.

$$dK(\bar{\varepsilon}_p) = H_p d\bar{\varepsilon}_p = \left[ a \frac{1}{\varepsilon_c} + 2(3-2a) \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_c} \frac{1}{\varepsilon_c} + 3(a-2) \left( \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_c} \right)^2 \frac{1}{\varepsilon_c} \right] d\bar{\varepsilon}_p, \text{ for } \bar{\varepsilon} \leq \varepsilon_c \quad (10)$$

برای تابع نرم‌شدگی در ناحیه پس از نقطه اوج رابطه (۱۱) ارائه شده است:

$$k_t = 1 + 0.33\lambda_f \quad (9)$$

همانگونه که ملاحظه می‌شود با افزایش  $\lambda_f$  مقدار  $k_t$  ضریب طول انحرافی سطح تسلیم برای ترکیبات تنش روی مردیان کششی افزایش پیدا می‌کند و به عبارت دیگر افزودن الیاف، مقاومت نمونه‌های SFRC برای ترکیبات تنش روی مردیان کششی را افزایش می‌دهد. تاثیر الیاف بر ترکیبات تنش روی مردیان کششی بیشتر از مردیان فشاری می‌باشد به همین دلیل مشاهده می‌شود که مقطع انحرافی سطح تسلیم، با افزایش مقدار  $\lambda_f$  از حالت مثلی به دایره‌ای تغییر پیدا می‌کند. شکل ۸ برای  $\xi/f'_c = -1$  تغییرات مقطع انحرافی سطح تسلیم برای مقادیر مختلف  $\lambda_f$  نشان می‌دهد.

### ۳-۲- توابع سخت‌شدگی و نرم‌شدگی

سخت‌شدگی و نرم‌شدگی شکل و اندازه سطح بارگذاری و همچنین نحوه پاسخ مصالح را پس از اولین تسلیم مشخص می‌کند [۳۶ و ۱۵]. تحقیق‌ها تجربی بی‌شماری که انجام شده نشان داده‌اند که شکل سطح بارگذاری مصالح بتنی مشابه شکل سطح تسلیم آن می‌باشد. بنابراین در این مطالعه سخت‌شدگی ایزوتروپیک برای مصالح بتن الیافی فرض شده است

### ۳-۳- تابع پتانسیل پلاستیک

تعیین تانسور کرنش پلاستیک (نمو تانسور کرنش پلاستیک) در پیش‌بینی رفتار مواد دارای اهمیت خاصی می‌باشد زیرا فرض می‌شود که بسیاری از پارامترهای پلاستیسیته تابع همین کرنش پلاستیک می‌باشند. عموماً برای بتن و سایر مصالح که رفتار آن‌ها وابسته به تنش هیدرواستاتیک می‌باشد قانون جریان غیر همبسته<sup>۱</sup> مورد استفاده قرار می‌گیرد [۴۲ و ۴۳ و ۱۵]. برای تعیین تانسور کرنش پلاستیک با استفاده از قانون جریان غیر همبسته می‌توان نوشت:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (16)$$

که در آن  $d\lambda$  ضریب پلاستیک می‌باشد که با استفاده از شرایط سازگاری به دست می‌آید و در ادامه توضیح داده می‌شود. تابع پتانسیل پلاستیک مورد استفاده در این مطالعه در مختصات وسترگارد براساس مدل گراسل برای بتن ساده به صورت زیر استفاده شده است [۱۶]:

$$g = -A\bar{\rho}^2 - B\bar{\rho} + \bar{\xi} = 0 \quad (17)$$

که در این رابطه  $\bar{\xi} = \xi/f_c'$  همچنین  $\bar{\rho} = \rho/f_c'$  دو پارامتر A و B تابع پتانسیل پلاستیک، با توجه به مقدار کرنش محوری در آزمایش فشار تک محوری در نقطه حداکثر بار و همچنین کرنش محوری در آزمایش فشار سه محوری در ماکزیمم تنش مطابق گام‌های کالیبراسیون مدل در مرجع [۱۶] به دست می‌آید.

### ۳-۴- روابط تنش - کرنش

روابط بین تنش و کرنش با استفاده از قانون هوک به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^e d\varepsilon_{kl}^e = C_{ijkl}^e (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^p) \quad (18)$$

برای مصالح ایزوتروپیک تانسور الاستیک  $C_{ijkl}^e$  با استفاده از ضرائب مصالح  $G$  مدول برشی و  $\nu$  ضریب پواسون به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$dK(\bar{\varepsilon}_p) = H_p d\bar{\varepsilon}_p = \frac{\frac{1}{\varepsilon_c} [b(\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_c} - 1)^2 + \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_c}] - \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_c} [2b(\frac{1}{\varepsilon_c} - 1)\frac{1}{\varepsilon_c} + \frac{1}{\varepsilon_c}]}{[b(\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_c} - 1)^2 + \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_c}]^2} d\bar{\varepsilon}_p, \quad (11)$$

for  $\bar{\varepsilon} \geq \varepsilon_c$

که در روابط فوق a, b برای تعیین شیب منحنی تنش کرنش بستگی به مقدار یاف دارد و بر اساس روابط (۱۲) و (۱۳) پیشنهاد شده است [۴۱ و ۲۸].

$$a = 28.2283 - 23.2771f_c'^{0.0374} + 0.4772\lambda_f \quad (12)$$

$$b = 0.01 + 0.037f_c'^{0.2846} - 0.02372\lambda_f \quad (13)$$

در روابط فوق  $f_c'$  بر حسب مگاپاسکال می‌باشد و  $\bar{\varepsilon}$  مقدار کرنش معادل کل می‌باشد که از رابطه (۱۴) محاسبه می‌شود.

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{3} \sqrt{\{2[(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + (\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{zz})^2] + \frac{1}{3} \sqrt{2[(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{zz})^2] + 3(\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_{xz}^2)}\}} \quad (14)$$

$\varepsilon_c$  در روابط (۱۱) و (۱۲) مقدار کرنش معادل کل در نقطه اوج منحنی تنش کرنش می‌باشد که در آن نقطه تابع سخت‌شدگی تبدیل به تابع نرم‌شدگی می‌گردد و بر اساس پیشنهاد چی و همکاران [۴۱ و ۲۳] مطابق رابطه (۱۵) تعیین می‌شود.

$$\varepsilon_c = 263.3 \times 10^{(-6)} \sqrt{f_c' (1 + 0.206\lambda_f)} \times \left(1 + 8.5 \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{f_c'}\right) \quad (15)$$

در رابطه (۱۵)،  $\sigma_1$ ،  $\sigma_2$  مقادیر تنش جانبی می‌باشند و  $\sigma_3$  مقدار تنش اصلی حداکثر فشاری می‌باشد.

اصلاح شده برخورد تنش با سطح تسلیم بر اساس روش پگاسوس [۴۴] پیش بینی شده و همچنین الگوریتمی برای اصلاح تنش بر روی سطح تسلیم<sup>۲</sup> پیشنهاد شده است. در نقطه انتگرال گیری برای محاسبه مدول سخت شدگی و نرم شدگی  $H_p$  مقدار کرنش در ابتدای تکرار استفاده می شود و مقدار  $H_p$  تا انتهای تکرارهای گامک ثابت باقی می ماند. کرنش افزایشی هر گام  $\Delta \varepsilon$  به  $N^s$  گامک تقسیم می شود  $\Delta \varepsilon^s = \frac{\Delta \varepsilon}{N^s}$  سپس انتگرال گیری از معادلات ساختاری بر این اساس انجام می گیرد. برای هر گامک الگوریتم زیر برای به دست آوردن تنش استفاده می شود:

$$1- \text{اگر } F(\sigma_0 + C^e : \Delta \varepsilon^s, K_0) < FTOL \text{ آنگاه:}$$

$$\Delta \varepsilon^s : \sigma_b = K_0 \quad \sigma_b = \sigma_0 + C^e \text{ برو به مرحله ۵}$$

۲- با الگوریتم برخورد با سطح تسلیم مقدار  $\alpha$  را پیدا کن

$$1-1- \alpha_d = 1 \text{ و } \alpha_c = 0 \text{ قرار بده}$$

$$2-1- \text{قرار بده } F_c = F(\sigma_0 + \alpha_c C^e : \Delta \varepsilon^s, K_0) \text{ و}$$

$$F_n = F_d \text{ و } F_d = F(\sigma_0 + \alpha_d C^e : \Delta \varepsilon^s, K_0)$$

۳-1- تا زمانی که  $F_n > FTOL$  تکرار کن

$$3-1- \text{قرار بده } \alpha_n = \alpha_d - \frac{F_d}{F_d - F_c} (\alpha_d - \alpha_c) \text{ و } F_n = F(\sigma_0 + \alpha_n C^e : \Delta \varepsilon^s, K_0)$$

$$1-1-1- \text{اگر } F_n F_0 > 0 \text{ آنگاه قرار بده } \alpha_c = \alpha_n \text{ و } F_d = \frac{F_d F_c}{F_d + F_n}$$

$$F_c = F_n \text{ و}$$

$$2-1-1- \text{اگر } F_n F_0 < 0 \text{ آنگاه قرار بده } \alpha_d = \alpha_n \text{ و } F_d = F_n$$

$$1-2- \alpha = \alpha_n \text{ قرار بده}$$

$$2-2- \text{قرار بده } \Delta \varepsilon^s : \sigma_0 = \sigma_0 + \alpha C^e : \Delta \varepsilon^s \text{ و } \sigma_0 = (1 - \alpha) \Delta \varepsilon^s$$

$$\text{همچنین قرار بده } \Delta T = 1 \text{ و } T = 0 \text{ و } \sigma_t = \sigma_0 \text{ و } K_t = K_0$$

۳- تا زمانی که  $T < 1$  تکرار کن

$$C_{ijkl}^e = 2G(\delta_{ik}\delta_{jl} + \nu/(1-2\nu)\delta_{ij}\delta_{kl}) \quad (19)$$

که در آن  $\delta_{ij}$  دلتای کرونیکر و  $d\varepsilon_{kl}$  نمو تانسور کرنش پلاستیک می باشد که از قانون جریان غیر همبسته محاسبه می شود. برای محاسبه ضریب پلاستیک  $d\lambda$  با استفاده از شرایط سازگاری  $dF = 0$  داریم:

$$d\lambda = \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^e d\varepsilon_{kl}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnpq}^e \cdot \frac{\partial g}{\partial \sigma_{pq}} - \frac{\partial F}{\partial k} H_p \sqrt{2/3} \left\| \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\|}} \quad (20)$$

با جاگذاری رابطه (۲۰) و در روابط (۱۸) و (۱۶) برای رابطه تنش-

کرنش داریم:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{ep} d\varepsilon_{kl} \equiv \left[ C_{ijkl}^e - \frac{C_{ijmn}^e \cdot \frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \cdot \left( \frac{\partial F}{\partial \sigma_{pq}} \right)^T C_{pqkl}^e}{\left( \frac{\partial F}{\partial \sigma_{rs}} \right)^T C_{rstu}^e \cdot \frac{\partial g}{\partial \sigma_{tu}} - \frac{\partial F}{\partial k} H_p \sqrt{2/3} \left\| \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\|}} \right] d\varepsilon_{kl} \quad (21)$$

که در رابطه (۲۱)  $C_{ijkl}^{ep}$  تانسور سختی الاستو پلاستیک مصالح

می باشد.

### ۳-۵- انتگرال گیری از معادلات ساختاری

تنش مربوط به کرنش با استفاده از انتگرال گیری از معادلات ساختاری تعیین می شود. برای انتگرال گیری از معادلات ساختاری مصالح SFRC همانگونه که پیش تر گفته شد چی و همکاران [۲۳] از روش انتگرال گیری گامک معرفی شده توسط اسلوان<sup>۱</sup> [۲۶] استفاده نمودند. در روش گامک با استفاده از تقسیم اتوماتیک نمو کرنش به تعدادی گام کوچک از معادلات ساختاری انتگرال گیری می شود و اندازه مناسب هر گامک از طریق فرمول اولر اصلاح شده تعیین می شود. در این مطالعه از روش انتگرال گیری اصلاح شده اسلوان و همکاران [۲۹] برای انتگرال گیری از معادلات ساختاری استفاده شد. روش اصلاح شده اسلوان و همکاران [۲۹] نسبت به روش گامک اسلوان [۲۶] دارای چندین تغییر و بهبود می باشد از جمله در روش

۳-۲-۵-۳- اگر  $|F(\sigma_m, K_m)| > |F(\sigma_b, K_b)|$  آنگاه:

$$K_m = K_b \text{ و } \sigma_m = \sigma_b - \frac{F(\sigma_b, k_b) \frac{\partial F}{\partial \sigma_b}}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_b}\right)^T : \frac{\partial F}{\partial \sigma_b}}$$

۳-۲-۵-۳- قرار بده  $\sigma_b = \sigma_m K_b = K_m$

۳-۲-۶- قرار بده  $q = \min\left\{0.9 \sqrt{\frac{STOL}{R_n}}, 1.1\right\}$  و

$$\Delta T = \min\{\Delta T, 1-T\} \text{ و } \Delta T = \max\{q\Delta T, \Delta T_{min}\}$$

۳-۲-۷- قرار بده  $K_t = K_b$  و  $\sigma_t = \sigma_b$  و  $T = T + \Delta T$

۳-۲-۸- قرار بده  $\sigma_1 = \sigma_b$

پس از تکرار مراحل فوق به تعداد  $N^s$ ، مقادیر تنش و پارامتر

سخت‌شدگی یا نرم‌شدگی در انتهای هر گام مشخص می‌شود. این مقادیر را برای محاسبه  $\frac{\partial F}{\partial \sigma} \frac{\partial g}{\partial \sigma} \frac{\partial K}{\partial \sigma}$  در انتهای هر گام می‌توان استفاده نمود.

سپس با جاگذاری  $\mathcal{E}$  در انتهای هر گام، در رابطه (۱۱) مقدار  $\mathcal{E}$  محاسبه گردیده و بر اساس آن  $H_p$  تعیین می‌گردد و با مقایسه آن با  $\mathcal{E}_c$  سخت‌شدگی

یا نرم‌شدگی تابع مشخص می‌گردد. در انتها با جاگذاری مقادیر به دست آمده در رابطه (۲۱) مقدار  $C^{ep}$  محاسبه گردیده و برای تحلیل اجزاء

محدود غیر خطی در ماتریس سختی کلی جاگذاری می‌گردد. مقادیر استفاده شده برای کنترل خطا در روش انتگرال‌گیری گامک معمولاً به صورت

$FTOL = 10^{(-9)}$ ، در نظر گرفته می‌شود. برای  $N^s$  عموماً مقدار ۱۰

کافی می‌باشد.

#### ۴- نتایج مدل‌سازی عددی

برای مدل‌سازی عددی آزمایش‌های انجام گرفته و همچنین

آزمایش‌های پیشین [۳۰ و ۳] معادلات ساختاری ارائه شده در بخش ۴ با استفاده از سابروتین UMAT در نرم افزار ABAQUS پیاده سازی شد و

منحنی‌های تنش کرنش برای همه نمونه‌ها ترسیم شده و با نتایج آزمایش‌ها مقایسه شد. برای مدل‌سازی عددی از دو نوع نمونه استوانه‌ای و مکعبی

نشان داده شده در شکل ۹ استفاده شد. نمونه استوانه‌ای برای مدل‌سازی آزمایش‌های تک محوری و سه محوری و نمونه مکعبی برای مدل‌سازی

آزمایش‌های دو محوری و سه محوری واقعی به کار گرفته شد. المان استفاده شده برای نمونه‌ها از نوع C3D8 هشت گره‌ای ایزو پارامتریک می‌باشد.

برای مشاهده رفتار پس از نقطه اوج در منحنی تنش کرنش، بار به صورت

۳-۱- مقادیر  $\Delta\sigma_a$  و  $\Delta\sigma_b$  را با استفاده از روابط زیر محاسبه کن

$$\Delta\lambda_i = \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_i} : C^e : \Delta\epsilon^s}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_i} : C^e : \frac{\partial g}{\partial \sigma_i} - \frac{\partial F}{\partial k} H_p \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_i}} \quad \text{۳-۲-۲}$$

و  $\Delta K_a = \sqrt{\frac{2}{3}} \Delta\lambda_i H_p \frac{\partial g}{\partial \sigma_i}$  و  $\Delta\sigma_a = \Delta T C^e : \Delta\epsilon^s - \Delta\lambda_i C^e : \frac{\partial g}{\partial \sigma_i}$

$$K_a = K_t + \Delta K_a \text{ و } \sigma_a = \sigma_t + \Delta\sigma_a$$

$$\Delta\lambda_a = \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_a} : C^e : \Delta\epsilon^s}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_a} : C^e : \frac{\partial g}{\partial \sigma_a} - \frac{\partial F}{\partial k} H_p \sqrt{\frac{2}{3}} \left\| \frac{\partial g}{\partial \sigma_a} \right\|} \quad \text{۳-۲-۱}$$

و محاسبه نمایید  $\Delta K_b = \sqrt{\frac{2}{3}} \Delta\lambda_a H_p \frac{\partial g}{\partial \sigma_a}$  و  $\Delta\sigma_b = \Delta T C^e : \Delta\epsilon^s - \Delta\lambda_a C^e : \frac{\partial g}{\partial \sigma_a}$

۳-۳- محاسبه نمایید  $K_b = K_t + \frac{\Delta K_a + \Delta K_b}{2}$  و  $\sigma_b = \sigma_t + \frac{\Delta\sigma_a + \Delta\sigma_b}{2}$

$$R_n = \max\left\{\frac{\Delta\sigma_b - \Delta\sigma_a}{2\sigma_b}, \frac{|\Delta k_b - \Delta k_a|}{2|k_b|}, EEPS\right\}$$

۳-۴- اگر  $R_n > STOL$  آنگاه  $q = \max\left\{0.9 \sqrt{\frac{STOL}{R_n}}, 0.1\right\}$

$$\Delta T = \max\{q\Delta T, \Delta T_{min}\} \text{ برگرد به گام ۱، ۴}$$

۳-۵- اگر  $F(\sigma_b, K_b) > FTOL$  آنگاه تصحیح تنش بر روی سطح

تسليم و برورسانی  $\sigma_b$   $K_b$

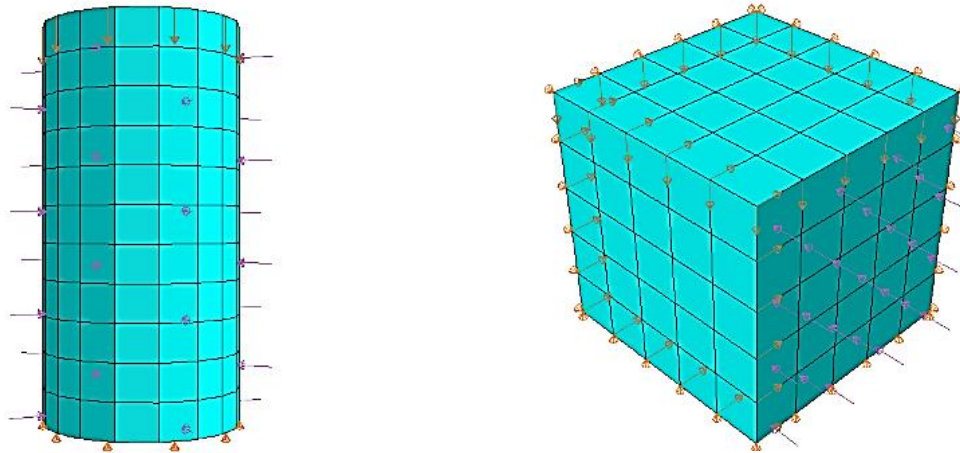
۳-۵-۱- قرار بده  $F_m = F(\sigma_m, K_m)$   $\sigma_m = \sigma_b$   $K_m = K_b$

۳-۵-۲- تا زمانی که  $F_m > FTOL$  ادامه بده

$$\delta\lambda = \frac{F_m}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_m} : C^e : \frac{\partial g}{\partial \sigma_m} - \frac{\partial F}{\partial k_m} H_p \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_m}} \quad \text{۳-۲-۱-۱ محاسبه نمایید}$$

۳-۲-۲- محاسبه نمایید  $\sigma_m = \sigma_m - \delta\lambda C^e : \frac{\partial g}{\partial \sigma_m}$  و

$$F_m = F(\sigma_m, K_m) \text{ و } k_m = k_m + \sqrt{\frac{2}{3}} \delta\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_m}$$



شکل ۹. مش بندی المان محدود به همراه شرایط مرزی فشار سه محوری برای نمونه‌های استوانه‌ای و مکعبی

Fig. 9. Finite element mesh with boundary condition of cubic and cylindrical specimens

و روابط پیشنهادی [۳۴ و ۱۶]  $A = 0.298$   $B = -12.63$  برای مدل‌سازی عددی استفاده شد. مقادیر زیر برای مدل‌سازی عددی در نظر گرفته شد.  $\hat{a}_0 = \hat{b}_0 = 0.099$ ,  $\hat{a}_1 = -0.3709$ ,  $\hat{a}_2 = -0.9056$   $E = 26.6Gpa$ ,  $\nu = 0.2$  و  $\hat{b}_1 = -0.138$ ,  $\hat{b}_2 = -0.5345$  همانگونه که در مطالعات پیشین مشاهده شده [۳۱ و ۲]، الیاف تاثیر قابل توجهی در مقاومت فشاری SFRC ندارد و نقطه حداکثر تنش برای مقادیر مختلف الیاف بر هم منطبق می‌شوند. با مقایسه تنش حداکثر برای فشارهای جانبی مختلف مشاهده می‌شود که مقاومت فشاری سه محوری در انطباق با مطالعات پیشین [۱۱ و ۸]، با افزایش فشار جانبی افزایش می‌یابد. نکته قابل توجه در شکل شماره ۱۰ تاثیر محسوس الیاف در شیب منحنی تنش کرنش در ناحیه پس از نقطه اوج می‌باشد. همانگونه که در مطالعات تجربی مشاهده شده الیاف در بتن از پیشروی ترک‌ها و عریض‌تر شدن آنها جلوگیری نموده و روند کاهش مقاومت در ناحیه نرم‌شدگی در نمونه‌های SFRC ملایم‌تر می‌باشد به عبارت دیگر شیب منحنی تنش کرنش در ناحیه نرم‌شدگی کاهش می‌یابد. که این رفتار در منحنی‌های تنش کرنش شکل ۱۰ مشاهده می‌گردد. در تمامی فشارهای جانبی در ناحیه نرم‌شدگی، نمودار مربوط به نمونه‌های ۲٪ بالاتر از ۱٪ و ۵٪ قرار دارد و نمودار مربوط به ۰٪ پایین‌تر از همه نمودارها قرار دارد.

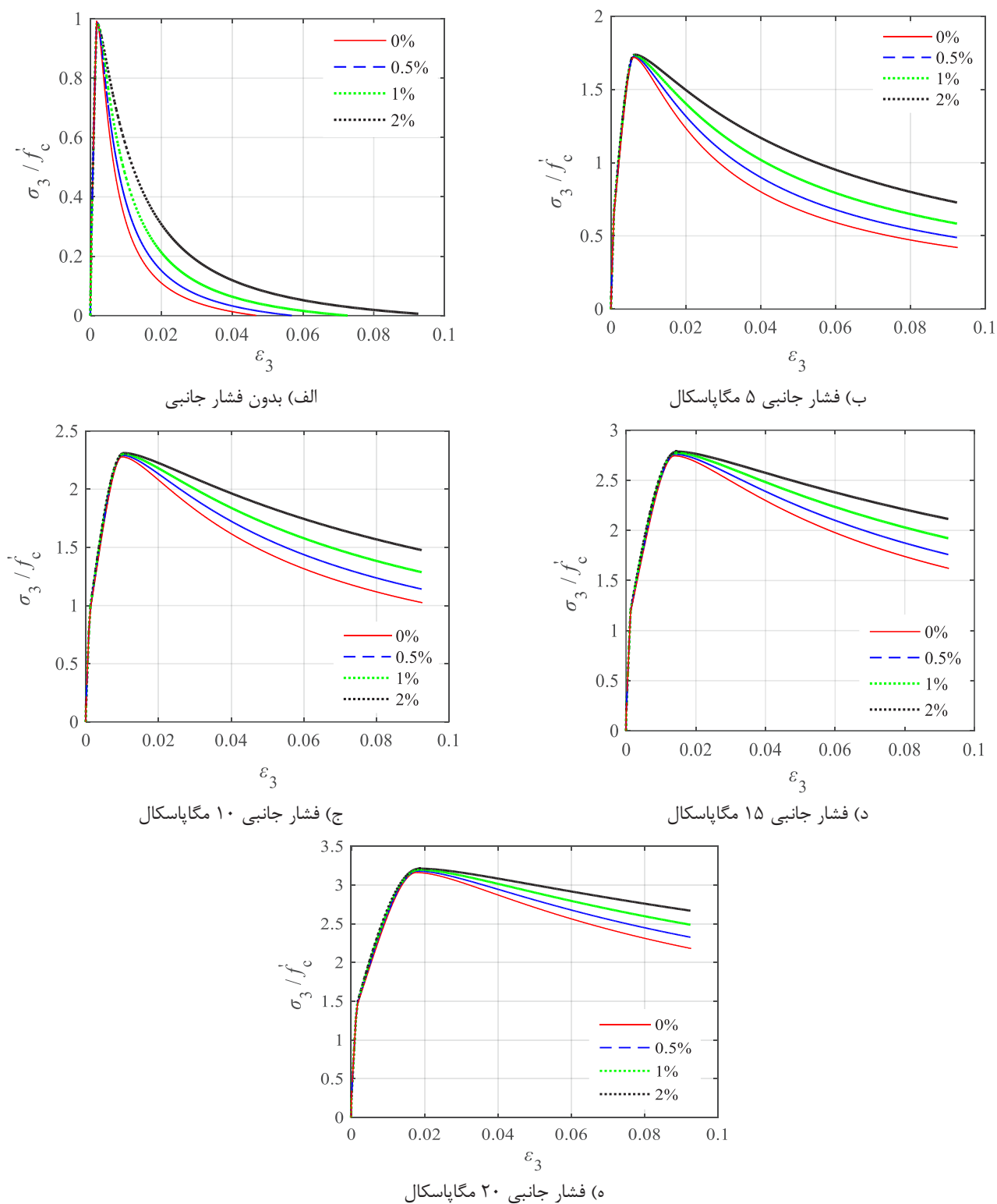
جابجائی کنترل به نمونه اعمال شد.

در این بخش نتایج مدل‌سازی عددی برای آزمایش‌های انجام گرفته و همچنین آزمایش‌های تحقیقات پیشین ارائه می‌گردد. برای صحت سنجی مدل ساختاری و UMAT پیشنهادی، نتایج به دست آمده از مدل‌سازی عددی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شدند. سپس پیش‌بینی رفتار نمونه‌های SFRC تحت بارگذاری دو محوری فشاری و سه محوری واقعی برای بررسی اثرات الیاف و مقدار فشار جانبی ارائه شدند.

#### ۴-۱- مقایسه با نتایج آزمایشگاهی

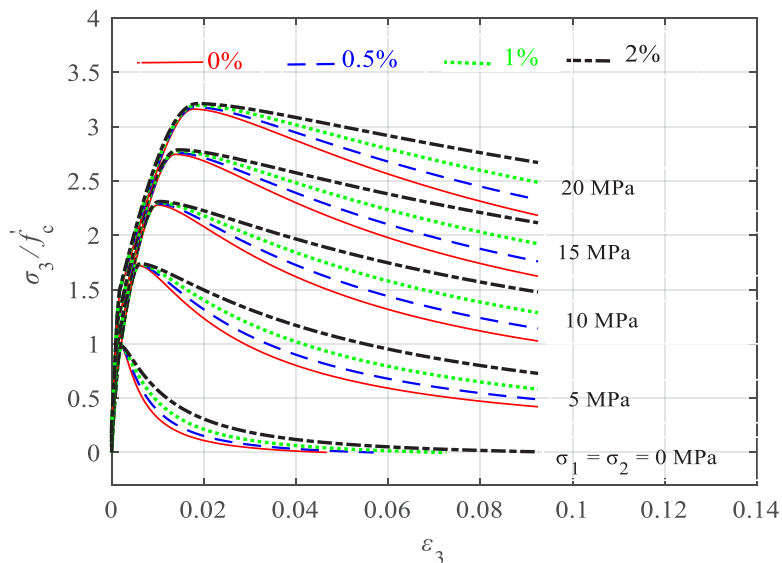
در این بخش نمونه‌های آزمایش شده با استفاده از UMAT پیشنهادی در نرم افزار ABAQUS مدل‌سازی شده و منحنی تنش کرنش نمونه‌ها ترسیم شد. شکل ۱۰ منحنی‌های تنش کرنش مدل‌سازی عددی را برای مقادیر متفاوت الیاف و فشار جانبی نشان می‌دهد. پارامترهای مدل‌سازی عددی بر اساس نتایج آزمایش‌ها به دست می‌آید. برای تعیین پارامترهای تابع پتانسیل پلاستیک A, B نیاز به مقادیر کرنش در تنش حداکثر آزمایش‌های مقاومت فشاری تک محوری و فشاری سه محوری است. با توجه به عدم تعیین این مقادیر از روابط مندر<sup>۱</sup> و همکاران [۳۴] و همچنین گراسل<sup>۲</sup> و همکاران [۱۶] استفاده شد. برای آزمایش‌های انجام گرفته با توجه به مقادیر

1 Mander  
2 Grassl



شکل ۱۰. منحنی‌های تنش کرنش مدل‌سازی عددی برای مقادیر مختلف الیاف و فشارهای جانبی مختلف

Fig. 10. Stress-strain curves of a numerical model with various volume friction and confining pressure



شکل ۱۱. منحنی تنش کرنش نمونه‌ها تحت فشارهای محصور کننده متفاوت

Fig. 11. Stress-strain curves of SFRC specimens with various confining pressure

بر اساس چارت طراحی اوتسن مشاهده می‌شود.

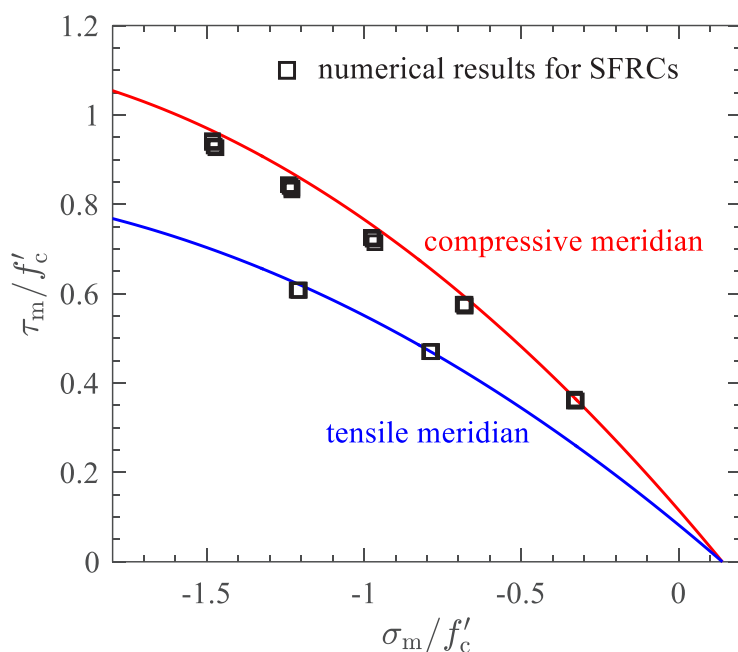
#### ۴-۲- صحت سنجی مدل

برای صحت سنجی مدل ساختاری و UMAT پیشنهادی، نتایج عددی علاوه بر نتایج آزمایشگاهی مطالعه حاضر، با دیگر نتایج آزمایشگاهی نیز مقایسه شدند. اولین نتایج آزمایشگاهی مربوط به آزمایش‌های کوپفر و همکاران [۳۰] می‌باشد. مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی برای آزمایش‌های کوپفر و همکاران در شکل ۱۳ مشاهده می‌گردد. این آزمایش‌ها برای بتن ساده بوده و منحنی تنش کرنش برای آزمایش فشار تک محوری و فشار دو محوری مورد توجه قرار گرفت. از آنجایی که بتن مورد استفاده در آزمایش‌های کوپفر و همکاران [۳۰] کاملاً مشابه با بتن آزمایش‌های بدون الیاف مطالعات حاضر می‌باشد بنابراین از پارامترهای بخش ۱-۴ استفاده شد و مقادیر  $\epsilon_c = 0.00211$  برای آزمایش دو محوری و  $\epsilon_c = 0.00243$  از نظر گرفته شد. مقایسه منحنی تنش کرنش به دست آمده از مدل سازی عددی با نتایج آزمایشگاهی در شکل ۱۳ نشان دهنده تطابق قابل قبول نتایج برای بتن ساده می‌باشد. این مقایسه نشان می‌دهد که مدل ساختاری ارائه شده برای بررسی رفتار بتن ساده تحت فشار تک محوری و دو محوری مناسب و منطبق بر ادبیات فنی است.

همچنین برای بررسی تاثیر فشار محصور کننده بر تردی و نرم شدگی نمونه‌ها، نمودارهای تنش کرنش مدل سازی عددی به صورت یک‌جا در شکل ۱۱ ترسیم شده است. در این شکل مطابق مطالعات پیشین [۳ و ۸ و ۱۲] ملاحظه می‌گردد در نمونه‌های بدون فشار محصور کننده پس از  $\sigma_1 = \sigma_2 = 0 \text{ MPa}$  از نقطه اوج کاهش شدید مقاومت و شکست ناگهانی اتفاق می‌افتد در حالی که با افزایش فشار جانبی رفتار نمونه‌ها نرم‌تر گردیده و کاهش مقاومت پس از نقطه اوج با شیب کمتری اتفاق می‌افتد.

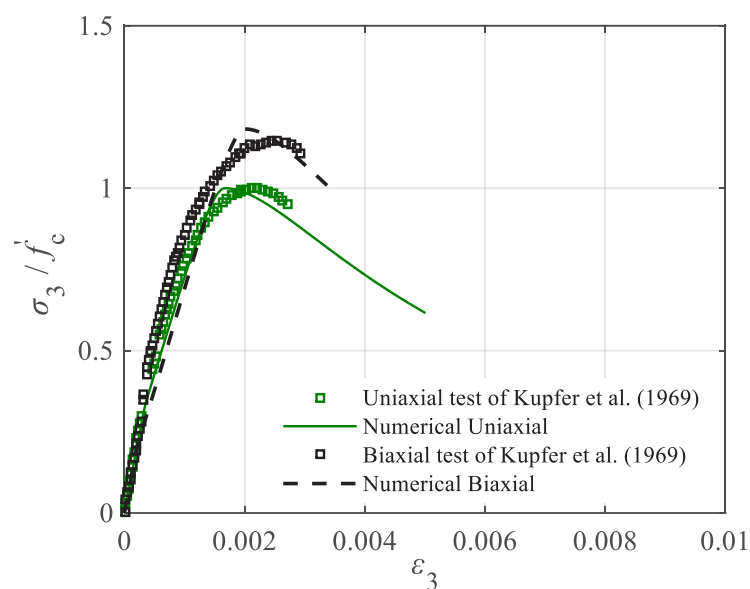
برای مقایسه نتایج مدل سازی عددی با نتایج آزمایشگاهی، مقاومت نهایی مدل سازی عددی نمونه‌ها تحت فشارهای جانبی مختلف به دست آمد. برای تمامی مقاومت‌ها مقادیر  $\sigma_m / f'_c$  و  $\tau_m / f'_c$  تعیین شده و با مردیان به دست آمده از آزمایش‌ها در شکل ۶ مقایسه شدند. با توجه به اینکه مقادیر مختلف الیاف تاثیر ناچیزی بر ترکیبات تنش روی مردیان فشاری دارد بنابراین برای همه نمونه‌ها یک مردیان فشاری در نظر گرفته شد. در شکل ۱۲ مقایسه نتایج مدل سازی عددی با مردیان فشاری نتایج آزمایشگاهی مشاهده می‌شود که نتایج عددی با انطباق قابل قبولی بر روی مردیان فشاری قرار می‌گیرد. همچنین در شکل شماره ۱۲ مردیان کششی نمونه‌های SFRC بر اساس آزمایش‌های مقاومت کششی و مقاومت فشاری دو محوری بر اساس مطالعات کوپفر و همکاران و سه محوری واقعی





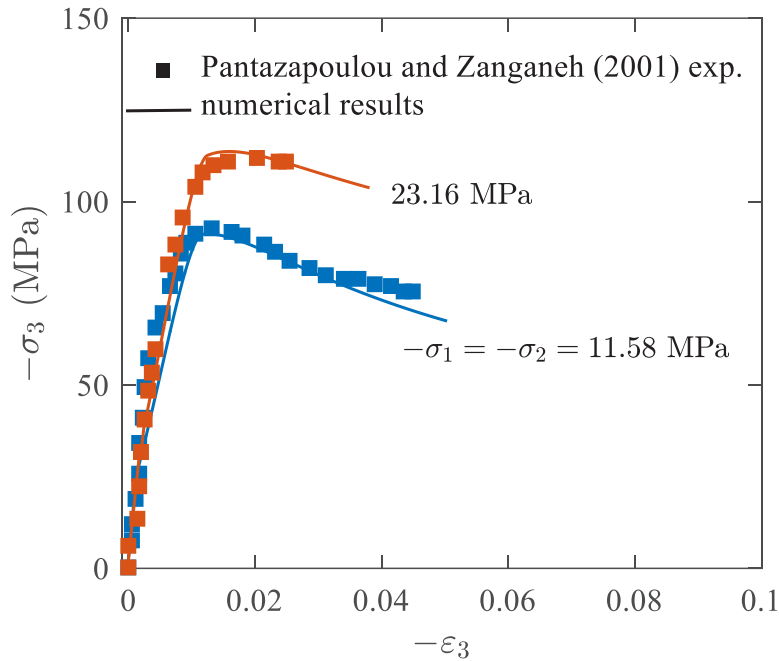
شکل ۱۲. مقایسه مردیان فشاری نتایج تجربی و نتایج مدل‌سازی عددی

Fig. 12. Comparing experimental and numerical compression meridian



شکل ۱۳. مقایسه منحنی تنش کرنش مدل‌سازی عددی با نتایج آزمایش‌های کوپفر و همکاران [۳۰]

Fig. 13. Comparing the numerical stress-strain curve of Kupfer et al. with experimental tests [30]



شکل ۱۴. مقایسه منحنی تنش کرنش مدل سازی عددی با نتایج آزمایش های پانتازاپولو و زنگنه [۳]

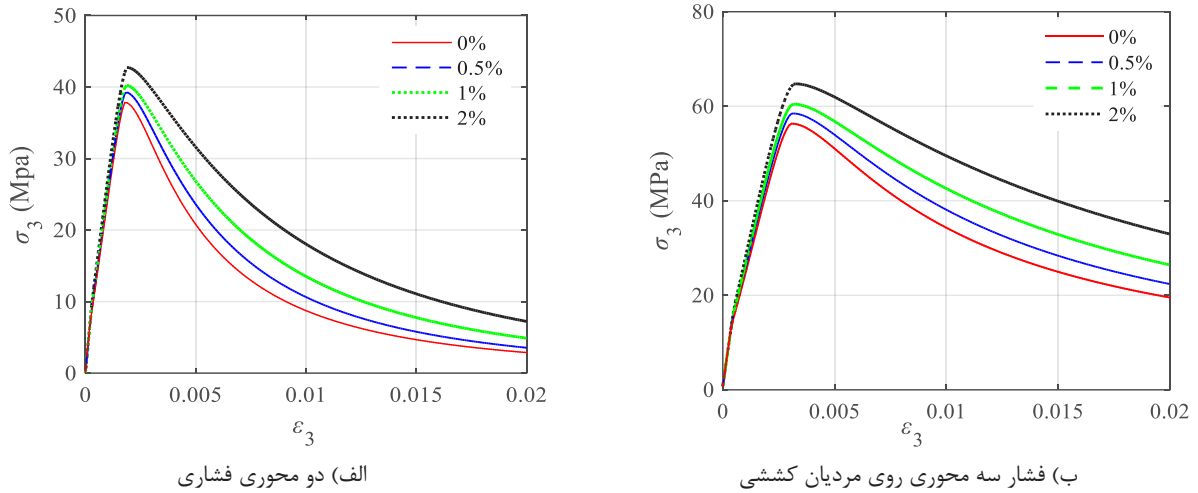
Fig. 14. Stress-strain curves for SFRCs under triaxial loadings

کاربرد دارد. با توجه به اینکه معادلات ساختاری و الگوریتم انتگرال گیری ارائه شده در چندین مورد با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده و نتایج آزمایشگاهی با مدل سازی عددی انطباق قابل قبولی دارد بنابراین از UMAT پیشنهادی می توان برای مدل سازی SFRC در نرم افزار ABAQUS با دقت قابل قبولی استفاده نمود.

#### ۳-۴- پیش بینی رفتار دو محوری و سه محوری نمونه های SFRC روی مردیان کششی

در این بخش با توجه به صحت سنجی UMAT پیشنهادی و انطباق قابل قبول نتایج آزمایشگاهی و نتایج مدل سازی عددی از معادلات ساختاری و الگوریتم پیشنهادی برای تخمین منحنی تنش کرنش نمونه های SFRC تحت بارگذاری دو محوری فشاری و سه محوری روی مردیان کششی استفاده شد. برای مدل سازی از نمونه مکعبی نشان داده شده در شکل ۹ استفاده شده و منحنی تنش کرنش برای مقادیر مختلف الیاف ( $V_f = 0, 0.5, 1, 2\%$ ) تحت بارگذاری دو محوری فشاری ( $\sigma_1 = 0, \sigma_2 = \sigma_3$ ) به دست آمد. منحنی های تنش کرنش به دست آمده در شکل ۱۵ مشاهده می شود. لازم به ذکر است که با توجه به تاثیر قابل توجه الیاف بر ترکیبات تنش روی مردیان کششی، برای اعمال اثرات الیاف روی مردیان کششی از رابطه (۹) استفاده شده است و همانگونه که در مطالعات پیشین [۳۷-۴۰] نیز مشاهده

شکل ۱۴ مقایسه نتایج مدل سازی عددی و نتایج آزمایشگاهی مطالعات پانتازاپولو و زنگنه [۳] را نشان می دهد. برای مدل سازی عددی با توجه به نتایج آزمایش ها مقادیر پارامتر مدل W-W به صورت  $f_c' = 57.9 \text{ Mpa}$   
 $\hat{a}_0 = \hat{b}_0 = 0.2746, \hat{a}_1 = -1.1862, \hat{a}_2 = -0.2447$   
 $E = 18.2 \text{ Gpa}, \nu = 0.2 \quad \hat{b}_1 = -0.2119, \hat{b}_2 = -0.4832$   
 $A = 0.193 \text{ Gpa}, B = -15.04$  تعیین شدند. در این آزمایش ها الیاف فولادی ۲٪ استفاده شده است ( $V_f = (1.2\% + 0.8\%)$ ) این آزمایش ها با مقادیر متفاوت فشار جانبی انجام گرفته است. در مدل سازی عددی دو فشار جانبی برای نمونه های SFRC در نظر گرفته شد و مدل سازی عددی با استفاده از پارامترهای فوق انجام گرفت و منحنی تنش کرنش مدل سازی عددی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شد. برای نمونه اول فشار جانبی  $\sigma_1 = \sigma_2 = -11.58 \text{ Mpa}$  اعمال شده و  $\epsilon_c = 0.0109$  در نظر گرفته شد. برای نمونه دوم فشار جانبی  $\sigma_1 = \sigma_2 = -23.16 \text{ Mpa}$  اعمال شده و  $\epsilon_c = 0.0136$  در نظر گرفته شد. مقایسه نتایج عددی با منحنی تنش کرنش مدل سازی عددی تطابق قابل قبول نتایج را نشان می دهد. با توجه به مقاومت فشاری بالای نمونه های مورد آزمایش می توان نتیجه گرفت که معادلات ساختاری ارائه شده و همچنین الگوریتم انتگرال گیری برای بتن های با مقاومت بالا نیز



شکل ۱۵. منحنی‌های تنش کرنش مدل‌سازی عددی برای فشار دو محوری و سه محوری واقعی روی مردیان کششی

Fig. 15. Stress-strain curves of a numerical model of biaxial and true triaxial tests

تسلیم W-W [۲۲] و توابع سخت‌شدگی و نرم‌شدگی ایزوتروپیک [۲۷] معرفی شده، پیش‌بینی قابل‌قبولی از رفتار SFRC دارد و می‌تواند برای تعیین رفتار آن در سایر کاربردهای عملی استفاده شود.

۲- مطالعات عددی به همراه نتایج آزمایش‌ها، نشان داد که تاثیر الیاف بر مقاومت فشاری و ترکیبات تنش روی مردیان فشاری ناچیز و قابل صرف نظر کردن می‌باشد. همچنین بررسی منحنی تنش کرنش مدل‌سازی عددی نمونه‌های SFRC نشان داد همانگونه که در آزمایش‌های پیشین هم مشاهده گردیده، الیاف تاثیر قابل توجهی بر رفتار SFRC در ناحیه سخت‌شدگی ندارد و تقریباً منحنی‌های تنش کرنش در ناحیه قبل از نقطه اوج بر هم منطبق می‌باشند.

۳- مطالعات نشان داد که افزودن الیاف باعث افزایش مقاومت کششی تک محوری، مقاومت فشاری دو محوری (روی مردیان کششی) و مقاومت فشاری سه محوری روی مردیان کششی می‌شود. برای اعمال اثرات الیاف بر ترکیبات تنش روی مردیان کششی ضریب  $k_f$  پیشنهاد شد.

۴- در مدل‌سازی عددی با استفاده از پارامتر  $b$  شیب منحنی تنش کرنش در ناحیه نرم‌شدگی با مقدار الیاف کنترل شده و اثر الیاف بر رفتار SFRC در این ناحیه اعمال شده است. مقایسه منحنی‌های تنش کرنش مطالعات آزمایشگاهی با مدل‌سازی عددی نشان داد پارامتر  $b$  قابلیت پیش‌بینی شیب منحنی تنش کرنش در ناحیه نرم‌شدگی را دارد.

۵- نرم افزار ABAQUS علی‌رغم قابلیت‌های بالای مدل‌سازی برای انواع مصالح و سازه‌ها و همچنین توانایی انجام انواع تحلیل‌ها، فاقد

شده با افزایش مقدار الیاف، مقاومت فشاری دو محوری نمونه‌های SFRC افزایش پیدا می‌کنند. همچنین برای پیش‌بینی رفتار نمونه‌های SFRC تحت تنش سه محوری واقعی روی مردیان کششی از نمونه مکعبی با مقادیر مختلف الیاف ( $V_f = 0, 0.5, 1, 2\%$ ) استفاده شد. ترکیبات تنش به صورت  $(\sigma_1 = -3.2 \text{ Mpa}, \sigma_2 = \sigma_3)$  در نظر گرفته شد. با مقایسه منحنی‌های تنش کرنش در شکل ۱۵ مشاهده می‌شود که تاثیر الیاف روی مقاومت سه محوری روی مردیان کششی قابل توجه می‌باشد.

##### ۵- نتیجه گیری

در این مطالعه معادلات ساختاری بر اساس پلاستیسیته غیر همبسته با تابع تسلیم W-W و تابع سخت‌شدگی و نرم‌شدگی ایزوتروپیک، برای بررسی رفتار SFRC تحت تنش چند محوری ارائه شده و برای انتگرال‌گیری از این معادلات از روش گامک بر اساس روش اصلاح شده اسلوان [۲۹] استفاده شده است. برای پیاده‌سازی این معادلات در نرم افزار ABAQUS از سابروتین UMAT استفاده شده و معادلات ساختاری به نرم افزار معرفی گردیده است. برای صحت سنجی UMAT پیشنهادی نتایج آزمایش‌های انجام گرفته در این مطالعه به همراه نتایج آزمایش‌های سایر محققین با نتایج مدل‌سازی عددی به صورت منحنی تنش کرنش و مقاومت حداکثر، مقایسه شد. مهم‌ترین نتایج به دست آمده از این پژوهش عبارتند از:

۱- مشاهده گردید که نتایج به دست آمده از مدل‌سازی عددی با مدل ساختاری ارائه شده انطباق قابل‌قبولی با نتایج آزمایشگاهی دارد بنابراین مدل پلاستیسیته غیر همبسته با تابع پتانسیل پلاستیک گراسل [۱۶]، تابع

مدل رفتاری قابل قبول و مناسبی برای مدل‌سازی بتن الیافی که امروزه به وفور استفاده میگردد، می‌باشد بنابراین استفاده از معادلات ساختاری پیشنهاد شده به همراه سابروتین UMAT می‌تواند وسیله‌ای مناسب برای مدل‌سازی اجزاء محدود بتن الیافی در نرم افزار ABAQUS باشد.

## ۶- فهرست علائم

زیرنویس	علائم انگلیسی
تنش نرمال ( $MPa$ )	$\sigma$
تنش برشی ( $MPa$ )	$\tau$
جهت اصلی ۱	۱
جهت اصلی ۲	۲
جهت اصلی ۳	۳
الیاف	$f$
تنش متوسط	$m$
مردیان فشاری	$c$
مردیان کششی	$t$
<b>بالانویس</b>	
الاستیک	$e$
الاستوپلاستیک	$ep$
الیاف	$f$
	$A$ ضریب مربع شعاع انحرافی در تابع پتانسیل پلاستیک
	$a$ ضریب اعمال اثرات الیاف در تابع سخت شونده
	$\hat{a}_0 - \hat{a}_2$ ضرائب مردیان کششی مدل W-W
	$B$ ضریب شعاع انحرافی در تابع پتانسیل پلاستیک
	$b$ ضریب اعمال اثرات الیاف در تابع نرم شونده
	$\hat{b}_0 - \hat{b}_2$ ضرائب مردیان فشاری مدل W-W
	$d$ قطر [mm]
	$E$ مدول الاستیسیته ( $MPa$ )
	$F$ تابع تسلیم
	$f'_c$ مقاومت فشاری تک محوری بتن ( $MPa$ )
	$g$ تابع پتانسیل پلاستیک
	$H_p$ مدول سخت‌شدگی / نرم‌شدگی
	$I_l$ تغییر ناپذیر اول تانسور تنش
	$K(\bar{\epsilon}_p)$ تابع سخت‌شدگی / نرم‌شدگی
	$k_c$ ضریب اعمال اثر الیاف روی مردیان فشاری
	$k_t$ ضریب اعمال اثر الیاف روی مردیان کششی
	$l$ طول [mm]
	$T$ زمان مجازی در روش انتگرال‌گیری گامک
	$V$ درصد حجمی %
	<b>علائم یونانی</b>
	$\alpha$ ضریب تنش روی سطح تسلیم
	$\epsilon$ کرنش
	$\bar{\epsilon}$ کرنش معادل کل
	$\epsilon_c$ کرنش معادل کل در نقطه اوج
	$\epsilon_p$ تانسور کرنش پلاستیک
	$\lambda$ شاخص الیاف
	$\nu$ ضریب پواسون
	$\xi$ ضریب تنش هیدرواستاتیک ( $MPa$ )

## منابع

- [1] M. Gul, A. Bashir, J.A. Naqash, Study of modulus of elasticity of steel fiber reinforced concrete, International Journal of Engineering Advanced Technology, 3(4) (2014) 304-309.
- [2] P.N. Balaguru, S.P. Shah, Fiber-reinforced cement composites, McGraw-Hill, the University of Michigan, 1992.
- [3] S.J. Pantazopoulou, M. Zanganeh, Triaxial tests of fiber-reinforced concrete, Journal of Materials in Civil Engineering, 13(5) (2001) 340-348.
- [4] B. Chun, D.-Y. Yoo, Hybrid effect of macro and micro steel fibers on the pullout and tensile behaviors of ultra-high-performance concrete, Composites Part B: Engineering, 162 (2019) 344-360.
- [5] J. Han, M. Zhao, J. Chen, X. Lan, Effects of steel fiber length and coarse aggregate maximum size on mechanical properties of steel fiber reinforced concrete, Construction and Building Materials, 209 (2019) 577-591.
- [6] A. Amin, S.J. Foster, R.I. Gilbert, W. Kaufmann, Material

- investigation of SFRCs using a substepping integration of constitutive equations, *Computers and Concrete*, 25(2) (2020) 181.
- [17] H. Othman, H. Marzouk, Applicability of damage plasticity constitutive model for ultra-high performance fibre-reinforced concrete under impact loads, *International Journal of Impact Engineering*, 114 (2018) 20-31.
- [18] Z.P. Bažant, F.C. Caner, I. Carol, M.D. Adley, S.A. Akers, Microplane model M4 for concrete. I: Formulation with work-conjugate deviatoric stress, *Journal of Engineering Mechanics*, 126(9) (2000) 944-953.
- [19] I.C. Mihai, A.D. Jefferson, P. Lyons, A plastic-damage constitutive model for the finite element analysis of fibre reinforced concrete, *Engineering Fracture Mechanics*, 159 (2016) 35-62.
- [20] X. Liang, C. Wu, Meso-scale modelling of steel fibre reinforced concrete with high strength, *Construction and Building Materials*, 165 (2018) 187-198.
- [21] K.J. William, E.P. Warnke, Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete, *INTERNATIONAL ASSOCIATION FOR BRIDGE AND STRUCTURAL ENGINEERING PROCEEDINGS*, 19 (1975) 1-30.
- [22] Y. Chi, L. Xu, H.-s. Yu, Constitutive modeling of steel-polypropylene hybrid fiber reinforced concrete using a non-associated plasticity and its numerical implementation, *Composite Structures*, 111 (2014) 497-509.
- [23] L.A.G. Bitencourt, O.L. Manzoli, T.N. Bittencourt, F.J. Vecchio, Numerical modeling of steel fiber reinforced concrete with a discrete and explicit representation of steel fibers, *International Journal of Solids and Structures*, 159 (2019) 171-190.
- [24] E.A. Rodrigues, O.L. Manzoli, L.A.G. Bitencourt, T.N. Bittencourt, M. Sánchez, An adaptive concurrent multiscale model for concrete based on coupling finite elements, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 328 (2018) 26-46.
- [25] S.W. Sloan, Substepping schemes for the numerical integration of elastoplastic stress-strain relations, 24(5) (1987) 893-911.
- characterisation of macro synthetic fibre reinforced concrete, *Cement and Concrete Composites*, 84 (2017) 124-133.
- [1] Y. Zhang, K. Zhao, Y. Li, J. Gu, Z. Ye, J. Ma, Study on the local damage of SFRC with different fraction under contact blast loading, *Computers and Concrete*, 22(1) (2018) 63-70.
- [7] F. Ansari, Q. Li, High-strength concrete subjected to triaxial compression, *ACI Materials Journal*, 95(6) (1998) 747-755.
- [8] X. Lu, C.-T.T. Hsu, Behavior of high strength concrete with and without steel fiber reinforcement in triaxial compression, *Cement and Concrete Research*, 36(9) (2006) 1679-1685.
- [9] Y. Ren, Z. Yu, Q. Huang, Z. Ren, Constitutive model and failure criterions for lightweight aggregate concrete: A true triaxial experimental test, *Construction and Building Materials*, 171 (2018) 759-769.
- [10] J.-C. Chern, H.-J. Yang, H.-W. Chen, Behavior of steel fiber reinforced concrete in multiaxial loading, *ACI Materials Journal*, 89(1) (1993) 32-40.
- [11] Y. Farnam, M. Moosavi, M. Shekarchi, S.K. Babanajad, A. Bagherzadeh, Behaviour of Slurry Infiltrated Fibre Concrete (SIFCON) under triaxial compression, *Cement and Concrete Research*, 40(11) (2010) 1571-1581.
- [12] J.-f. Jiang, P.-c. Xiao, B.-b. Li, True-triaxial compressive behaviour of concrete under passive confinement, *Construction and Building Materials*, 156 (2017) 584-598.
- [13] A. Blanco, P. Pujadas, S. Cavalaro, A. de la Fuente, A. Aguado, Constitutive model for fibre reinforced concrete based on the Barcelona test, *Cement and Concrete Composites*, 53 (2014) 327-340.
- [14] W.F. Chen, *Plasticity in Reinforced Concrete*, J. Ross Pub., 2007.
- [15] P. Grassl, K. Lundgren, K. Gylltoft, Concrete in compression: a plasticity theory with a novel hardening law, *International Journal of Solids and Structures*, 39(20) (2002) 5205-5223.
- [16] G.B. Golpasand, M. Farzam, S.S. Shishvan, FEM

- [35] Y. Chi, L. Xu, H.-S. Yu, Plasticity model for hybrid fiber-reinforced concrete under true triaxial compression, *Journal of Engineering Mechanics*, 140(2) (2013) 393-405.
- [36] K. Murugappan, P. Paramasivam, K. Tan, Failure envelope for steel-fiber concrete under biaxial compression, *Journal of materials in civil engineering*, 5(4) (1993) 436-446.
- [37] W.S. Yin, E.C.M. Su, M.A. Mansur, T.T.C. Hsu, Fiber-reinforced concrete under biaxial compression, *Engineering Fracture Mechanics*, 35(1) (1990) 261-268.
- [38] L.A. Traina, S.A. Mansour, Biaxial strength and deformational behavior of plain and steel fiber concrete, *ACI Materials Journal*, 88(4) (1991).
- [39] J. Bao, L. Wang, Q. Zhang, Y. Liang, P. Jiang, Y. Song, Combined effects of steel fiber and strain rate on the biaxial compressive behavior of concrete, *Construction and Building Materials*, 187 (2018) 394-405.
- [40] Y. Chi, L. Xu, Y. Zhang, Experimental study on hybrid fiber-reinforced concrete subjected to uniaxial compression, *Journal of Materials in Civil Engineering*, 26(2) (2012) 211-218.
- [41] W.F. Chen, D.J. Han, *Plasticity for Structural Engineers*, Springer New York, 2012.
- [42] Y. Chi, M. Yu, L. Huang, L. Xu, Finite element modeling of steel-polypropylene hybrid fiber reinforced concrete using modified concrete damaged plasticity, *Engineering Structures*, 148 (2017) 23-35.
- [43] M. Dowell, P. Jarratt, The “Pegasus” method for computing the root of an equation, *BIT Numerical Mathematics*, 12(4) (1972) 503-508.
- [26] Z. Guo, *The strength and deformation of concrete—Experimental results and constitutive relationship*, Tsinghua university press, Beijing, 1997.
- [27] S. Lan, Z. Guo, Experimental investigation of multiaxial compressive strength of concrete under different stress paths, *ACI Materials Journal*, 94(5) (1997) 427-434.
- [28] S.W. Sloan, A.J. Abbo, D. Sheng, Refined explicit integration of elastoplastic models with automatic error control, *Engineering Computations*, 18(1/2) (2001) 121-194.
- [29] H. Kupfer, H.K. Hilsdorf, H. Rusch, Behavior of concrete under biaxial stresses, *ACI Journal Proceedings*, 66(8) (1969) 656-666.
- [30] S. Swaddiwudhipong, P.E.C. Seow, Modelling of steel fiber-reinforced concrete under multi-axial loads, *Cement and Concrete Research*, 36(7) (2006) 1354-1361.
- [31] G. Zhao, M. di Prisco, L. Vandewalle, Experimental investigation on uniaxial tensile creep behavior of cracked steel fiber reinforced concrete, *Materials and Structures*, 48(10) (2015) 3173-3185.
- [32] D. Candappa, J. Sanjayan, S. Setunge, Complete triaxial stress-strain curves of high-strength concrete, *Journal of Materials in Civil Engineering*, 13(3) (2001) 209-215.
- [33] J.B. Mander, M.J. Priestley, R. Park, Theoretical stress-strain model for confined concrete, *Journal of structural engineering*, 114(8) (1988) 1804-1826.
- [34] ASTM-C801, Standard Test Method for Determining the Mechanical Properties of Hardened Concrete Under Triaxial Loads, in, *American Society for Testing and Materials*, 1998.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

*GH. R. Baghban Golpasand, M. Farzam, S. Soleymani Shishvan, Experimental and numerical investigation of the effect of steel fiber on fiber reinforced concrete under multiaxial compression, Amirkabir J. Civil Eng., 53(6) (2021) 2657-2678.*

DOI: [10.22060/ceej.2020.17462.6576](https://doi.org/10.22060/ceej.2020.17462.6576)

