



تأثیر مدل‌سازی سه بعدی بر رفتار تنش مسطح یا کرنش مسطح در اطراف نوک ترک در نمونه کشش-فشار (CT)

علی پرمون*، امیرهوشنگ اخویسی

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۰۵/۰۳

بازنگری: ۱۳۹۸/۰۹/۰۲

پذیرش: ۱۳۹۸/۰۹/۰۴

ارائه آنلاین: ۱۳۹۸/۱۰/۰۴

کلمات کلیدی:

ترک

مواد شکل پذیر

انتگرال

اجزای محدود

ضخامت

خلاصه: بررسی مسائل شکست و گسترش ترک در مواد مختلف همواره مورد توجه محققین بوده است. لذا بررسی شکست فولاد ساختمانی به عنوان یکی از پرکاربردترین مواد در صنعت امری ضروری به نظر می آید. مدل‌سازی‌های عددی همواره مکملی برای تحلیل نمونه‌های آزمایشگاهی محسوب می شوند. یکی از مسائل مهم، بررسی رفتار نمونه‌های آزمایشگاهی با توجه به ابعاد آنها می باشد، این امر در مسائل شکست از اهمیت بیشتری برخوردار است، در این تحقیق بصورت عددی تأثیر اندازه ضخامت نمونه بر رفتار نوک ترک بررسی گردید. معمولاً برای بررسی شکست مواد شکل پذیر از نمونه استاندارد فشار-کشش (CT) استفاده می‌شود. رفتار نوک ترک در طول ضخامت نمونه‌های آزمایشگاهی ترکیبی از رفتار تنش مسطح و کرنش مسطح می باشد، از این رو در این بررسی با اعتبارسنجی نتایج عددی رفتار نمونه‌های عددی در طول ضخامت بررسی گردید، تا به عنوان مکملی برای نتایج آزمایشگاهی مورد استفاده قرار گیرد. با مدل‌سازی و تحلیل نمونه‌های عددی با ضخامت‌های مختلف مشاهده شد با پیشروی از مرکز ضخامت نمونه به سمت لبه‌های آزاد رفتار از کرنش مسطح به تنش مسطح تغییر می کند، برای نمونه استاندارد CT با طول ترک ۲۵ میلی متر، ضخامت نمونه‌هایی با بیش از ۱۵ میلی متر رفتار تقریباً به کرنش مسطح میل می کند، و می توان به نتایج اعتماد کرد. در ادامه با تحلیل‌های بیشتر و در نظر گرفتن پارامترهای وابسته به ابعاد نمونه، مقدار بارگذاری و تنش - کرنش در راستای عمود بر صفحه معادله‌هایی ارائه گردید، که می توان با استفاده از آن تشخیص داد تا چه طولی از لبه آزاد نمونه CT رفتار بصورت تنش مسطح یا کرنش مسطح می باشد.

۱- مقدمه

گرفتن هر سه مؤلفه تنش امکان مطالعه دقیق رفتار ترک در طول ضخامت را فراهم می کند. مطالعات زیادی برای بررسی تأثیر در نظر گرفتن رفتار سه بعدی نوک ترک در نمونه‌های مختلف آزمایشگاهی و عددی بررسی شده است، ناراسیمهان و روساکیس تأثیر رفتار سه بعدی در شکست شکل پذیر را بر روی تیر سه نقطه خمشی بصورت عددی و آزمایشگاهی بررسی کردند [۱، ۲]. دلورنزی و شی نمونه آزمایشگاهی CT را بصورت شیاری و استاندارد با در نظر گرفتن رفتار الاستوپلاستیک با یکدیگر مقایسه کردند [۳]. فرگوسن و لای تأثیر ضخامت نمونه‌ها را بر چقرمگی شکست فولاد پرمقاومت در حرارت‌های مختلف بررسی نمود، همچنین انرژی شکست را به دو قسمت

شکست شکل پذیر در سازه‌های فلزی با فولاد نرمه، همواره با تغییر شکل‌های پلاستیک اطراف نوک ترک شروع می شود. بنابراین برای درک درستی از نحوه گسترش ترک باید رفتار نواحی اطراف ترک در سازه‌های شکل پذیر بررسی گردد. از سال ۱۹۷۰ به قابلیت روش اجزای محدود برای مطالعه رشد و بررسی تنش و کرنش نوک ترک پی برده شد. ابتدا از تئوری صفحات دو بعدی (کرنش صفحه‌ای و تنش صفحه‌ای) برای برآورد تقریبی میدان تنش و مطالعه نوک ترک استفاده شد. با این وجود مدل‌سازی بصورت سه بعدی، با در نظر

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: Permanoon.ali@gmail.com



بر روی مقدار انتگرال J پرداختند، با تحلیل‌های نمونه‌های با روش اجزا محدود و محاسبه پارامتر Θ نتیجه گرفت با افزایش مقدار Θ و ضخامت نمونه‌های عددی مقدار انتگرال J کاهش می‌یابد [۲۱]. کولس و همکاران میزان تأثیر تنش پسماند را بر مقدار مقاومت مواد با ترک اولیه را بررسی کردند، با بررسی نمونه کشش-فشار به این نتیجه رسیدند، که تنش پسماند تأثیر مهمی در رفتار رشد ترک دارد و نمی‌توان از آن صرف‌نظر کرد [۲۲]. پنگ و شوکسینگ شکست شکلی‌پذیر را با روش عددی تئوری مقاومت توسعه یافته بررسی کردند [۲۳]. هورستون و همکاران تأثیر تنش پسماند را بر رفتار نوک ترک بررسی کردند، آنها به این نتیجه رسیدند که مقدار چقرمگی شکست در نمونه‌هایی که دارای تنش پسماند هستند، با میزان چقرمگی نمونه‌های بدون تنش پسماند متفاوت می‌باشد، و می‌توان با توجه به میزان تنش پسماند مقدار چقرمگی را اصلاح کرد [۲۴]. گارسیا و همکاران مقادیر ضرایب شدت تنش را در طول ضخامت نمونه‌های عددی بررسی کردند و مشاهده نمودند با دور شدن از مرکز نمونه به سمت لبه‌های کناری مقدار ضریب شدت تنش نسبت به ضریب شدت تنش اسمی کاهش می‌یابد، زیرا اثرات مودهای دوم و سوم در لبه‌های کناری ظاهر می‌شود [۲۵، ۲۶]. استوارت و همکاران مقدار چقرمگی شکست را در طول ضخامت نمونه CT از جنس آسفالت داغ بررسی نمودند [۲۷]. جاوانی و همکاران رشد و گسترش ترک را با مدل‌سازی ۳ بعدی با روش اجزا محدود بررسی کردند [۲۸]. با مطالعه منابعی که ذکر شد میتوان به اهمیت بررسی مسائل شکست نرم پی برد، در سالهای اولیه مدل‌های عددی بصورت دو بعدی مسائل شکست را بررسی می‌کردند؛ اما با ادامه تحقیقات محققین به این نتیجه رسیدند برای بررسی مسائل شکست مدل‌های سه بعدی دقت بهتری را ارائه می‌دهند، در مطالعات آزمایشگاهی رفتار در طول ضخامت همواره بصورت ترکیبی از تنش مسطح یا کرنش مسطح می‌باشد، این ترکیب هدف اصلی این مطالعه می‌باشد، اساس این بررسی، بر مطالعه اثر ضخامت بر رفتار نمونه‌های عددی و همچنین پی بردن به رفتار تنش مسطح یا کرنش مسطح در طول ضخامت می‌باشد.

بنابراین در این بررسی ابتدا از درستی سطح تسلیم برای رفتار غیرخطی فولاد و همچنین روش استخراج پارامترهای نوک ترک اطمینان حاصل شد، در ادامه با مقایسه مدل‌سازی عددی با نتایج آزمایشگاهی منشا اختلاف بین آنها بررسی گردید. برای بررسی تأثیر

انرژی شکست مسطح و برشی تقسیم نمود [۴]. و هنری و لوکسموره اثر تنش همه‌جانبه را بر شکست نرم بطور کامل بررسی کردند. آنها مدعی شدند، پارامتر Θ می‌تواند شاخصی برای شکست نرم باشد، زیرا تأثیر کرنش پلاستیک و اثر تنش همه‌جانبه را همزمان در نظر می‌گیرد [۵]. وانگ و همکاران شعاع منطقه پلاستک نوک ترک را به عنوان عاملی مهم بررسی کردند، آنها شعاع منطقه پلاستیک و شکل این منطقه را بصورت سه بعدی بررسی کرده و فاکتور T_z را به عنوان عاملی مهم در شکل و شعاع منطقه پلاستیک معرفی نمودند [۶]. ژئو تنش نوک ترک را به پارامتر T_z وابسته دانست و نشان داد این پارامتر در شکست‌های شکل پذیر تأثیر مهمی دارد [۷، ۸]. لین و اسمیت ترک سطحی صفحه‌ای را بصورت سه بعدی بررسی و مقدار SIF (ضریب شدت تنش در مکانیک شکست الاستیک خطی) را ارائه دادند، در ادامه با تغییر، شکل ترک مقادیر SIF را ارائه نمودند، همچنین آنها تنش در اطراف این ترک را تحت بار خستگی مطالعه نمودند [۹-۱۱]. با توجه به اینکه در بعضی از مسائل مکانیکی مسئله مقاومت در ضخامت (راستای سوم) مطرح می‌باشد، لذا بررسی رفتار ترک در طول ضخامت اهمیت خاصی دارد. برتو و همکاران با توجه به اینکه صفحه‌ها مقاومت کمی در ضخامت دارند، رفتار صفحات را تحت مود دوم شکست و در نظر گرفتن اثر نسبت پواسون در ضخامت پلیت بررسی کردند [۱۲، ۱۳]. آندریا و همکاران صفحات را بصورت سه بعدی تحت ترکیب مودهای دوم و سوم شکست بررسی کردند [۱۴]. ۱۵. پوک بررسی کاملی بصورت مروری ۵۰ ساله بر تأثیر مدل‌سازی سه بعدی بر رفتار ترک را ارائه نمود [۱۶]. و آلبرتو و موره تأثیر ضخامت نمونه‌ها را بر شکست شکل پذیر توسط نتایج آزمایشگاهی و عددی بررسی کردند. ۵ سایز مختلف مورد تست قرار گرفت و مشاهده کردند مقادیر مدل چسبندگی کاملاً به سایز وابسته می‌باشد [۱۷]. ویتوریو و همکاران اثر تنش محصور کننده را بر خرابی در مقیاس میکرو را در فلز چدن بررسی کردند، در این مطالعه اثر دانه‌های کربن در نظر گرفته شد، دانه‌های کربن باعث شکست زود هنگام نمونه در تست کشش شدند [۱۸]. وانگ و کوتوسو تمرکز تنش نوک ترک را بر روی یک پلیت با رفتار الاستیک بصورت سه بعدی بررسی نمودند [۱۹]. سابرمی و همکاران رفتار نوک ترک در مواد شکل پذیر را بصورت سه بعدی تحت ترکیب مودهای اول و دوم شکست بررسی کردند [۲۰]. توشیکی و همکاران به بررسی تأثیر ضخامت نمونه‌های

شد. نمونه دارای طول ($w=50\text{mm}$) ضخامت ($B=25\text{mm}$) و طول ترک ($a=25\text{mm}$) می باشد. جنس نمونه از فولاد ST37 استاندارد آلمان می باشد [۳۰]. این نمونه دارای مدول الاستیسیته ۲۰۰ گیگاپاسکال نسبت پواسون ۰/۳، تنش تسلیم میانگین ۲۷۰ مگاپاسکال، تنش نهایی ۴۲۶ مگاپاسکال و میانگین ضریب سخت شوندگی کرنشی ۰/۲ می باشد [۳۰]. در شکل ۱ ابعاد و هندسه نمونه کشش-فشار طبق استاندارد ASTM-E833 [۳۱] نشان داده شده است.

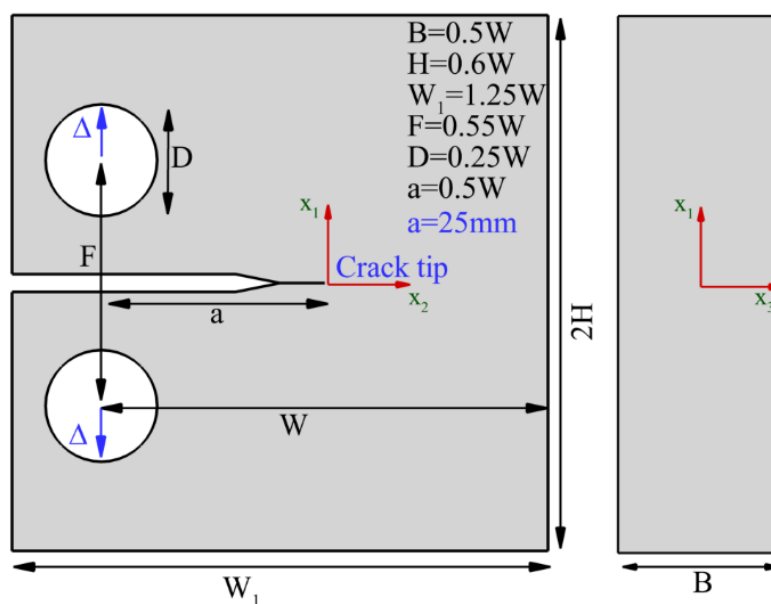
۳- اعتبارسنجی مدل عددی:

برای تحلیل نمونه عددی CT، دو مسأله حائز اهمیت می باشد، یکی انتخاب سطح تسلیم مناسب برای رفتار غیرخطی فولاد، دیگری روش مناسب برای استخراج پارامترهای نوک ترک می باشد. لذا در این قسمت از دو تحلیل برای اعتبارسنجی استفاده شد. برای انجام

اندازه ضخامت بر نتایج نمونه CT، مدل عددی با ضخامت ۱ میلیمتر تا ۲۵ میلیمتر با نمو ۱ میلیمتر با ابعاد مطابق استاندارد ASTM تحلیل شد. با درک تأثیر اندازه ضخامت نمونه بر نتایج مدل سازی، نمونه های عددی از ضخامت ۵ میلیمتر تا ۱۰۰ میلیمتر تحلیل شد تا بتوان با طیف وسیعی از نتایج رفتار در طول ضخامت مدل عددی بررسی گردد، برای این منظور رابطه ای بر مبنای ابعاد نمون، مقدار بار وارد شده (P/P_0)، و تنش-کرنش در راستای عمود بر صفحه ارائه گردید تا بتوان با توجه به شرایط مختلف اعم از ابعاد نمونه و گام بارگذاری تشخیص داده شود چه طولی از ضخامت از لبه ی آزاد نمونه بصورت تنش مسطح یا کرنش مسطح عمل می کند.

۲- مشخصات مصالح و ابعاد نمونه:

در این بررسی برای تأثیر مدل سازی سه بعدی و اثر ضخامت بر رفتار نوک ترک از نمونه فشار-کشش (CT) سیمپا [۲۹] استفاده



شکل ۱. ابعاد و هندسه مدل طبق استاندارد ASTM

Fig. 1. Dimensions and geometry of model according to ASTM standard

برای اعتبارسنجی رفتار غیرخطی فولاد، مدل عددی دمبلی شکل مطابق استاندارد ASTM مدل‌سازی شد، در شکل ۲-ب، مدل عددی، نحوه ی مش بندی و شرایط مرزی نشان داده شده است. در شکل ۲-پ تطابق مناسبی بین نتایج عددی و آزمایشگاهی [۳۰] مشاهده می شود، همان‌طور که در شکل ۲-پ واضح است، این مدل توانایی بالایی برای پیش بینی رفتار فولاد بصورت استاتیکی غیرخطی را دارد.

۳-۲- اعتبارسنجی استخراج پارامترهای نوک ترک

در ادامه بررسی با اطمینان از مدل رفتار غیرخطی فولاد، از روش انتگرال J برای محاسبه پارامترهای نوک ترک استفاده شد [۳۲]. از فرمولاسیون شی [۳۲] برای انجام تحلیل در فضای ۲ بعدی و ۳ بعدی استفاده شد، این فرمولاسیون در فضای ۲ بعدی بصورت معادله (۲) و در فضای ۳ بعدی بصورت معادله (۳) باشد.

$$J = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} ((W + T)n_1 - \sigma_{ij}n_i \frac{\partial u_j}{\partial x_1}) dc \quad (2)$$

$$J = \frac{\bar{J} \Delta a}{\Delta a \int_{L_c} l_k(s) m_k(s) ds} \quad (3)$$

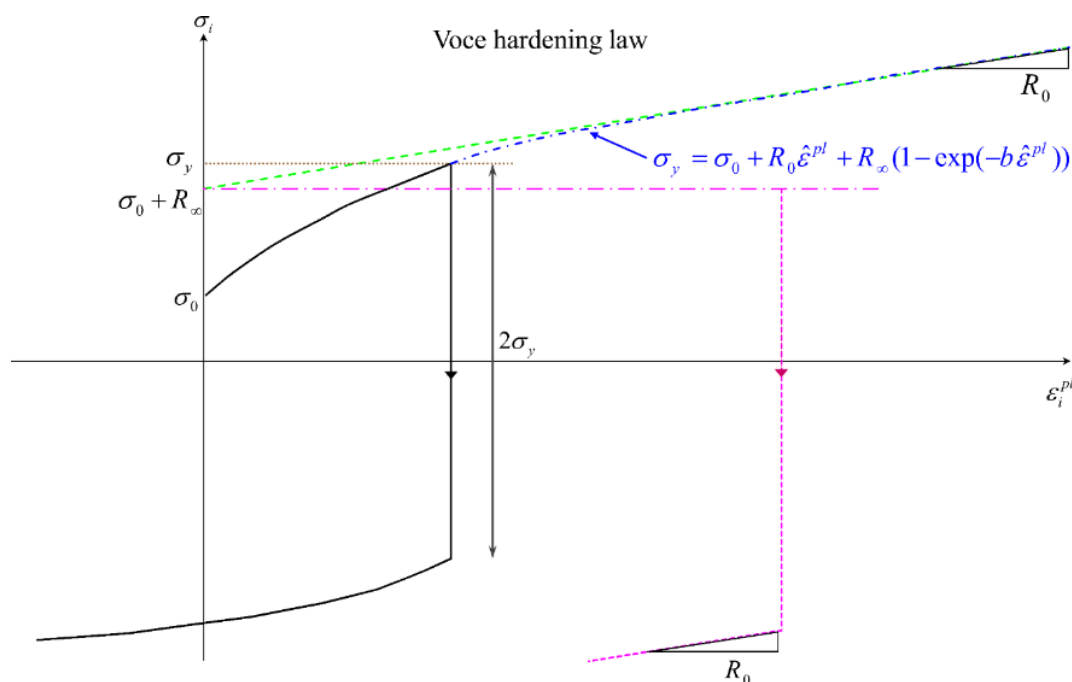
تحلیل‌های عددی از نرم‌افزار ANSYS v19 استفاده گردید. برای مدل‌سازی ۳ بعدی از المان ۲۰ گره‌ای Solid186 و مدل‌سازی ۲ بعدی از المان ۸ گره‌ای Plane183 استفاده شد. این المانهای مرتبه بالا قابلیت حل تکنیکی (سینگولاریتی) نوک ترک را دارند. لازم به ذکر است در هر دو تحلیل عددی برای اعتبارسنجی از خواص ثابت فولاد ST37 مطابق استاندارد آلمان استفاده شده است [۳۰].

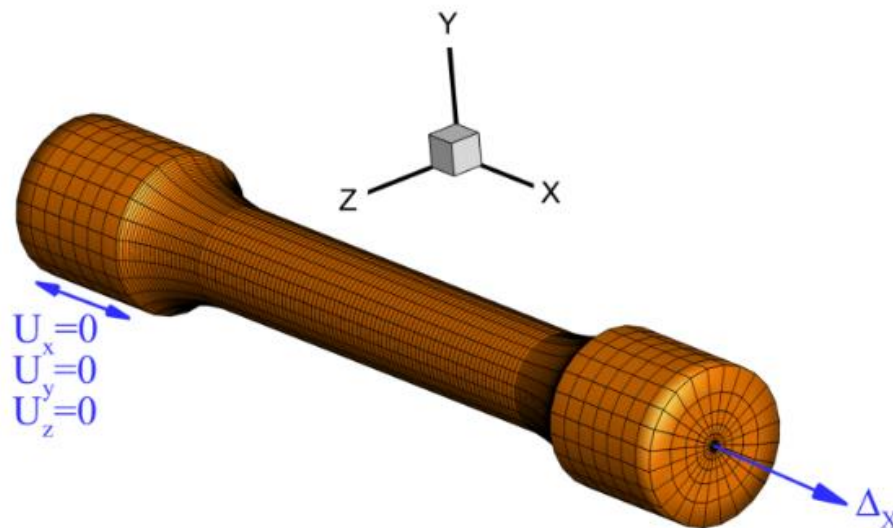
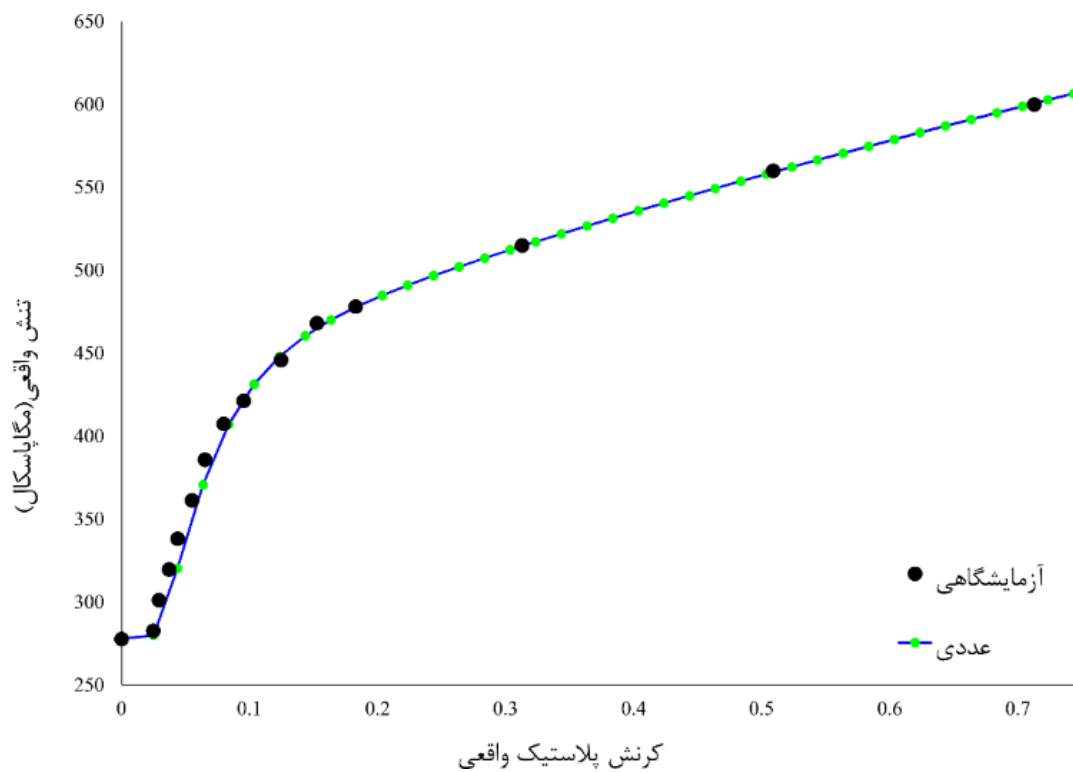
۳-۱- اعتبارسنجی رفتار غیرخطی فولاد

برای صحت‌سنجی عددی رفتار غیرخطی فولاد از نتایج تست کشش تک محوره چن و همکاران [۳۰] استفاده شد، چن و همکاران [۳۰] در آزمایشگاه تنش-کرنش واقعی را از آزمایش کشش یک محوره استخراج کردند. بنابراین برای رفتار غیرخطی فولاد از سطح تسلیم ون میسز با قانون سخت شونده‌گی همسانگرد با فرمولاسیون وکه استفاده شد. در شکل ۲-الف، رفتار کلی معادله (۱) در قسمت سخت شونده‌گی نشان داده شده است. ضرایب ثابت این معادله بصورت زیر تنظیم گردید [۳۰، ۲۹]

$$R = R_0 \hat{\epsilon}^{pl} + R_{\infty} (1 - \exp(-b \hat{\epsilon}^{pl})) \quad (1)$$

$$R_0 = 355.5, R_{\infty} = 368.72, b = 31.75$$





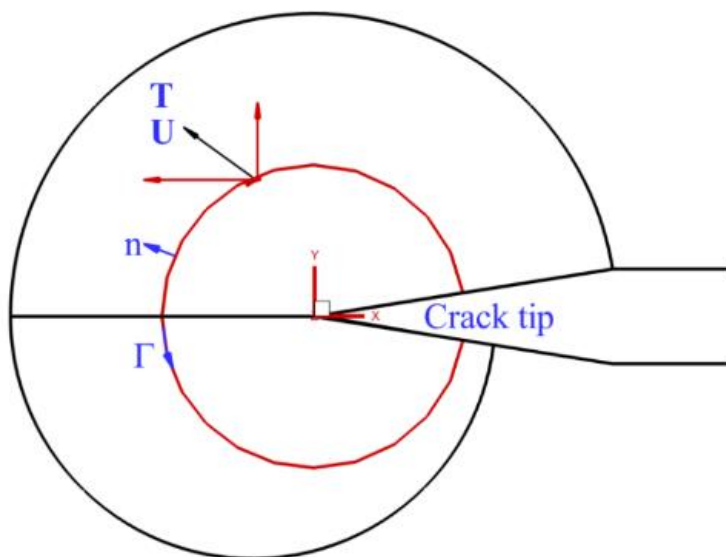
شکل ۲. الف) رفتار کلی معادله (۱)، ب) مدل عددی و نحوه ی مش بندی و شرایط مرزی پ) مقایسه ی نتایج مدل عددی و آزمایشگاهی: تنش واقعی - کرنش پلاستیک واقعی [۳۰]

Fig. 2. a) The general behavior of Eq. (1), b) a view of the model dimensions and the meshing procedure, and c) stress-true plastic strain [30]

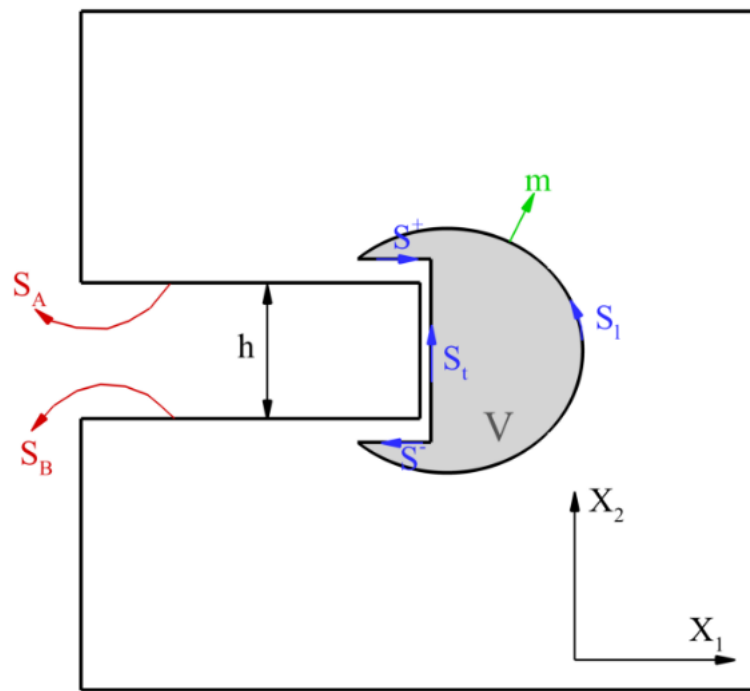
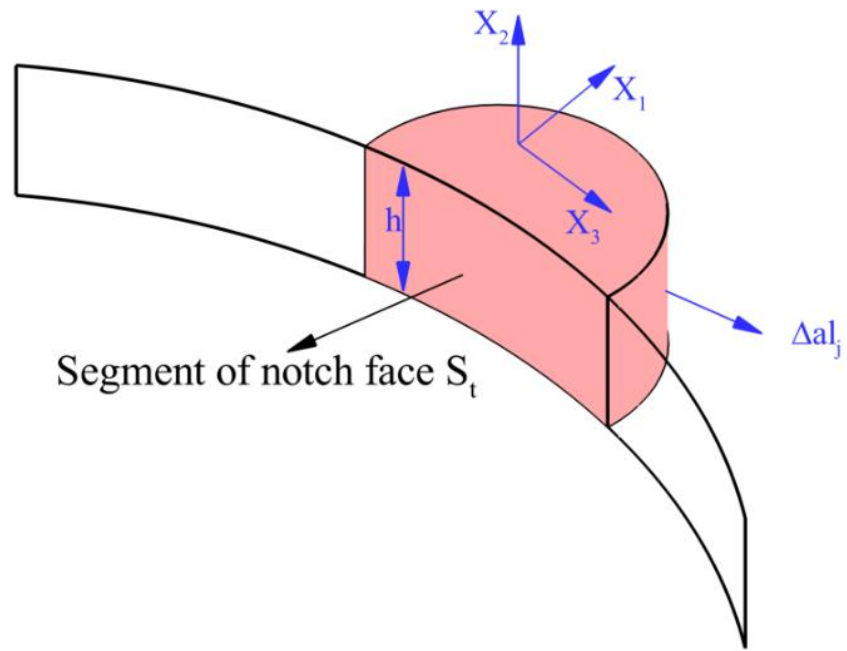
می شود، نتایج مدل سازی سه بعدی بین نتایج تنش مسطح و کرنش مسطح قرار دارد. دلیل این امر در نظر گرفتن تنش و کرنش در راستای عمود بر صفحه می باشد؛ درحالی که تحلیلهای تنش مسطح و کرنش مسطح، تنش و کرنش $(\epsilon_{zz} = 0, \sigma_{zz} = 0)$ در راستای عمود بر صفحه در نظر گرفته نمی شود. بنابراین تحلیل بطور ذاتی دارای خطا می باشد. با توجه به شرایط تنش مسطح $(\sigma_{zz} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0)$ و کرنش مسطح $(\epsilon_{zz} = 0)$ مقدار انتگرال J به ترتیب کمتر و بیشتر از مقدار آزمایشگاهی و مدل ۳ بعدی بدست می آید (شکل ۵-الف). در محدوده الاستیک نتایج مدل سازی بصورت سه بعدی، تنش مسطح و یا کرنش مسطح تفاوت چندانی مشاهده نمی شود و نتایج تقریباً یکسان هستند؛ اما با افزایش مقدار بار و ورود نمونه به ناحیه پلاستیک اختلاف بین مدل سازی سه بعدی و دو بعدی نمایان می شود، مدل سازی به روش کرنش مسطح با توجه به صفر در نظر گرفتن کرنش در راستای سوم $(\epsilon_{zz} = 0)$ به مراتب مقدار بار را بیشتر نشان می دهد. به نظر میرسد در بررسی مسائل شکست شکل پذیر که نمونه وارد ناحیه پلاستیک می شود (مخصوصاً نوک ترک) باید با دقت بیشتری نحوه ی مدل سازی و فرضیات آن انتخاب گردد. لذا توصیه می گردد با صرف هزینه محاسباتی بیشتر (مدل سازی سه بعدی) دقت نتایج افزایش یابد. در شکل ۴-ب تفاوت بین کانتورهای کرنش پلاستیک در سه شرایط ۳ بعدی، کرنش مسطح و تنش مسطح کاملاً

در فضای ۲ بعدی (معادله (۲))، چگالی انرژی کرنشی، T بردار تنش روی مرز Γ ، u بردار تغییر مکان و n بردار نرمال سطح می باشد. در فضای ۳ بعدی (معادله (۳))، \bar{J} مقدار نرخ رهایی انرژی در واحد سطح در نوک ترک، Δa مقدار بردار عمود بر راستای X_2 ، S^+ ، S^- ، S_f مقدار سطح بسته انتگرال در واحد سطح است. برای مدل سازی ۳ بعدی نمونه CT از المان Solid186 و برای مدل سازی ۲ بعدی از المان Plane 183 استفاده شد، همچنین برای مدل سازی جابه جایی اعمال شده بین جک و نمونه CT، در مدل ۳ بعدی از المان تماسی (contact174) و در مدل ۲ بعدی از (contact176) استفاده شد تا بتوان تماس هر تزیین [۳۳] بین دو سطح نیم دایره درست برقرار شود. در شکل ۴، نحوه ی مش بندی نمونه CT، محل قرارگیری المان تماسی، نحوه ی اعمال بارگذاری و شرایط مرزی نشان داده شده است.

مدل عددی بصورت سه بعدی، تنش مسطح و کرنش مسطح با روش استاتیکی غیرخطی با درصد خطای ۰/۰۱ تحلیل شد. با توجه به شکل ۵-الف، تطابق مناسبی بین نتایج (نرخ انرژی رها شده- جابه جایی) مدل سازی عددی و نتایج آزمایشگاهی مشاهده می شود. به نظر میرسد روش محاسبه انتگرال J بصورت دو بعدی و سه بعدی دارای دقت کافی می باشد. همان طور که در شکل ۵-الف مشاهده

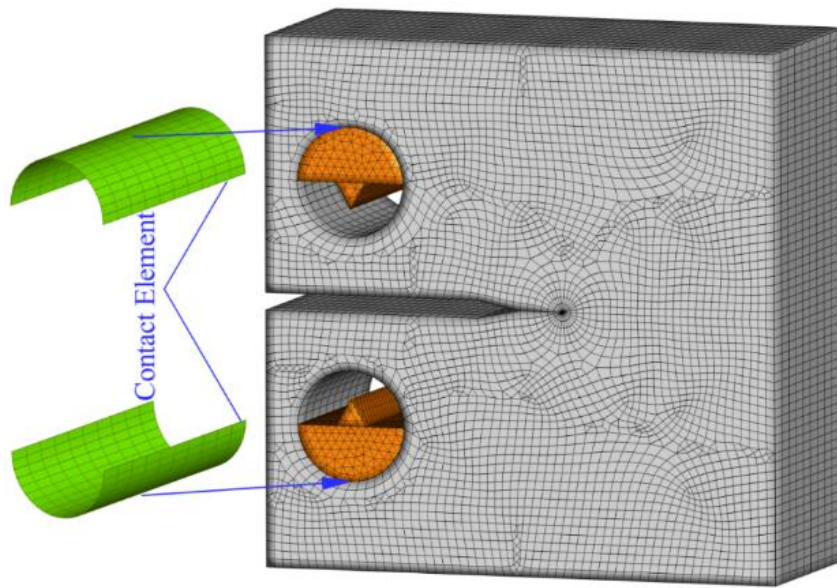


الف

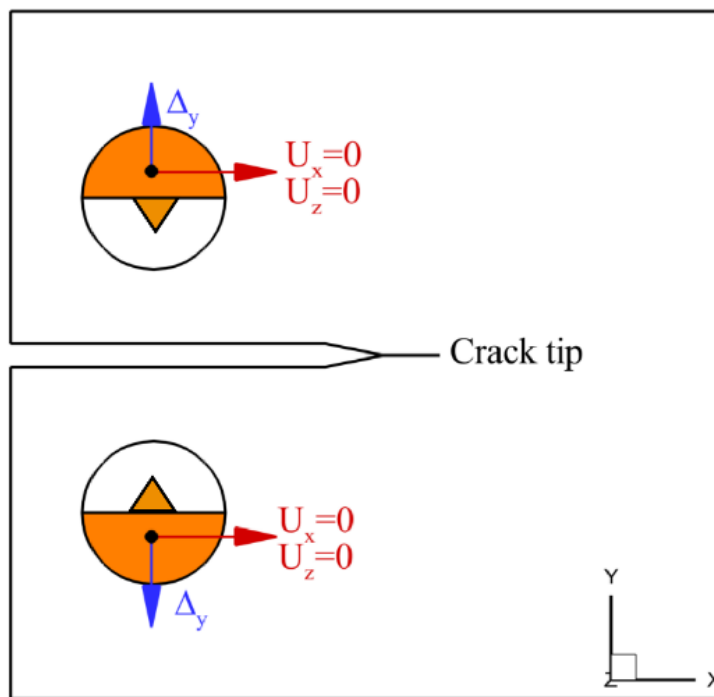


ب

شکل ۳. انتگرال مداری J در اطراف نوک ترک: الف) ۲ بعدی، ب) ۳ بعدی
 Fig. 3. The J-integral orbital around the crack tip: a) 2D, b) 3D



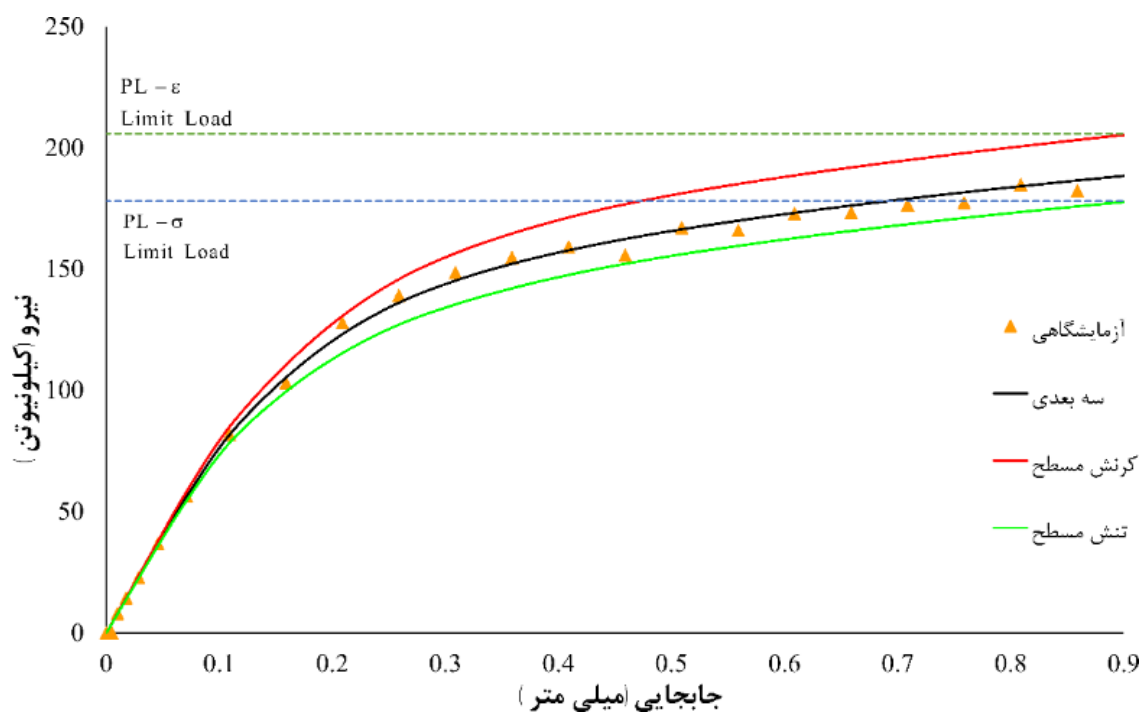
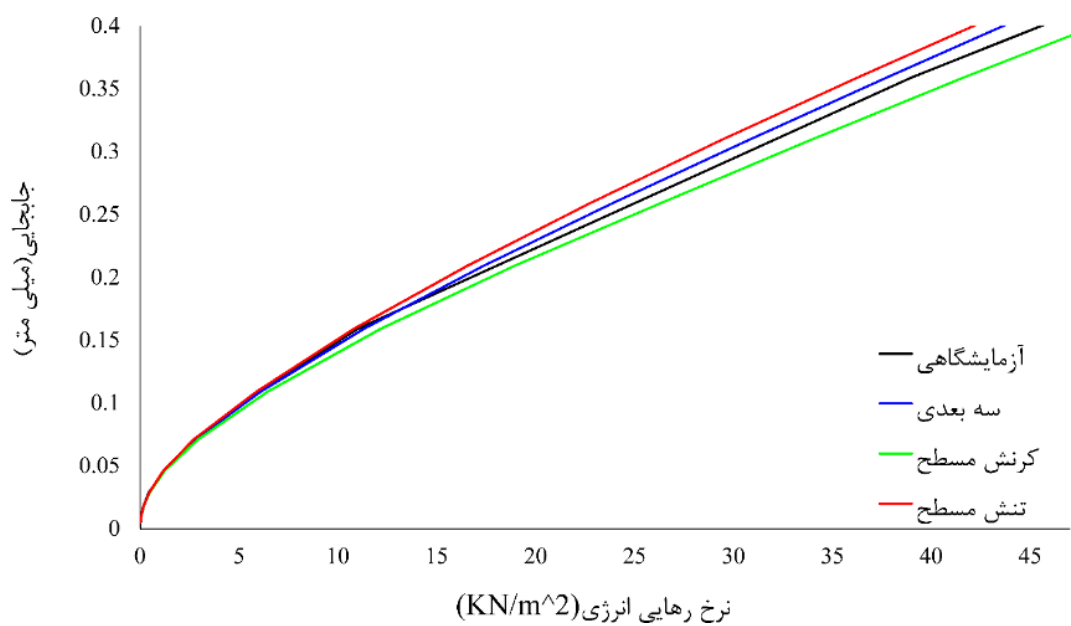
الف



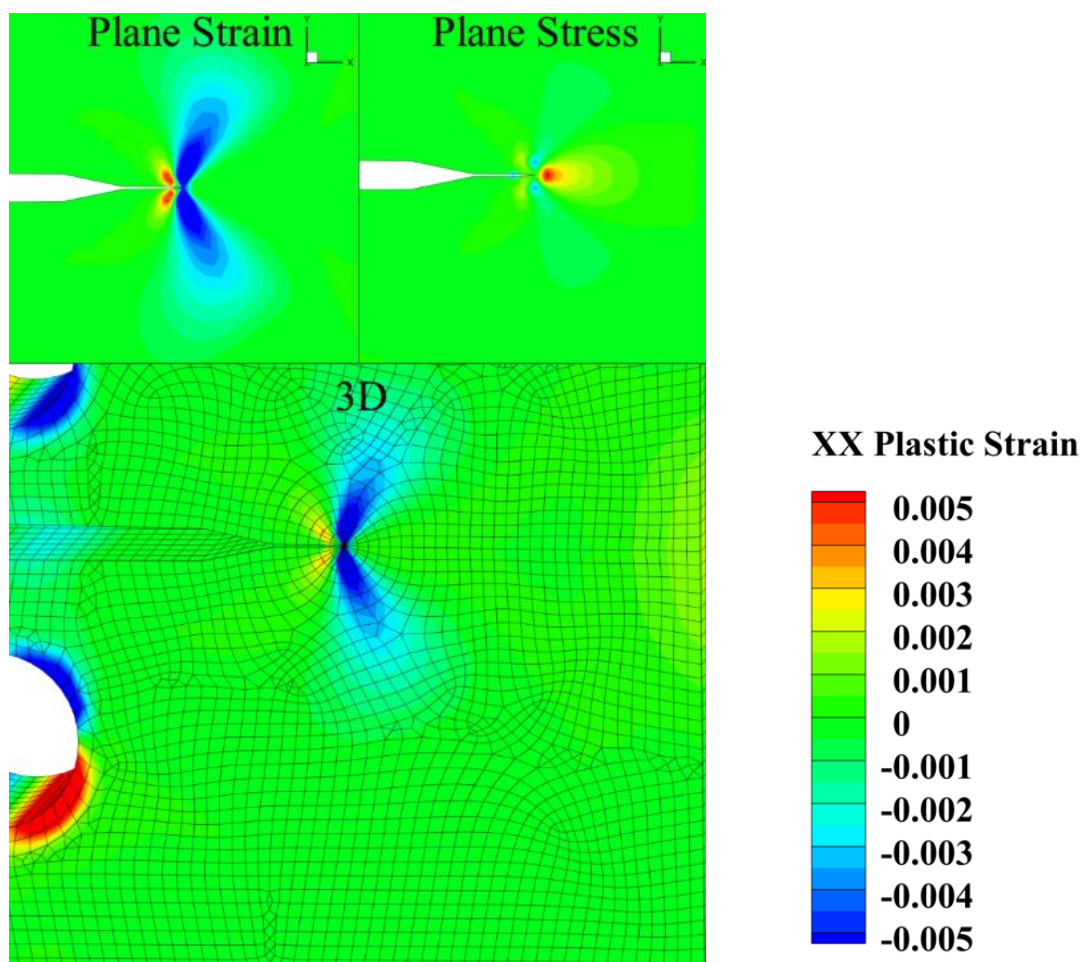
ب

شکل ۴. الف) مش بندی مدل عددی و محل المان تماسی، ب) شرایط مرزی

Fig. 4. a) A view of the meshing procedure and model dimensions, b) boundary conditions



الف



ب

شکل ۵. مقایسه ی نتایج عددی و آزمایشگاهی: الف) نرخ رهایی انرژی-جابجایی و نیرو-جابجایی، ب) کانتور کرنش پلاستیک

Fig. 5. Comparison of numerical and experimental results; a) Energy release rate -displacement and Energy release rate -force, b) Plastic strain contour

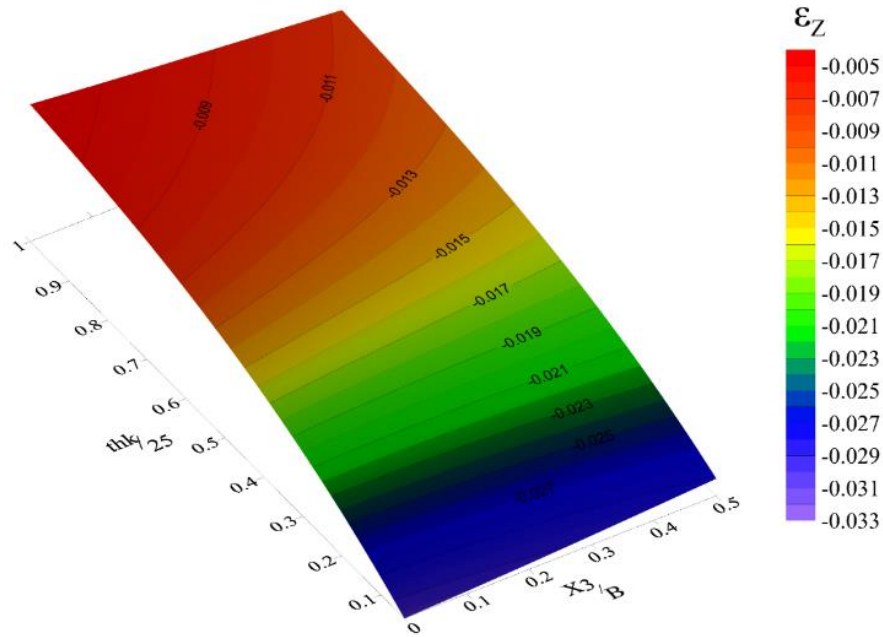
مختلف تأثیر مدل سازی ضخامت با اندازه های مختلف بررسی شد.

۴- بررسی تأثیر ضخامت نمونه بر نتایج

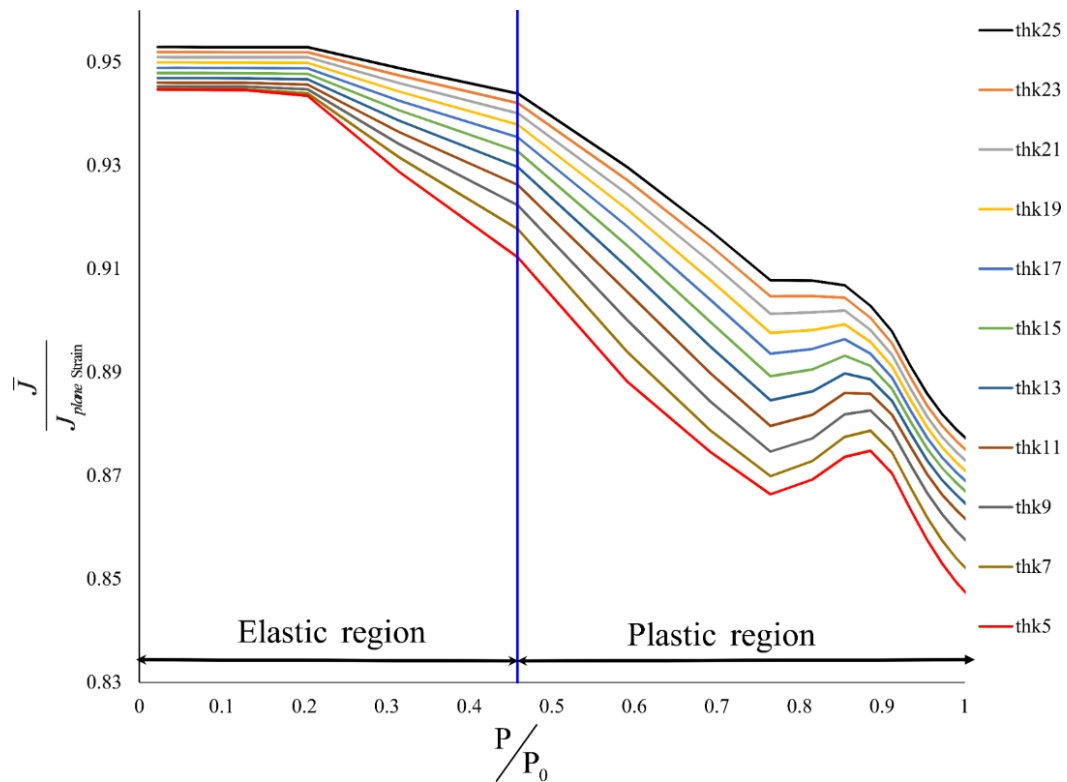
در این قسمت تأثیر مدل سازی ضخامت نمونه با اندازه های مختلف بر نتایج عددی نمونه CT بررسی شد. ضخامت نمونه عددی از ۱ میلیمتر (تنش مسطح) تا ضخامت ۲۵ میلیمتر (کرنش مسطح) با نمو ۱ میلیمتر مدل سازی و تحلیل شد، تا بتوان طیف وسیعی پاسخها، از تنش مسطح تا کرنش مسطح در نظر گرفته شود. نمونه عددی دارای طول ترک $a=25\text{mm}$ می باشد (شکل ۱)، طبق توصیه آیین نامه مقدار ضخامت نمونه برابر مقدار طول ترک در نظر گرفته

مشهود می باشد، کانتور کرنشهای پلاستیک در شرایط کرنش مسطح شباهت بیشتری به مدل سازی ۳ بعدی دارد. تمامی کانتورها در یک گام خاص بارگذاری گزارش شده اند (شکل ۴-ب).

بسیاری از محققین برای مقایسه نتایج مدل سازی دو بعدی و سه بعدی در اجسام دارای ترک، مقدار بار حدی یک نمونه را به بار حدی در شرایط تحلیل تنش مسطح محدود می کنند [۱-۳]، مقدار بار حدی در شرایط تنش مسطح ۱۷۸ کیلونیوتن، در حالت کرنش مسطح ۲۰۵ کیلونیوتن و در حالت سه بعدی ۱۸۸ کیلونیوتن می باشد. بنابراین مقدار بار حدی برابر P_0 برابر ۱۷۸ کیلونیوتن در نظر گرفته شد. در قسمت بعدی با مدل سازی نمونه CT با ضخامتهای

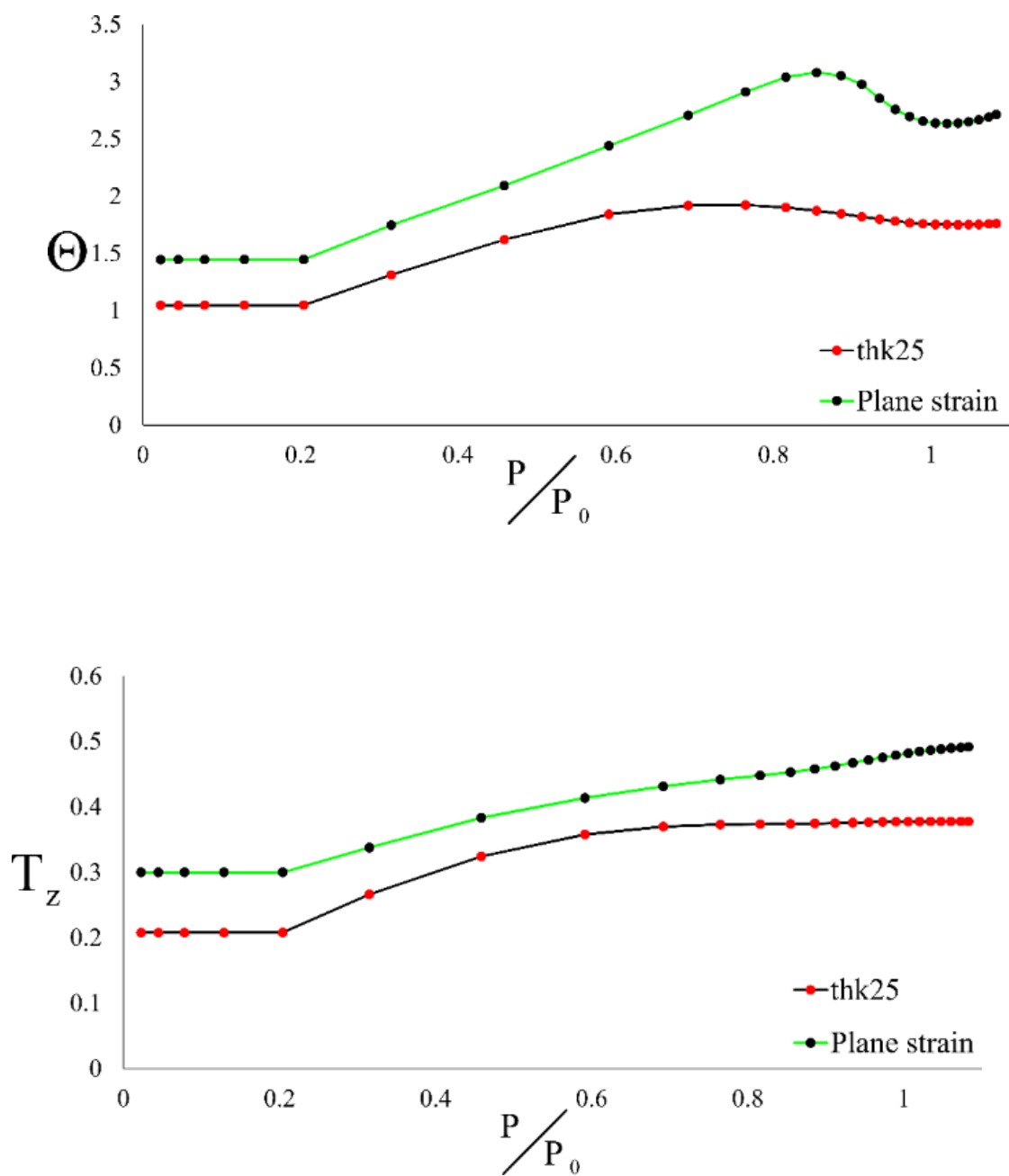


شکل ۶. کرنش در راستای عمود بر صفحه برای ضخامت های مختلف و در طول ضخامت در انتهای بارگذاری
 Fig. 6. Strain perpendicular to the plane for different thicknesses and along thickness length



شکل ۷. مقایسه ی نسبت $\frac{\bar{J}}{J_{plane strain}}$ برای بارگذاریهای مختلف

Fig. 7. A comparison of $\frac{\bar{J}}{J_{plane strain}}$ for different loadings



شکل ۸. مقادیر دو پارامتر T_z و Θ برای نمونه با ضخامت ۲۵ میلی متر در طول بارگذاری

Fig. 8. Values of T_z and Θ during of loading for thickness 25

عددی با ضخامت ۲۵ میلیمتر کاملاً مشاهده می شود مقدار T_z با ورود به ناحیه پلاستیک ($P/P_0 = 0.458$)، افزایش می یابد، و با افزایش مقدار بارگذاری، مقدار T_z نیز افزایش می یابد. این افزایش نشان دهنده تأثیر بیشتر تنش در راستای سوم می باشد. با توجه به شکل ۸-ب نیز کاملاً مشخص می باشد، مقدار Θ نیز موید همین مطلب می باشد، که اثر تنش محصور کننده نقش اساسی در مسائل شکست نرم ایفاء میکند. همان طور که انتظار میرود مقادیر T_z و Θ برای مدل با ضخامت ۲۵ میلیمتر همواره از مقادیر نمونه با رفتار کرنش مسطح کمتر می باشد.

۴-۱- رفتار تنش مسطح یا کرنش مسطح یا ترکیب آنها در طول ضخامت

در این قسمت هدف بررسی تأثیر تنش در راستای خارج از صفحه در گامهای مختلف بارگذاری می باشد. به عبارت دیگر با افزایش بارگذاری، چه نسبتی از ضخامت ($b/B = ?$) نمونه بصورت تنش مسطح و یا کرنش مسطح عمل میکنند؟ با توجه به تحقیقات گذشته در یک جسم سه بعدی با دور شدن از مرکز ضخامت نمونه، رفتار از کرنش مسطح به سمت تنش مسطح تغییر خواهد کرد [۴، ۷، ۱۷]، محققین مختلفی تأثیر ضخامت نمونه آزمایشگاهی را بر مقدار چقرمگی شکست بررسی نموده اند و به این نتیجه رسیده اند با افزایش مقدار ضخامت نمونه آزمایشگاهی مقدار چقرمگی شکست روندی نزولی خواهد داشت و تقریباً به مقدار خاصی میل دارد [۴] (K_{IC}). همچنین این محققین شکل ۹ را تأیید کرده اند، که با دور شدن از مرکز ضخامت نمونه تنش در راستای خارج از صفحه کاهش می یابد و این در حالی است که با نزدیک شدن به لبه ی خارجی نمونه کرنش در راستای خارج از صفحه بیشتر می شود.

به عنوان مثال در شکل ۱۰ برای نمونه CT با ضخامت ۱۱ میلیمتر مشاهده می شود که با افزایش مقدار بارگذاری دو پارامتر T_z و Θ ، برای هر نسبت X_3/B در ناحیه الاستیک تقریباً دارای مقداری ثابت می باشند ولی با افزایش بارگذاری این روند ابتدا روندی افزایشی سپس کاهش می یابد، مقدار کاهش این دو پارامتر در گامهای انتهایی بارگذاری احتمالاً به علت کاهش اثر تنش راستای سوم می باشد. برای نسبت $X_3/B = 0.5$ یعنی لبه های خارجی نمونه، مقادیر T_z و Θ دارای روندی شدیدتر می باشند. مقدار T_z برای لبه های خارجی در

شود تا رفتار نمونه ی ۳ بعدی شبیه رفتار کرنش مسطح شود، لذا در این بررسی مقدار ضخامت مبنای آیین نامه برابر ۲۵ میلیمتر در نظر گرفته شد. در شکل ۶ برای مقایسه ی تأثیر اندازه ضخامت، مقادیر تمامی ضخامتها بر ضخامت نمونه استاندارد ۲۵ میلیمتر تقسیم شد (بی بعد). با توجه به شکل ۶ مشاهده می شود در مرکز ضخامت نمونه عددی ($X_3/B = 0$) با افزایش مقدار ضخامت نمونه مقدار کرنش در راستای سوم کاهش می یابد، و این کاهش کرنش در راستای عمود بر صفحه رفتار نمونه را به سمت رفتار کرنش مسطح سوق میدهد، بنابراین با توجه به نتایج کرنش در راستای عمود بر صفحه تقریباً از مقدار $thk/25 = 0.6$ مقدار کرنش در راستای سوم ثابت شده است، یعنی برای نمونه های با طول ترک ۲۵ میلیمتر، ضخامت نمونه آزمایشگاهی باید از ۱۵ میلیمتر بیشتر باشد تا رفتار نمونه تقریباً کرنش مسطح باشد.

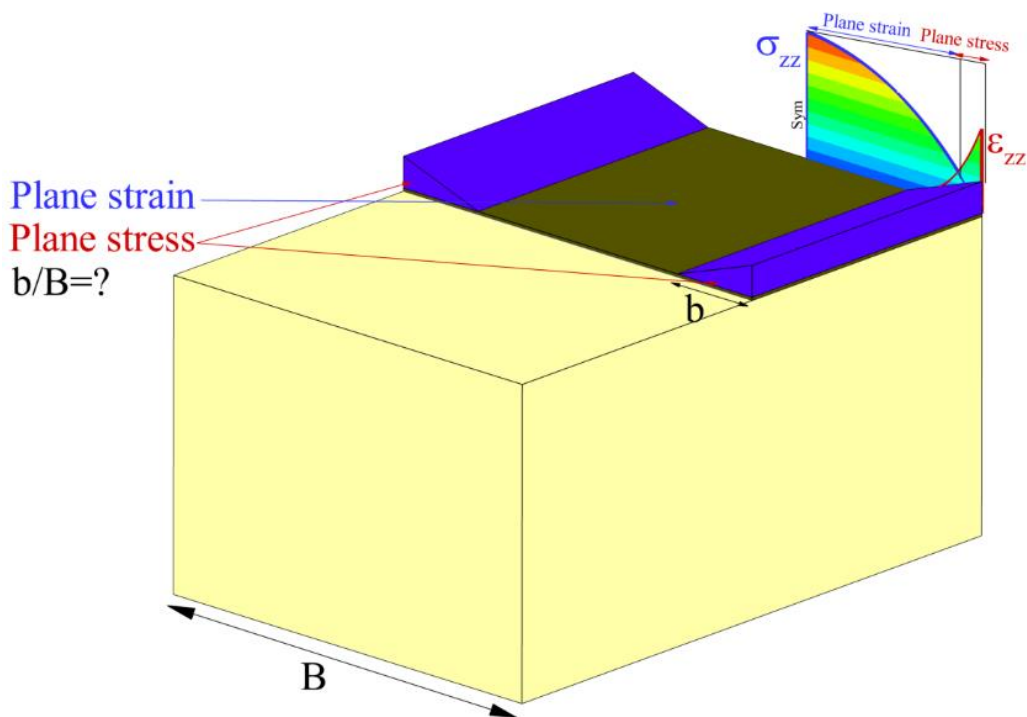
در ادامه با مقایسه ی نتایج \bar{J} برای نمونه های ۳ بعدی با ضخامتهای متفاوت مشاهده شد (شکل ۷)، \bar{J} مقدار متوسط انتگرال J در ضخامت می باشد. اختلاف \bar{J} با افزایش بارگذاری بیشتر می شود، این افزایش فاصله با ورود به ناحیه پلاستیک بیشتر می شود، زیرا با شروع کرنشهای پلاستیک، در یک نقطه ی خاص، هر سه کرنش یا تنش اصلی تأثیر داشته و نمی توان از کرنش یا تنش اصلی در راستای سوم صرف نظر کرد، لذا منطقی به نظر میرسد برای مدل سازی ترک در مواد شکل پذیر با توجه به تغییرشکل های بزرگ و کرنشهای بالا مسأله بصورت سه بعدی بررسی گردد. در این خصوص محققین بسیاری پارامترهای T_z و Θ را معرفی کرده اند [۷، ۸، ۲۱]، مطابق رابطه (۴) این دو پارامتر شاخصی برای اثر مؤلفه عمود بر صفحه و تنش همه جانبه می باشند.

$$T_z = \frac{\sigma_{33}}{\sigma_{11} + \sigma_{22}} \quad (4)$$

$$\Theta = \frac{\sigma_m}{\sigma_{Mises}}$$

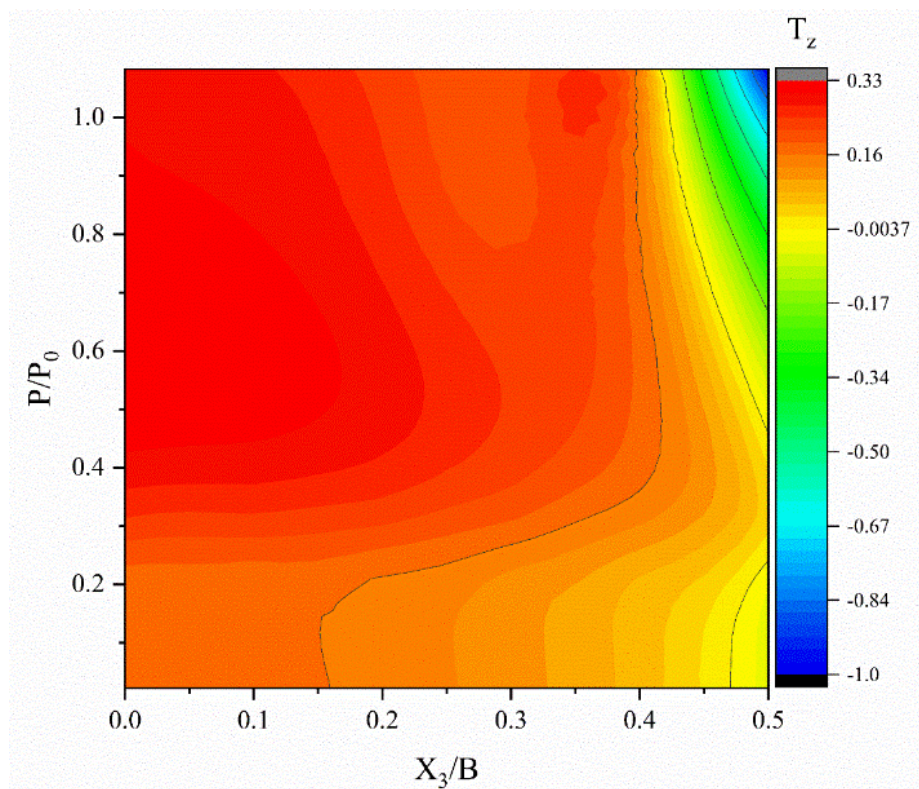
$$= \frac{(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})/3}{\sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{22})^2}} / \sqrt{2}$$

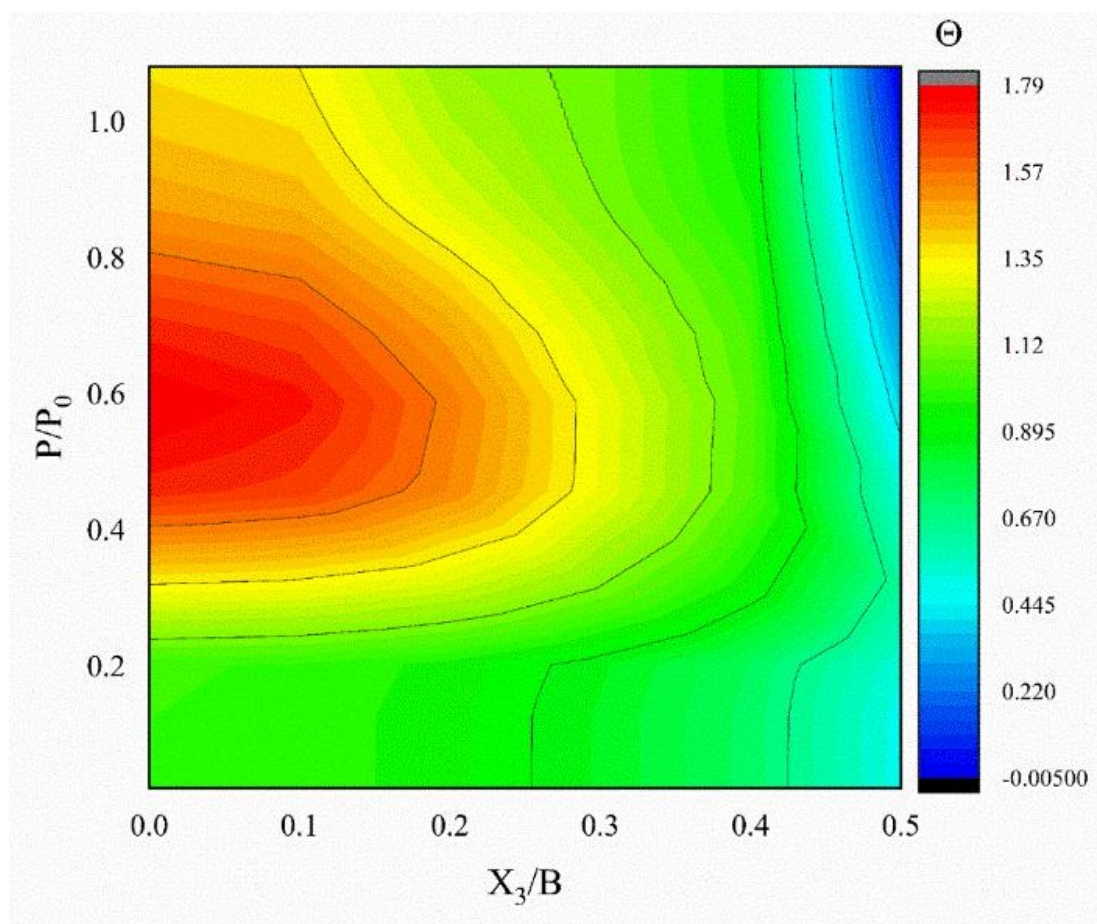
منظور از σ_{33} تنش در راستای خارج از صفحه، σ_{11} و σ_{22} تنش داخل صفحه می باشد. به عنوان مثال در شکل ۸-الف برای نمونه



شکل ۹. مقادیر تنش و کرنش در راستای خارج از صفحه در طول ضخامت

Fig. 9. Strain and stress values in the direction exterior to the plane along the thickness





شکل ۱۰. مقادیر T_z و Θ برای نمونه عددی به ضخامت ۱۱ میلی متر در طول ضخامت و زمان بارگذاری

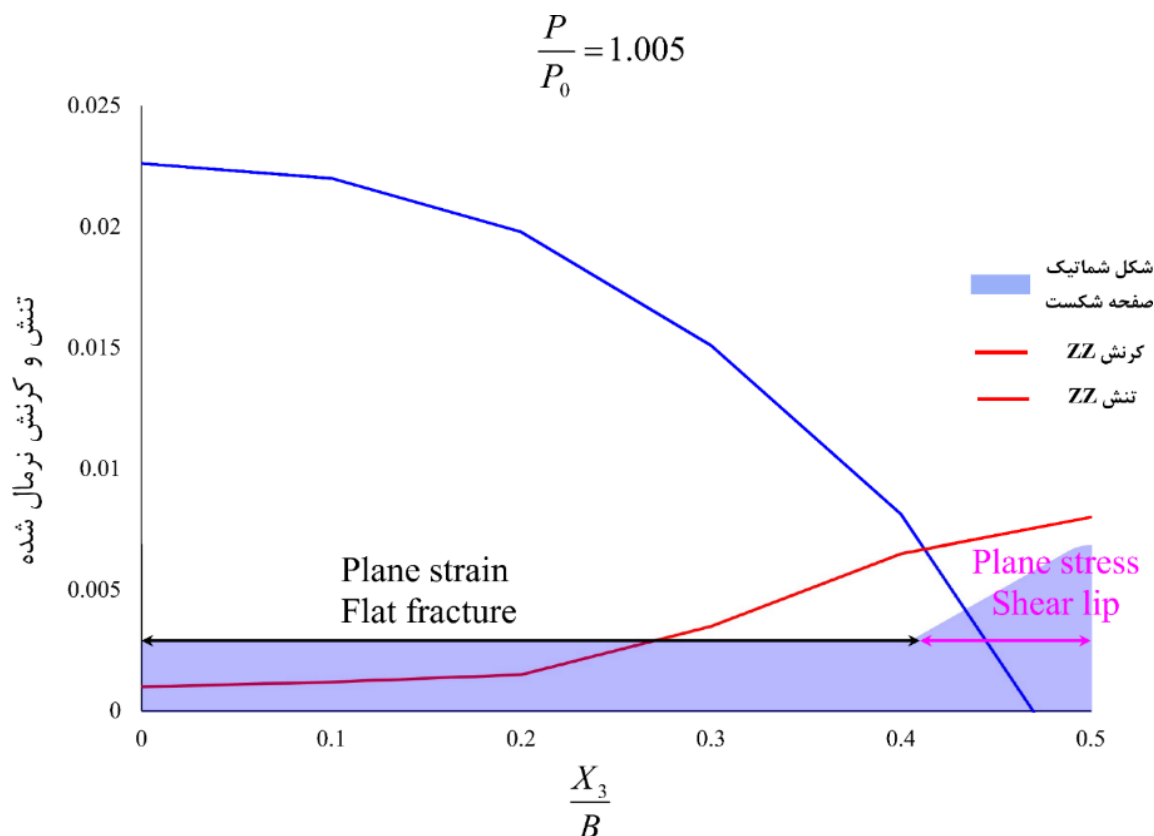
Fig. 10. Values of T_z and Θ for the numerical specimens with thicknesses 11 during of thickness and loading time

است، زمانی که مقادیر کرنش نرمال شده دارای بزرگای بیشتر باشند، رفتار به سمت تنش مسطح میل میکند و زمانی که تنش نرمال شده دارای بزرگای بیشتر باشد، رفتار به سمت کرنش مسطح میل می کند. بنابراین با این استدلال و با توجه به شکل های ۱۰ و ۱۱ میتوان محل برخورد نمودارهای تنش و کرنش نرمال شده را به عنوان حد واسط رفتار تنش مسطح یا کرنش مسطح در نظر گرفت. از محل برخورد دو خط تنش و کرنش نرمال شده به سمت مرکز ضخامت نمونه، رفتار بصورت کرنش مسطح و به سمت لبه های خارجی رفتار بصورت تنش مسطح می باشد (شکل ۱۱).

برای بررسی بیشتر تأثیر ضخامت نمونه های عددی بر رفتار نمونه در طول ضخامت، نمونه های عددی از ضخامت ۵ میلیمتر تا ۱۰۰ میلیمتر مدل سازی شد $(0.1 \leq \frac{B}{w} \leq 2)$ ، تا طیف وسیع پاسخها در

گامهای ابتدایی نزدیک به صفر می باشد، با افزایش گامهای بارگذاری مقدار T_z روندی کاهشی دارد، و به دلیل افزایش تنش فشاری در راستای سوم مقدار T_z منفی می باشد. این تحلیل کاملاً با شکل ۹ تطابق دارد.

در ادامه بررسی برای نشان دادن مقایسه ی مقادیر تنش و کرنش در راستای خارج در صفحه نمونه عددی با ضخامت ۱۱ میلیمتر انتخاب گردید، با توجه به این امر که مقادیر تنش و کرنش دارای بُعد یکسانی نمی باشند، نمی توان آنها را مقایسه نمود، لذا مقادیر تنش و کرنش بر بیشینه مقدار هر کدام تقسیم شد، از این رو مقادیر در بازه صفر تا یک نرمال شد تا بتوان با یکدیگر مقایسه گردند. به عنوان مثال در شکل ۱۱ مقادیر تنش و کرنش نرمال شده برای نمونه عددی با ضخامت ۱۱ میلیمتر در گام $\frac{P}{P_0} = 1.005$ نشان داده شده



شکل ۱۱. مقایسه مقادیر تنش و کرنش نرمال شده در راستای ضخامت

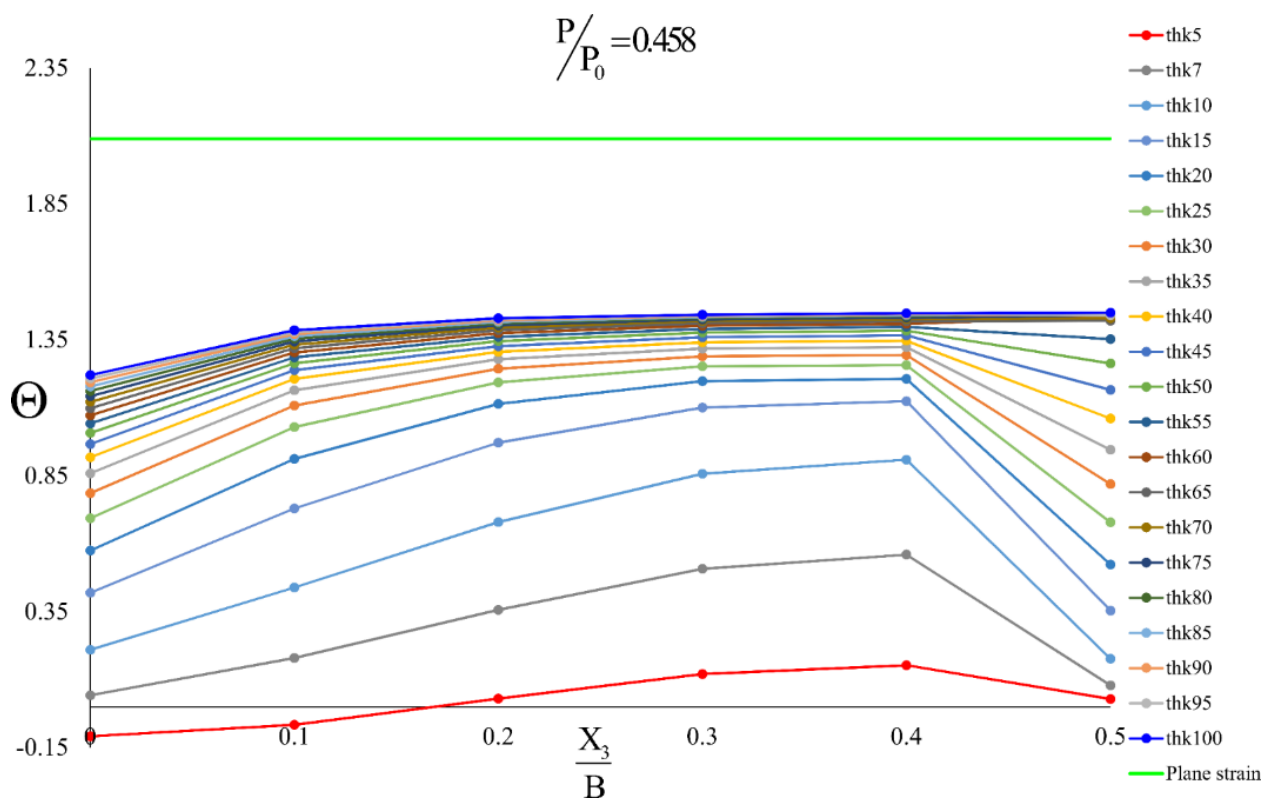
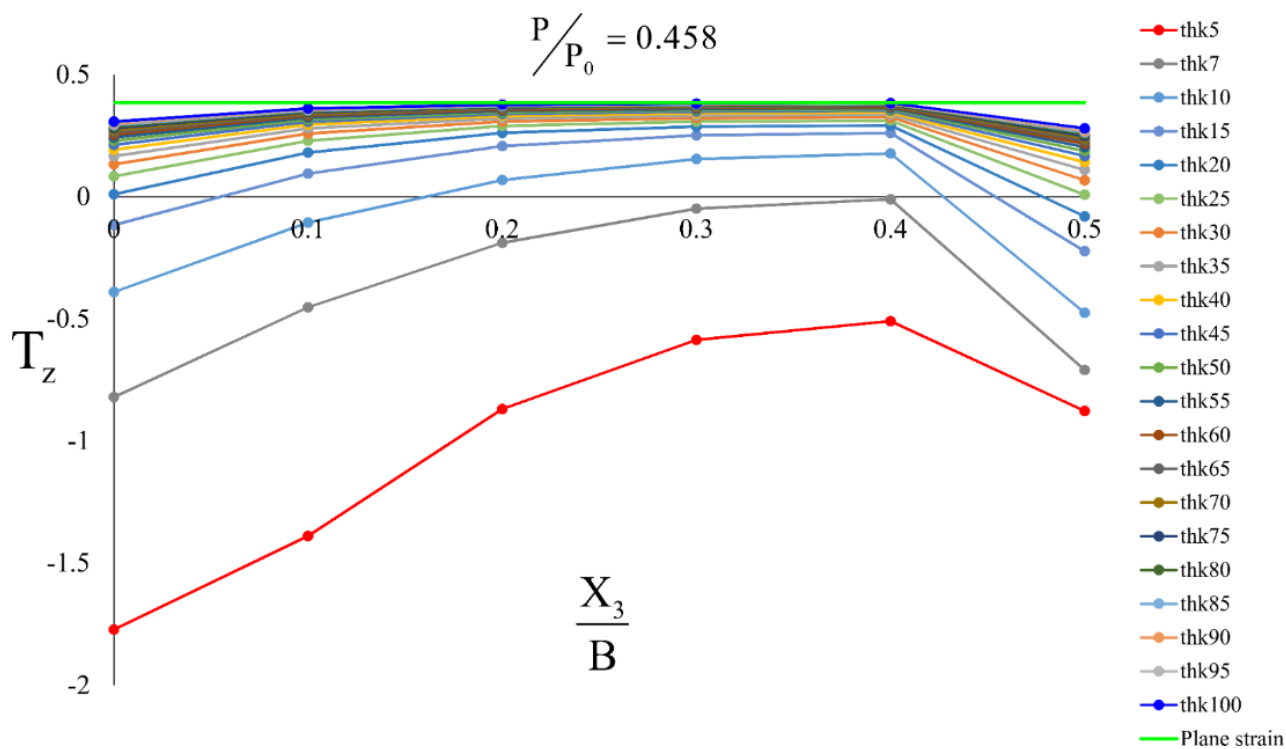
Fig. 11. Comparison of normalized stress and strain values along the thickness

راستای سوم در نمونه های عددی با ضخامت مختلف مشخص است که با افزایش ضخامت نمونه درصد کمتری از طول ضخامت نمونه رفتار تنش مسطح دارد و رفتار بیشتر بصورت کرنش مسطح می باشد، همچنین با افزایش مقدار بارگذاری درصد بیشتری از ضخامت نمونه بصورت تنش مسطح رفتار می کند. در شکل ۱۳-الف برای جلوگیری از فشرده شدن نمودارها چند ضخامت محدود نشان داده شده است، این خطوط حالت مرزی می باشند، بدین معنی مقادیر $\frac{X_3}{B}$ کمتر از این خطوط دارای رفتار کرنش مسطح بوده و مقادیر $\frac{X_3}{B}$ بالاتر از این خطوط دارای رفتار تنش مسطح می باشند.

با توجه به سه متغیر $\frac{B}{W}$ ، $\frac{P}{P_0}$ و $\frac{X_3}{B}$ و در نظر گرفتن تمامی ضخامتهای مدل‌های عددی از ۵ میلیمتر تا ۱۰۰ میلیمتر، می

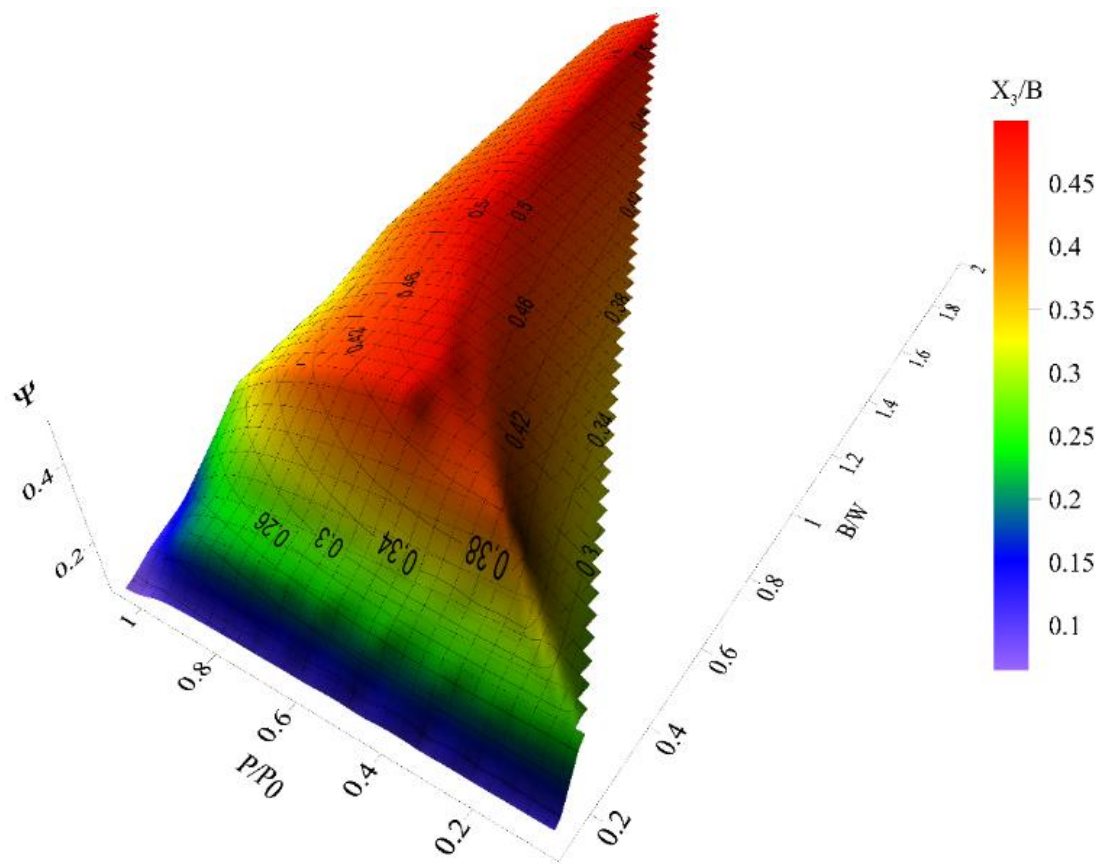
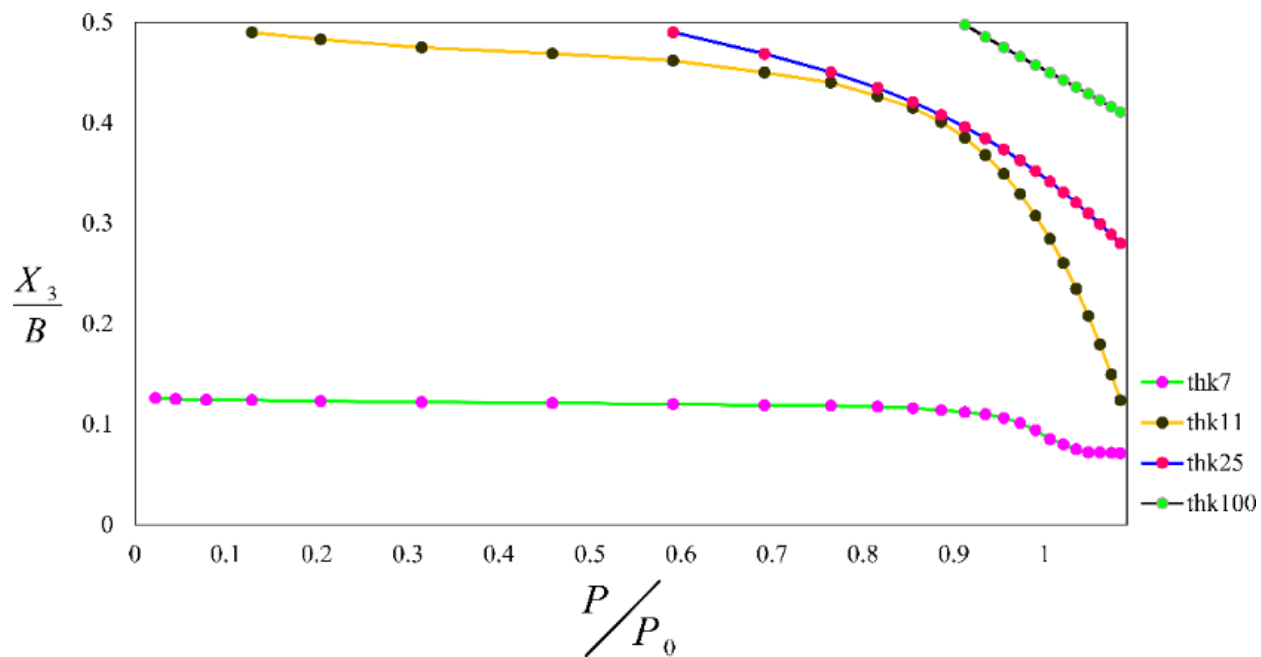
نظر گرفته شود، در شکل ۱۲ مقادیر Θ و T_z برای نمونه‌های عددی با ضخامتهای مختلف در گام زمانی $\frac{P}{P_0} = 0.458$ نشان داده شده است، این گام زمانی آغاز کرنش پلاستیک در نمونه‌های عددی می باشد. همان‌طور مشاهده می شود با دور شدن از مرکز نمونه و رفتن به سمت لبهها از مقدار تنش محصور شده کاسته می شود، و این امر باعث کاهش مقدار پارامتر Θ می شود، کاهش مقدار Θ و T_z در لبهها تأیید کننده کاهش تنش در راستای سوم در لبهها و افزایش کرنش در راستای سوم می باشد و کاملاً با شکل ۱۱ تطابق دارد. همان‌طور که انتظار می‌رود تمامی مقادیر Θ و T_z از مقدار تحلیل نمونه عددی بصورت کرنش مسطح کمتر می باشند.

در شکل ۱۳-الف با بررسی محل برخورد تنش و کرنش در



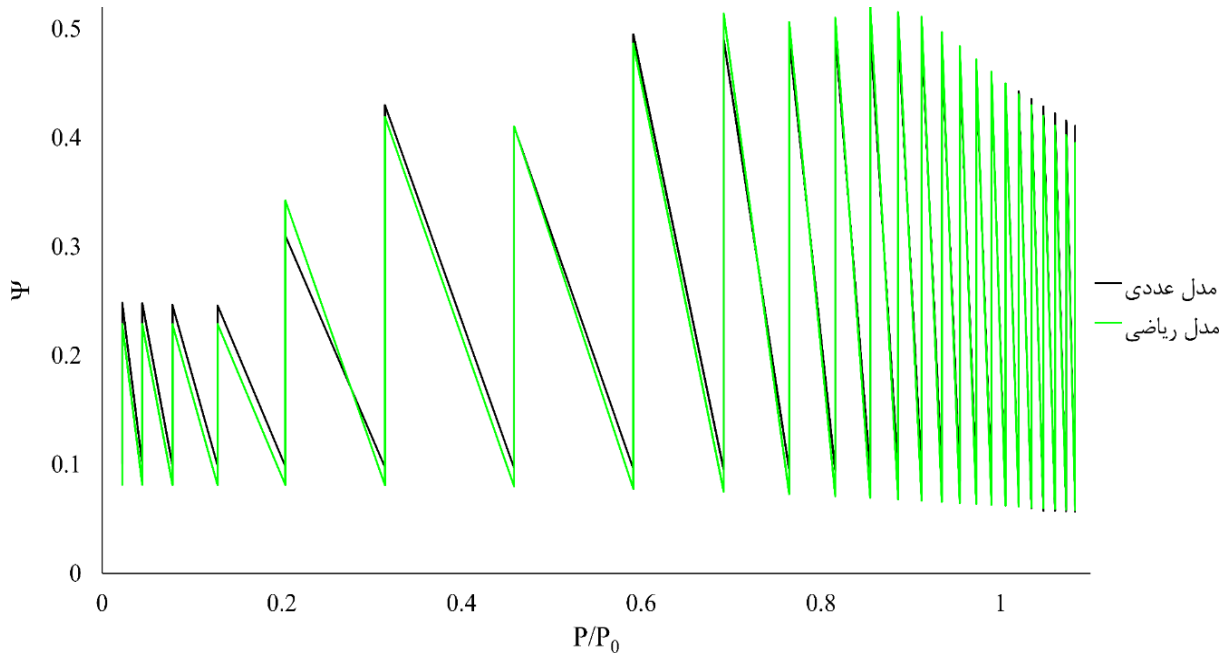
شکل ۱۲. مقادیر T_z و Θ در نسبت $\frac{P}{P_0} = 0.458$ برای نمونه های عددی با ضخامتهای متفاوت

Fig. 12. Values of T_z and Θ in the ratio $\frac{P}{P_0} = 0.458$ for the numerical specimens with different thicknesses



شکل ۱۳. محل برخورد مقادیر تنش و کرنش در راستای سوم: الف) چند گراف محدود، ب) سطح Ψ

Fig. 13. The colliding location of stress and strain values: a) a few limited graphs, b) Ψ Level



شکل ۱۴. مقایسه ی بین نتایج اجزای محدود و رابطه (۵) برای سطح Ψ

Fig. 14. Comparison between finite element results and Eq. (5) for level Ψ

۵- نتیجه گیری

در این بررسی ابتدا با اعتبارسنجی رفتار غیرخطی فولاد با استفاده از سطح تسلیم ون میسر با قانون سخت شوندگی همسانگرد با فرمولاسیون و که تطابق مناسبی بین نتایج مدل عددی و آزمایشگاهی مشاهده شد، در ادامه استخراج پارامترهای نوک ترک با روش انتگرال J صحت‌سنجی شد، و بین نتایج تحلیلهای عددی بصورت سه بعدی و دو بعدی با نتایج آزمایشگاهی تطابق خوبی مشاهده شد. مقدار نرخ رهایی انرژی نوک ترک در مدل سه بعدی بسیار به نتایج آزمایشگاهی نزدیک بود، دلیل این امر در نظر گرفتن تمامی مؤلفه‌های تنش می باشد، لذا توصیه میگردد در بررسی مسائل شکست نرم با افزایش هزینه محاسباتی (مدل‌سازی ۳ بعدی)، دقت نتایج افزایش یابد. با مدل‌سازی نمونه استاندارد مطابق شکل ۱ با ضخامتهای مختلف از ۱ میلیمتر تا ۲۵ میلیمتر با نمو ۱ میلیمتر، مشاهده شد با افزایش مقدار ضخامت نمونه، مقدار کرنش عمود بر صفحه (ϵ_{zz}) در مرکز ضخامت نمونه های عددی کاهش می یابد، بنابراین رفتار مدل‌های عددی سه بعدی به سمت رفتار کرنش مسطح میل می کند. با تحلیل نتایج (شکل ۶) مشاهده شد، برای نمونه استاندارد شکل ۱ نمونه‌هایی با ضخامت بیشتر از ۱۵ میلیمتر رفتاری همانند رفتار کرنش مسطح دارند، بنابراین در آزمایشگاه میتوان از صحت نتایج برای نمونه هایی

توان خطوط مرزی را بصورت پیوسته و با یک سطح نشان داد سطح Ψ . این سطح با توجه به نسبت $\frac{B}{W}$ در طول زمان بارگذاری نمونه های عددی مشخص کننده رفتار تنش مسطح یا کرنش مسطح در طول ضخامت می باشد. با انجام چندین تحلیل رگرسیون غیرخطی و حساسیت‌سنجی سطح Ψ بهترین فرمول برای این سطح بصورت ترکیبی از نمایی و توانی می باشد (رابطه (۵)). ضرایب این فرمول در رابطه (۵) نشان داده شده است. مقدار $RMSE=0.0177$ بدست آمد، این مقدار تطابق خوب رابطه (۵) و سطح Ψ را نشان می دهد. بنابراین با این فرمول می توان نمونه های عددی ساخته شده در آزمایشگاه را بررسی نمود، که تا چه میزانی از ضخامت این نمونه ها در طول بارگذاری بصورت تنش مسطح یا کرنش مسطح عمل نموده اند.

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi = a \left(\exp\left(b \left(\frac{B}{W}\right)^c\right) \exp\left(d \left(\frac{P}{P_0}\right)^f\right) \right) \\ \left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c} a & b & c & d & e & f \\ \hline 0.77 & -0.269 & -1.006 & -0.466 & 3.477 & 0.031 \end{array} \right] \\ 0 \leq \Psi \leq 0.5 \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\text{if } \left\{ \begin{array}{l} \frac{X_3}{B} \geq \Psi \rightarrow \text{plane stress} \\ \frac{X_3}{B} < \Psi \rightarrow \text{plane strain} \end{array} \right.$$

- crack tip plastic zones under triaxial stress constraint, International journal of fracture, 80(4) (1996) R61-R68.
- [7]W. Guo, Three-dimensional analyses of plastic constraint for through-thickness cracked bodies, Engineering Fracture Mechanics, 62(4) (1999) 383-407.
- [8]W. Guo, Elastoplastic three dimensional crack border field—I. Singular structure of the field, Engineering Fracture Mechanics, 46(1) (1993) 93-104.
- [9]X.B. Lin, R.A. Smith, Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates: Part I: The numerical technique, Engineering Fracture Mechanics, 63(5) (1999) 503-522.
- [10]X.B. Lin, R.A. Smith, Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates: Part II: Crack shape change, Engineering Fracture Mechanics, 63(5) (1999) 523-540.
- [11]X.B. Lin, R.A. Smith, Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates: Part III: Stress intensity factor and fatigue crack growth life, Engineering Fracture Mechanics, 63(5) (1999) 541-556
- [12]F. Berto, P. Lazzarin, A. Kotousov, On higher order terms and out-of-plane singular mode, Mechanics of Materials, 43(6) (2011) 332-341.
- [13]F. BERTO, P. LAZZARIN, A. KOTOUSOV, L.P. POOK, Induced out-of-plane mode at the tip of blunt lateral notches and holes under in-plane shear loading, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 35(6) (2012) 538-555.
- [14]A. Kotousov, F. Berto, P. Lazzarin, F. Pegorin, Three dimensional finite element mixed fracture mode under anti-plane loading of a crack, Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 62 (2012) 26-33.
- [15]Kotousov, P. Lazzarin, F. Berto, L.P. Pook, Three-dimensional stress states at crack tip induced by shear and anti-plane loading, Engineering Fracture Mechanics, 108 (2013) 65-74.
- [16]L.P. Pook, A 50-year retrospective review of three-dimensional effects at cracks and sharp notches, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 36(8) (2013) 699-723.

با ضخامت بیش از ۱۵ میلیمتر اطمینان حاصل کرد. با بررسی دو پارامتر T_z و Θ در مدل‌های عددی کاملاً تأثیر تنش و کرنش در راستای سوم مشخص شد، با افزایش مقدار بارگذاری تأثیر تنش همه جانبه در نتایج بیشتر می‌شود. در قسمت بعدی تحقیق با مدل‌سازی نمونه عددی از ضخامت ۵ میلیمتر تا ضخامت ۱۰۰ میلیمتر با نمو ۵ میلیمتر، رفتار نمونه در طول ضخامت بررسی گردید. با در نظر گرفتن سه متغیر X_3/B ، P/P_0 ، B/W و محل برخورد تنش و کرنش نرمال شده در راستای عمود بر صفحه، سطحی در فضای سه بعدی بدست آمد (Ψ)، این سطح نشان می‌دهد تا چه طولی از ضخامت نمونه از لبه ی آزاد آن، رفتار بصورت تنش مسطح یا کرنش مسطح می‌باشد. در ادامه با تحلیل رگرسیون غیرخطی معادلهایی برای سطح Ψ بدست آمد، با استفاده از این معادله براحتی می‌توان تشخیص داد تا چه طولی از ضخامت نمونه رفتار بصورت کرنش مسطح یا تنش مسطح می‌باشد. بنابراین توصیه می‌گردد در مسائل شکست همواره از مدل‌سازی سه بعدی برای شبیه سازی استفاده شود تا تأثیر تمام عوامل در نظر گرفته شود.

مراجع

- [1]R. Narasimhan, A. Rosakis, Three-dimensional effects near a crack tip in a ductile three-point bend specimen: part I—a numerical investigation, Journal of Applied Mechanics, 57(3) (1990) 607-617.
- [2]A.T. Zehnder, A.J. Rosakis, Three-dimensional effects near a crack tip in a ductile three-point bend specimen: Part II—An experimental investigation using interferometry and caustics, Journal of Applied Mechanics, 57(3) (1990) 618-626.
- [3]H. Delorenzi, C. Shih, 3-D Elastic-plastic investigation of fracture parameters in side-grooved compact specimen, International Journal of Fracture, 21(3) (1983) 195-220.
- [4]M.O. Lai, W.G. Ferguson, Effect of specimen thickness on fracture toughness, Engineering Fracture Mechanics, 23(4) (1986) 649-659.
- [5]B. Henry, A. Luxmoore, The stress triaxiality constraint and the Q-value as a ductile fracture parameter, Engineering Fracture Mechanics, 57(4) (1997) 375-390.
- [6]J. Wang, W.-L. Guo, Y.-P. Shen, The shape and size of

- factor along the thickness: The concept of pivot node on straight crack fronts, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 41(4) (2018) 869-880.
- [26] J. Garcia-Manrique, D. Camas, P. Lopez-Crespo, A. Gonzalez-Herrera, Stress intensity factor analysis of through thickness effects, *International Journal of Fatigue*, 46 (2013) 58-66.
- [27] C.M. Stewart, C.W. Oputa, E. Garcia, Effect of specimen thickness on the fracture resistance of hot mix asphalt in the disk-shaped compact tension (DCT) configuration, *Construction and Building Materials*, 160 (2018) 487-496.
- [28] H. Javani, R.H. Peerlings, M.G. Geers, Three-dimensional finite element modeling of ductile crack initiation and propagation, *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 3(1) (2016) 19.
- [29] N. Simha, F. Fischer, G. Shan, C. Chen, O. Kolednik, J-integral and crack driving force in elastic-plastic materials, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 56(9) (2008) 2876-2895.
- [30] Chen, O. Kolednik, I. Scheider, T. Siegmund, A. Tatschl, F. Fischer, On the determination of the cohesive zone parameters for the modeling of micro-ductile crack growth in thick specimens, *International journal of fracture*, 120(3) (2003) 517-536.
- [31] E. ASTM, Standard test method for JIC, a measure of fracture toughness, in: 1983 Annual Book of ASTM Standards, American Society for Testing and Materials, 1983, pp. 762-780.
- [32] C.F. Shih, B. Moran, T. Nakamura, Energy release rate along a three-dimensional crack front in a thermally stressed body, *International Journal of Fracture*, 30(2) (1986) 79-102.
- [33] G.E. Stavroulakis, P.D. Panagiotopoulos, A.M. Al-Fahed, On the rigid body displacements and rotations in unilateral contact problems and applications, *Computers & Structures*, 40(3) (1991) 599-614.
- [17] A. Carpinteri, M. Corrado, B. Gong, P. Perdonò, Experimental evidence and numerical simulation of size effects on the ductile fracture of metallic materials, *International Journal of Fracture*, 211(1-2) (2018) 43-59.
- [18] V. Di Cocco, F. Iacoviello, A. Rossi, M. Cavallini, Stress triaxiality influence on damaging micromechanisms in a pearlitic ductile cast iron, *Frattura ed Integrità Strutturale*, 8(30) (2014) 462-468.
- [19] A. Kotousov, C.H. Wang, Three-dimensional stress constraint in an elastic plate with a notch, *International Journal of Solids and Structures*, 39(16) (2002) 4311-4326
- [20] H. Subramanya, S. Viswanath, R. Narasimhan, A three-dimensional numerical study of mixed mode (I and II) crack tip fields in elastic-plastic solids, *International Journal of Fracture*, 136(1-4) (2005) 167-185.
- [21] T. Meshii, K. Lu, Y. Fujiwara, Extended Investigation of Test Specimen Thickness (TST) Effect on the Fracture Toughness (J_c) of a Material in The Transition Temperature Region as a Difference in the Crack Tip Constraint—what is a loss in Constraint in the TST Effect on J_c ?, *Procedia Materials Science*, 3 (2014) 57-62.
- [22] H.E. Coules, G.C.M. Horne, K. Abburi Venkata, T. Pirling, The effects of residual stress on elastic-plastic fracture propagation and stability, *Materials & Design*, 143 (2018) 131-140.
- [23] P. Wang, S. Qu, Analysis of ductile fracture by extended unified strength theory, *International Journal of Plasticity*, 104 (2018) 196-213
- [24] R.G. Hurlston, J.K. Sharples, A.H. Sherry, Understanding and accounting for the effects of residual stresses on cleavage fracture toughness measurements in the transition temperature regime, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 128 (2015) 69-83
- [25] J. Garcia-Manrique, D. Camas-Peña, J. Lopez-Martinez, A. Gonzalez-Herrera, Analysis of the stress intensity

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

A. Permannoon, A. H. Akhaveissy, *Effect of Three-Dimensional Modeling on the Behavior of Plane Strain or Plane Stress around Crack Tip in Compact-Tension (CT) Specimen*. *Amirkabir J. Civil Eng.*, 53(3) (2021) 1179_1200

DOI: [10.22060/ceej.2019.16825.6360](https://doi.org/10.22060/ceej.2019.16825.6360)



