



بازیابی شدت منابع آلاینده در رودخانه در دامنه دو بعدی تحت شرایط واقعی

سیامک امیری، مهدی مظاهری*، جمال محمد ولی سامانی
دانشکده کشاورزی، گروه سازه‌های آبی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

خلاصه: از سه دهه گذشته تاکنون رویکردها و روش‌های زیادی بر مبنای حل مسئله معکوس جهت بازیابی تابع شدت منابع آلاینده خصوصاً در محیط آب‌های زیرزمینی مورد بررسی قرار گرفته است، اما تعداد پژوهش‌ها در رودخانه‌ها بسیار محدود است؛ بنابراین ارائه روشی که بتواند هم‌زمان علاوه بر دقت در شناسایی تابع شدت منابع آلاینده در رودخانه، شرایط و حالات پیچیده جریان و بستر را در نظر بگیرد و محدودیت‌ها را نیز کاهش دهد، می‌تواند مؤثر باشد. در پژوهش حاضر حل معکوس معادله جابه‌جایی - پراکندگی جهت بازیابی تابع شدت منابع آلاینده به حل یک دستگاه معادلات خطی فرامعین از نوع مسئله بدخیم منجر می‌شود. در این پژوهش با مدل معکوس استفاده از یک مدل عددی مبتنی بر رویکرد ریاضی ماتریس معکوس بر پایه روش تنظیم تیخونف و نتایج حاصل روش تنظیم تیخونف از اصل برهم‌نهی به بازیابی تابع شدت منابع آلاینده و زمان دقیق رهاسازی آلاینده از منبع پرداخته شده است. اصل برهم‌نهی مدل مذکور به بازیابی توابع شدت زمانی منابع چندگانه آلاینده در حالت پیچیده پرداخته است. همچنین مدل معادله جابه‌جایی - پراکندگی ارائه شده با استفاده از داده‌های واقعی رودخانه اوهایو واقع در ایالات متحده آمریکا در حالت دو بعدی تحت دستگاه معادلات خطی فرامعین بدخیم شرایط واقعی جریان صحت‌سنجی شد. در نهایت نیز چارچوب کلی و عملی جهت کاربرد در شرایط واقعی ارائه شد. نتایج محاسبات نشان داد که مدل معکوس مذکور به خوبی قادر است با کمترین اطلاعات پایین دست و سطح خطای بالا در برداشت داده‌های میدانی، توابع شدت منابع آلاینده را در هر نقطه از رودخانه بازسازی کند.

می‌تواند مؤثر باشد. در پژوهش حاضر حل معکوس معادله جابه‌جایی - پراکندگی جهت بازیابی تابع شدت منابع آلاینده به حل یک دستگاه معادلات خطی فرامعین از نوع مسئله بدخیم منجر می‌شود. در این پژوهش با مدل معکوس استفاده از یک مدل عددی مبتنی بر رویکرد ریاضی ماتریس معکوس بر پایه روش تنظیم تیخونف و نتایج حاصل روش تنظیم تیخونف از اصل برهم‌نهی به بازیابی تابع شدت منابع آلاینده و زمان دقیق رهاسازی آلاینده از منبع پرداخته شده است. اصل برهم‌نهی مدل مذکور به بازیابی توابع شدت زمانی منابع چندگانه آلاینده در حالت پیچیده پرداخته است. همچنین مدل معادله جابه‌جایی - پراکندگی ارائه شده با استفاده از داده‌های واقعی رودخانه اوهایو واقع در ایالات متحده آمریکا در حالت دو بعدی تحت دستگاه معادلات خطی فرامعین بدخیم شرایط واقعی جریان صحت‌سنجی شد. در نهایت نیز چارچوب کلی و عملی جهت کاربرد در شرایط واقعی ارائه شد. نتایج محاسبات نشان داد که مدل معکوس مذکور به خوبی قادر است با کمترین اطلاعات پایین دست و سطح خطای بالا در برداشت داده‌های میدانی، توابع شدت منابع آلاینده را در هر نقطه از رودخانه بازسازی کند.

و به نوعی نبود قدرت محاسبات و نظارت کاربردی در این حیطه مهم، دست خاطیان را برای آلوده نمودن هرچه بیشتر منابع آب از جمله رودخانه‌ها باز گذاشته است. به‌رحال وجود صنایع تولیدی و کارخانه‌ها در مسیر رودخانه‌ها به آلودگی سریع رودخانه‌ها می‌انجامد و روش‌هایی که بتواند به تشخیص زمان و مقدار رهاسازی آلاینده از هر کدام از این منابع آلاینده (صنایع تولیدی و غیره) بپردازد، می‌تواند خلأهای نظارتی و مدیریتی را تا حد زیادی بهبود بخشد. روش‌های مورد استفاده جهت یافتن معکوس زمان و مکان آلاینده رها شده در رودخانه‌ها، بالغ بر سه دهه قدمت پژوهشی دارند. هر کدام

۱- مقدمه

امروزه کمبود منابع آب جزء چالش‌های اساسی زندگی انسان و سایر موجودات زنده است، آلودگی این منابع کم و محدود نیز به نوبه‌ی خود حائز اهمیت دوچندان است. تا به امروز برای فائق آمدن بر این مشکلات قوانین و مقرراتی وضع شده است تا بتواند بر نحوه تخلیه آلودگی در پهنه‌های آبی مانند رودخانه‌ها نظارت و دقت نظر داشته باشد؛ اما این قوانین به تنهایی نتوانسته مانع از رشد روزافزون آلودگی منابع آب شود؛ واضح است که وجود خلأهای نظارتی

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: m.mazaheri@modares.ac.ir



مکان منابع آلاینده از روش تمام منابع پتانسیل^۵ استفاده کردند. آن‌ها نتیجه گرفتند که روش مورد استفاده می‌تواند در حل مسئله نتایج مطمئنی را ارائه کند، ابزار محاسباتی اساسی در روش آن‌ها استفاده از کامپیوترهای با پردازنده قوی جهت حل مسئله است [۳]. Nardo و همکاران (۲۰۱۵) با بهره‌گیری از یک مدل یک بعدی و روش تنظیم حداقل مربعات^۶ و همچنین استفاده از اطلاعات دریافت شده از حسگرهای زیستی به تشخیص زمان و مکان رهاسازی آلاینده در رودخانه پرداختند. از معایب این روش که نوعی محدودیت در کاربرد محسوب می‌شود لزوم استفاده از تعداد زیادی نقطه مشاهده‌ای برای عملکرد بهتر مدل است [۴]. Zhang و Xin (۲۰۱۷) با استفاده از ترکیب روش‌های الگوریتم ژنتیک پایه^۷ و حل تحلیلی معادله انتقال - انتشار^۸ به بازیابی تابع شدت زمانی منابع آلاینده در رودخانه فرضی (مستقیم و کوچک) و دامنه یک بعدی پرداختند. آن‌ها در پژوهش خود سناریوهای تشخیص یک منبع آلاینده با استفاده از یک و چندین نقطه مشاهده‌ای را مطرح کردند که در این حالت، مقادیر خطای نسبی محاسبات توسط مدل معکوس به کمتر از ۵ درصد کاهش می‌یابد. از سوی دیگر در حالت وجود منابع آلاینده چندگانه به علت مواجهه با مسئله بدخیم^۹، روند حل مسئله توسط روش مذکور با خطاهایی مواجه شد که برای رفع آن می‌بایست مشاهدات قبلی بیشتری استفاده شود. در این تحقیق لزوم استفاده از نقاط مشاهده‌ای متعدد، دامنه حل محدود و عدم ارائه چارچوب به عنوان نقاط ضعف پژوهش تلقی می‌گردد [۵].

در رویکرد دوم کاربرد توزیع‌های احتمالاتی و زمین‌آماری مورد استفاده قرار می‌گیرد. از ویژگی‌های بارز این روش کاهش تعداد شبیه‌سازی‌هاست که در نتیجه‌ی آن کاهش حجم محاسبات منتج به جواب‌های حل مسئله معکوس را در بر دارد. این مهم در عمل و کاربرد مزیت خوبی محسوب می‌شود. از معایب روش احتمالاتی می‌توان به محدودیت در تعداد منابع آلاینده مورد شناسایی اشاره کرد. Wilson و Neupauer (۲۰۰۱) مدل احتمال بازگشتی^{۱۰} را برای دامنه یک بعدی و چند بعدی تحت شرایط جریان ماندگار ارائه

از این روش‌ها از لحاظ فرضیات حل، محیط مد نظر برای مطالعه، پیچیدگی‌های حل و در نظر گرفتن شرایط فرضی و واقعی جریان دارای ویژگی‌ها و خصوصیات خاص به خود هستند. تحقیقات انجام شده جهت حل مسئله معکوس معادله انتقال جرم ماده آلاینده در این سه دهه را در قالب روش‌ها و رویکردهایی می‌توان بیان کرد؛ بنابراین تمامی مطالعات و پژوهش‌های انجام گرفته در سه رویکرد زیر دسته‌بندی می‌شوند [۱]:

۱. حل مسئله معکوس به صورت یک مسئله شبیه‌سازی - بهینه‌سازی^۱
۲. حل مسئله معکوس با استفاده از روش‌های احتمالاتی و زمین‌آماری^۲
۳. حل مسئله معکوس با استفاده از روش‌های ریاضی^۳

در رویکرد اول ترکیب یک الگوریتم بهینه‌سازی با سایر روش‌های حل عددی معادلات انتقال و هیدرودینامیک جهت حل معکوس مورد استفاده قرار می‌گیرد. از جمله مهم‌ترین معایب این روش، غیریکتا بودن جواب‌های حل بازگشتی و احتیاج به کامپیوترهای با پردازنده قوی جهت حل مسئله است که به تناسب آن، عیب بالا بودن هزینه‌های محاسباتی را به دنبال دارد. همچنین به عنوان مزیت می‌توان به کاربرد مناسب این روش در محیط‌های با مقیاس بزرگ اشاره کرد. Mahinthakumar و Sayeed (۲۰۰۵) از ترکیب روش‌های بهینه‌سازی مربوط به پیدا کردن مینیمم نسبی با الگوریتم ژنتیک روش جدیدی را جهت تشخیص منابع آلاینده ارائه کردند، آن‌ها دریافتند که روش‌های ترکیبی از روش‌هایی که به تنهایی برای یافتن مینیمم نسبی و مطلق مورد استفاده قرار می‌گیرند، بهتر عمل می‌کنند. آن‌ها نهایتاً به منظور صحت‌سنجی روش ابداعی از سوپر کامپیوتر استفاده نمودند [۲]. Singh و Datta (۲۰۰۶) با ترکیب مدل مستقیم^۴ انتقال جرم ماده آلاینده و بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک، مسئله معکوس را جهت تشخیص منابع آلاینده در آب زیرزمینی حل نمودند. در پژوهش آن‌ها سناریوهای مختلفی از لحاظ تعداد منابع آلاینده و نقاط مشاهداتی در نظر گرفته شد. آن‌ها اندازه‌گیری‌های مکانی و زمانی غلظت را در بهینه‌سازی بکار بردند و برای محاسبه

5 All potential sources

6 Least squares approach

7 Basic genetic algorithm (BGA)

8 Convection-diffusion equations

9 Ill-posed problem

10 Backward probability method (BPM)

1 Simulation optimization method

2 Geostatistical approach

3 Direct method

4 Forward model

یک بعدی مورد صحت‌سنجی قرار گرفت [۱۰]. Wang و همکاران (۲۰۱۸) با استفاده از ترکیب مدل احتمال بازگشتی و مدل رگرسیون خطی^۳ به بازیابی منابع آلاینده در رودخانه‌های فرضی و واقعی و دامنه یک بعدی پرداختند. در تحقیق آن‌ها مسئله تشخیص منابع آلاینده با استفاده از رگرسیون خطی به یک مسئله بهینه‌سازی تبدیل می‌شود. در روش پیشنهادی این تحقیق برای اولین بار محدودیت تعداد منابع آلاینده (برخلاف پژوهش‌های مشابه) در رویکرد احتمالاتی برطرف شده و تعداد منابع آلاینده چندگانه در نظر گرفته شده است. روش ارائه شده علاوه بر حذف محدودیت‌ها دارای دقت و سرعت بیشتری نسبت به روش‌های مشابه آن است [۱۱].

در رویکرد سوم مجهولات مسئله معکوس در چارچوب ریاضی و به صورت معین حل می‌شوند. روش ریاضی به علت کاهش مدت زمان محاسبات، کاهش تعداد اجراها، کاهش محدودیت‌های مربوط به کاربرد در عمل، کاهش تعداد تکرارها و یا حذف کامل تکرارها در مقایسه با روش شبیه‌سازی - بهینه‌سازی دارای مزیت و برتری است؛ اما از طرفی افزایش پیچیدگی‌های حل مسئله نسبت به سایر روش‌ها، از معایب روش ریاضی است. از سوی دیگر در این روش استفاده از روش‌های تنظیم برای حل مسائل بدخیم مورد نیاز است. El Badia و همکاران (۲۰۰۵) روشی برای پیدا کردن مکان و تابع شدت یک منبع آلاینده در رودخانه ارائه نمودند. آن‌ها معادله انتقال را یک بعدی و پارامترهای (ضریب پراکندگی، سرعت و ضریب واکنش درجه اول) این معادله را ثابت و برای تشخیص منبع آلاینده دو نقطه را به عنوان ورودی مسئله در نظر گرفتند. در این دو نقطه که یکی در بالادست و دیگری در پایین‌دست منبع آلاینده قرار دارد، منحنی مقادیر غلظت نسبت به زمان مورد نیاز است؛ همچنین مشخص بودن زمانی که منبع بعد از آن غیرفعال می‌شود، جزء ملزومات و به عنوان ورودی مسئله خود در نظر گرفتند. آن‌ها در نهایت برای اثبات درستی الگوریتم محاسباتی از مثال فرضی جهت صحت‌سنجی روش خود استفاده کردند [۱۲]. Zhang و Chen (۲۰۰۷) روشی بر پایه ماتریس معکوس برای به دست آوردن تابع شدت زمانی منبع آلاینده گازی (داخل اتاقک هواپیما) با استفاده از غلظت در نقطه مشاهده‌ای ارائه کردند. فرض اساسی این روش مشخص بودن مکان منبع آلاینده گازی است. در این تحقیق عدم ارائه چارچوب جهت یافتن تابع شدت

کردند. در پژوهش آن‌ها از یک روش ریاضی به نام روش جزء الحاقی^۱ برای اثبات معادلات حاکم، شرایط مرزی و شرایط اولیه استفاده شد. آن‌ها همچنین (۲۰۰۲) مسئله معکوس در آب زیرزمینی را تنها با استفاده از یک چاه مشاهداتی در شرایط جریان غیریکنواخت و جریان انتقالی^۲ و شرایط تخلخل غیریکنواخت حل کردند. نتایج به دست آمده با استفاده از روش مذکور دارای تطابق بالایی با شرایط واقعی بود [۶ و ۷]. Neupauer و Wilson (۲۰۰۵) با استفاده از همان مدل احتمال بازگشتی و همچنین بهره‌گیری از مشاهدات حاصل از چند نقطه‌ی مشاهده‌ای به تشخیص منابع چندگانه آلاینده نقطه‌ای پرداختند. آن‌ها در نهایت مدل مورد استفاده را تحت شرایط واقعی بستر و جریان صحت‌سنجی کردند [۸]. Cupola و همکاران (۲۰۱۴) پژوهشی در رابطه با مقایسه مدل مبتنی بر روش احتمال بازگشتی با مدل مبتنی بر روش‌های زمین‌آماري انجام دادند، در نتایج این پژوهش روش زمین‌آماري جهت یافتن مکان و تابع شدت بازگذاری منبع آلاینده عملکرد خوبی دارد. در هر دو روش مکان منبع آلاینده به‌خوبی بازیابی می‌شود؛ اما در رابطه با نیاز به تعداد نقاط مشاهده‌ای و تناوب مشاهدات، روش احتمال بازگشتی به حداقل میزان این دو مورد در مقایسه با روش زمین‌آماري نیاز دارد؛ به طوری که در روش احتمال بازگشتی به یک نقطه مشاهده‌ای با تعداد مشاهدات معهود نیاز است اما در مقابل روش زمین‌آماري حداقل به دو نقطه مشاهده‌ای با تعداد مشاهدات زیاد برای بازیابی اطلاعات منبع آلاینده نیاز دارد [۹]. Ghane و همکاران (۲۰۱۶) روش احتمال بازگشتی را جهت شناسایی مکان منبع آلاینده و زمان انتشار آلاینده در رودخانه به کار بردند. در بخشی از این پژوهش، آن‌ها مدل احتمال بازگشتی را جهت بازیابی مکان و زمان انتشار آلاینده با داده‌های یک رودخانه فرضی و یک رودخانه واقعی در حالت ماندگار و غیریکنواخت صحت‌سنجی کردند. آن‌ها در بخش دیگری از پژوهش یک مدل عددی را که در آن معادله انتقال مبتنی بر روش احتمال بازگشتی بر پایه آنالیز الحاقی و به صورت ترکیبی با بهینه‌سازی بود توسعه دادند و روش را در شبکه‌ای از رودخانه‌ها با شرایط ماندگار و غیریکنواخت مورد بررسی قرار دادند. روش حل آن‌ها (در هر دو بخش) به علت استفاده از داده‌های واقعی رودخانه که در آن مشخصات طبیعی بستر جریان مد نظر است، دارای دقت و کاربرد مطلوب است. روش آن‌ها تنها در دامنه

1 Adjoint state method

2 Transient flow

3 Linear regression (LR) model

فیلتر کالمن گروهی^۴ به بازیابی تابع شدت منابع آلاینده در رودخانه پرداختند. در این پژوهش ترکیبی، از عدم قطعیت در پارامترهای سرعت متوسط و ضریب پراکندگی طولی جهت بازیابی تابع شدت منابع آلاینده استفاده شد. از فرض‌های اساسی مسئله مشخص بودن مکان منبع آلاینده فرضی است. نتایج تحقیق آن‌ها نشان داد که روش مورد استفاده قادر به کاهش خطای محاسبات حل معکوس در حد مطلوبی است؛ همچنین روش آن‌ها تنها در دامنه یک بعدی مورد بررسی و صحت‌سنجی قرار گرفت. روش مذکور به علت عدم ارائه چارچوب، عدم استفاده از دامنه حل‌های مختلف و عدم به‌کارگیری شرایط واقعی و پیچیده دارای محدودیت است [۱۶]. Lei و همکاران (۲۰۱۸) روشی را برای بازیابی تابع شدت زمانی یک منبع گرمایی ارائه کردند. روش آن‌ها یک روش ترکیبی از روش تنظیم تیخونف و روش بهینه‌سازی حداقل مربعات است. در این روش با استفاده از یک حسگر حرارتی به عنوان نقطه مشاهده‌ای به بازیابی تابع شدت زمانی یک منبع گرمایی با الگوی پالسی^۵ شکل در حالت ساده و دامنه سه بعدی پرداخته شد؛ در پژوهش آن‌ها سطح بالای خطای محاسباتی (۳۱ درصد) توسط مدل معکوس در مقایسه با مقادیر واقعی تابع شدت زمانی منبع گرمایی قابل توجه است؛ همچنین عدم ارائه چارچوب و در نظر نگرفتن شرایط پیچیده نقاط مشاهده‌ای و منابع آلاینده از محدودیت‌های روش آن‌ها تلقی می‌شود [۱۷].

با توجه به سوابق تحقیق مربوط به حل مسئله معکوس انتقال در سه دهه گذشته مشخص است که سهم تحقیقات در رودخانه به مراتب کمتر از آب‌های زیرزمینی است. همچنین هرکدام از پژوهش‌های انجام گرفته علیرغم نقاط قوت و روش‌هایی که مورد استفاده قرار داده‌اند دارای کاستی‌هایی هستند. از جمله این کاستی‌ها می‌توان به کاربردی نبودن روش در عمل، در نظر نگرفتن پیچیدگی‌های محاسباتی و عدم ارائه چارچوب برای استفاده در شرایط واقعی اشاره کرد. منظور از شرایط واقعی شرایط جریان، بستر و الگوهای رهاسازی آلاینده در محیط حل مسئله است.

پژوهش حاضر سعی بر این دارد در حد امکان تعدادی از این محدودیت‌ها را برطرف کرده و چارچوب‌های عملی را برای روش مورد استفاده ارائه کند. همچنین کاهش هزینه‌های محاسباتی (کاهش اجراها به تنها یک اجرا) و هزینه‌های میدانی (موارد مرتبط با تعداد

منابع آلاینده در محیط هوا از نقاط ضعف است [۱۳]. Liu و Wang (۲۰۱۲) روشی تحلیلی جهت شناسایی منبع آلاینده در رودخانه در دامنه دو بعدی ارائه کردند. آن‌ها به حل معکوس معادله انتقال با در نظر گرفتن این معادله به صورت معادله دیفرانسیل جزئی سهموی با پارامترهای ثابت پرداختند. در این معادله عبارت منبع آلاینده را به صورت $\lambda(t)\delta(x-s)$ در نظر گرفتند که در آن $\lambda(t)$ برابر با تابع شدت منبع آلاینده s و $\delta(\cdot)$ نیز مکان منبع و تابع دلتای دیراک است. نکته دیگر در رابطه با تعداد نقاط مشاهده‌ای است، در این روش به مشاهدات غلظت در دو نقطه در طول بازه رودخانه نیاز است. آن‌ها در نهایت نشان دادند که حل معکوس معادله انتقال به صورت یکتا قابل انجام است؛ همچنین روش خود را با استفاده از مثال‌های فرضی صحت‌سنجی کردند. از محدودیت‌های تحقیق آن‌ها می‌توان به شرایط نقاط مشاهده‌ای مورد استفاده در عمل، هزینه‌های محاسباتی مربوط به آن‌ها، در نظر نگرفتن شرایط پیچیده با پارامترهای متغیر و عدم استفاده از داده‌های واقعی اشاره کرد [۱۴]. Mazaheri و همکاران (۲۰۱۵) مسئله معکوس را با استفاده از روش تنظیم تیخونف و روش تابع گرین^۲ که خود نوعی حل مستقیم معادله جابه‌جایی - پراکندگی^۳ است حل کردند. روش آن‌ها مربوط به بازسازی شدت زمانی منابع آلاینده و مکان آن‌ها در رودخانه بود. در تحقیق آن‌ها چارچوبی برای استفاده کاربردی در شرایط واقعی ارائه نشده است؛ همچنین در حالت دو بعدی روش را تنها با داده‌های فرضی صحت‌سنجی کردند [۱]. Zhang و همکاران (۲۰۱۵) مدل ماتریس معکوس و مدل احتمالاتی را برای تشخیص مکان منابع آلاینده (داخل اتاقک هواپیما) و بازسازی تابع شدت زمانی آن‌ها، با همدیگر ترکیب کردند. از ورودی‌های مورد نیاز حل مسئله در این تحقیق، معلوم بودن مقادیر غلظت در دو نقطه مختلف در فضای داخل اتاقک هواپیما است. در این تحقیق لزوم بهره‌گیری از دو نقطه مشاهده‌ای و به تبع آن ایجاد محدودیت در کاربرد، عدم استفاده از مثال واقعی جهت صحت‌سنجی روش مورد استفاده و همچنین عدم ارائه چارچوب به عنوان محدودیت و عیب روش می‌تواند تلقی شود [۱۵]. Huang و Zhang (۲۰۱۷) با استفاده از یک مدل یک‌بعدی بر پایه حل معکوس معادله انتقال با ترکیب روش

1 Source term

2 Green's function

3 Advection-dispersion equation (ADE)

4 Ensemble Kalman Filter (EnKF)

5 Impulse release

از مراحل حل مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲-۱- حل مستقیم معادلات هیدرودینامیک و انتقال جرم در حالت دو بعدی

زمانی که یک بارگذاری در نقطه‌ای از رودخانه رهاسازی می‌شود، جرم تخلیه شده به داخل رودخانه بر اثر عواملی از قبیل جابه‌جایی، پراکندگی، واکنش، نشست و جذب به سایر قسمت‌های رودخانه در پایین دست منتقل می‌شود. تأثیر دسته‌ای از این عوامل به مشخصات جریان و بستر جریان و تأثیر دسته‌ای دیگر به ماهیت و مشخصات فیزیکی و شیمیایی ماده آلاینده برمی‌گردد. منظور از حل دو بعدی معادلات هیدرودینامیک و انتقال جرم ماده آلاینده به صورت مستقیم در واقع مشخص نمودن وضعیت شاخصه‌های جریان و ماده آلاینده در تمام گستره رودخانه هم در راستای طول رودخانه و هم در عرض آن است. در واقع معادلات به صورت میانگین عمقی^۱ در نظر گرفته می‌شوند. معادلات دو بعدی میانگین عمقی از انتگرال‌گیری در جهت عمق از معادلات سه بعدی استخراج می‌شوند. در حالت دو بعدی باید چهار دسته از معادلات هیدرودینامیک و انتقال به صورت مستقیم حل شوند تا بتوان ورودی‌های مدل معکوس را برای یافتن نتیجه‌نهایی مسئله که همان تابع شدت منابع آلاینده است پیدا کرد. این معادلات شامل، معادله بقای جرم آب (معادله پیوستگی)، معادله بقای مومنتم آب (معروف به معادلات آب‌های کم عمق^۲) [۱۸] و معادله انتقال یا معادله جابه‌جایی - پراکندگی [۱۹] (معادله بقای جرم ماده آلاینده) است. چهار معادله مذکور در مجموع برای محاسبه چهار مجهول عمق، سرعت در جهت x ، سرعت در جهت y و غلظت ماده آلاینده در تمام نقاط رودخانه به کار می‌روند که فرم کلی آن‌ها در حالت دو بعدی و شرایط جریان غیرماندگار و غیریکنواخت به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial(huv)}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(hu^2 + \frac{1}{2}gh^2 \right) - gh(S_{0x} - S_{fx}) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial(hv)}{\partial t} + \frac{\partial(huv)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(hv^2 + \frac{1}{2}gh^2 \right) - gh(S_{0y} - S_{fy}) = 0 \quad (3)$$

مشاهدات میدانی)، در نظر گرفتن پیچیدگی‌های شرایط منابع آلاینده در رودخانه (از نظر تعداد منابع آلاینده، فواصل و آرایش آن‌ها نسبت به همدیگر و نسبت به نقاط مشاهده‌ای) از دیگر نقاط قوت پژوهش حاضر تلقی می‌گردد. روش بکار رفته در پژوهش حاضر به لحاظ روند حل مسئله، تکنیک‌های حل مسئله و نحوه استخراج و ارائه چارچوب کلی، با تحقیقات مشابه پیشین دارای تفاوت است. از دیگر تفاوت‌های این پژوهش استفاده از مثال‌های پیچیده‌تر است که روش مذکور برای حل معکوس مسئله انتقال هم‌زمان با استفاده از مثال‌های فرضی و واقعی صحت‌سنجی شده است. در مثال واقعی، روش ارائه شده در دامنه دو بعدی و تحت شرایط واقعی رودخانه اوهایو صحت‌سنجی شده است. در انتهای پژوهش به همراه ارائه نتایج، چارچوب کلی یافتن تابع شدت زمانی منابع آلاینده نیز در شرایط واقعی (شرایط جریان غیرماندگار و غیریکنواخت و تعداد نامحدود منبع آلاینده) ارائه شده است.

۲- الگوسازی نظری یا تجربی

در این قسمت از پژوهش، روش‌های محاسباتی توسط هرکدام از مدل‌های مستقیم و معکوس و مراحل حل هرکدام از آن‌ها توضیح داده می‌شود. مطابق روال پژوهش‌های مشابه، برای حل معکوس مسئله انتقال به نتایج حل مستقیم به عنوان ورودی مسئله نیاز است؛ بنابراین با استفاده از مدل عددی مستقیم، معادلات هیدرودینامیک و انتقال جرم ماده آلاینده حل می‌گردند. در این روند حل، خروجی‌های مدل هیدرودینامیک به همراه یک سری ورودی دیگر (مکان منابع آلاینده و تابع شدت آن‌ها) به عنوان ورودی مدل انتقال مورد استفاده قرار می‌گیرد؛ تا در نهایت مقادیر غلظت ماده آلاینده نسبت به زمان در مکان‌های مختلف یا به تعبیر دیگر منحنی‌های پاسخ (منحنی غلظت بر حسب زمان) بارگذاری منابع آلاینده در نقاط مشاهده‌ای در پایین دست منابع آلاینده محاسبه گردد. این نتایج توسط مدل عددی حل مستقیم معادلات هیدرودینامیک و انتقال جرم در دو بعد حاصل می‌شود. نتایج حاصل از حل مستقیم (همان منحنی‌های پاسخ در نقاط مشاهده‌ای) به عنوان ورودی مدل معکوس مورد استفاده قرار می‌گیرد. سپس با حل مدل معکوس، یا به عبارتی دیگر حل معکوس معادله انتقال در دو بعد، نتایج نهایی مسئله که همان تابع شدت منابع آلاینده است به دست می‌آید. در ادامه برای درک بهتر موضوع هرکدام

1 Depth-averaged
2 Shallow water equations

در معادله فوق $w_i(\tau)$ تابع شدت (بارگذاری) منبع آلاینده، (x_i, y_i) مکان آن و $c(x, y, t)$ مقادیر غلظت نسبت به زمان (مقادیر منحنی پاسخ) در نقاط مختلف رودخانه است. منظور از حل فرم انتگرالی معادله بالا در واقع به دست آوردن $w_i(\tau)$ با فرض معلوم بودن $c(x, y, t)$ و $G(x, y, t; x_i, y_i, \tau)$ است؛ تفاوت معادلات در حالت یک بعدی و دو بعدی در واقع به سمت چپ معادلات و عبارت تابع گرین مرتبط با هر حالت برمی گردد. در حالت یک بعدی اندازه گیری ها فقط در جهت طول رودخانه انجام می گیرد اما در حالت دو بعدی اندازه گیری ها در هر دو جهت طول و عرض رودخانه انجام می گیرد؛ بنابراین در حل معکوس که هدف یافتن تابع شدت (بارگذاری) منبع آلاینده است، باید سایر ترم های معادله ۴ (مکان منابع آلاینده و منحنی های پاسخ حاصل از آن ها در نقاط مختلف) مشخص باشند. حل معادله انتگرالی ۴، با گسسته سازی آن به یک دستگاه معادلات خطی شامل مقادیر گسسته $w_i(\tau)$ به عنوان مجهولات دستگاه معادلات خطی انجام می شود. با این تفاسیر نحوه ی به دست آوردن معادله خطی متناظر با هر کدام از نقاط مشاهداتی جهت تشکیل دستگاه معادلات خطی در حالت دو بعدی به صورت زیر خواهد بود:

اگر منحنی پاسخ (مقادیر غلظت نسبت به زمان) در نقطه مشاهداتی (x_j, y_j) ناشی از یک منبع آلاینده نقطه ای در (x_i, y_i) ، شامل مقادیر گسسته c_1, c_2, \dots, c_n در زمان های معلوم t_1, t_2, \dots, t_n باشد و مقادیر متوسط و گسسته تابع شدت منبع آلاینده $w_i(\tau)$ در محل (x_i, y_i) به صورت پله ای و با فواصل زمانی Δt_s شامل مقادیر گسسته w_1, w_2, \dots, w_m باشد، آنگاه با گسسته سازی معادله ۴ با استفاده از قاعده مستطیل [۲۰] می توان معادله خطی متناظر با یک نقطه اندازه گیری و یکی از مقادیر غلظت $c_1 = c(x_1, y_1, t_1)$ را به صورت معادله ۵ به دست آورد. حال با توجه به وجود n تعداد اندازه گیری و m تعداد مجهول، یک دستگاه معادلات خطی با n معادله و m مجهول به دست می آید که دستگاه مذکور یک دستگاه بلوکی^۳ است که در آن هر کدام از اجزاء دستگاه به صورت ماتریس های ضرایب، ماتریس (بردار) مجهولات و ماتریس (بردار) ثوابت تعریف می شوند که فرم کلی آن به صورت معادله ۶ است:

$$\frac{\partial(hc)}{\partial t} + \frac{\partial(huc)}{\partial x} + \frac{\partial(hvc)}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} \left(hD_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(hD_y \frac{\partial c}{\partial y} \right) + hkc - \sum_{i=1}^{n_s} w_i(t) \delta(x-x_i) \delta(y-y_i) = 0 \quad (4)$$

در معادلات فوق، h برابر با عمق جریان، u برابر با سرعت جریان در جهت x ، v برابر با سرعت جریان در جهت y ، S_{0x} برابر با شیب کف در جهت x ، S_{0y} برابر با شیب کف در جهت y ، S_{fx} برابر با شیب اصطکاک در جهت x ، S_{fy} برابر با شیب اصطکاک در جهت y ، D_x برابر با ضریب پراکندگی در جهت x ، D_y برابر با ضریب پراکندگی در جهت y ، $\delta(\cdot)$ برابر با تابع دلتای دیراک و (x_i, y_i) نیز برابر با مختصات منبع آلاینده i ام در صفحه مختصات افقی $x-y$ می باشند. با توجه به مطالب فوق حل عددی مستقیم معادله انتقال آلاینده در رودخانه در واقع محاسبه توزیع مکانی و زمانی غلظت آلاینده با معلوم بودن مکان و تابع شدت منابع آلاینده است. در حل عددی مستقیم معادلات چهارگانه فوق دو مرحله انجام می شود، حل عددی معادلات هیدرودینامیک (معادلات ۱ و ۲ و ۳) و حل عددی معادله جابه جایی-پراکندگی (معادله ۴). به بیان دیگر نتایج حل عددی معادلات هیدرودینامیک شامل سرعت و عمق در مکان ها و زمان های مختلف، همراه با مشخصات منابع آلاینده (مکان و تابع شدت) و برخی پارامترهای دیگر، به عنوان ورودی برای حل عددی معادله جابه جایی-پراکندگی استفاده می شود.

۲-۲- حل معکوس معادله انتقال جرم ماده آلاینده در حالت دو بعدی

قبل از اشاره به نحوه ی حل معکوس معادله جابه جایی - پراکندگی، ابتدا لازم است به فرم انتگرالی حل این معادله در دو بعد و تفاوت آن با حالت یک بعدی اشاره شود. این معادله انتگرالی با استفاده از فرم کلی حل تحلیلی معادله انتقال با استفاده از روش برهم نهی^۱ و روش تابع گرین که خود نوعی حل مستقیم معادله جابه جایی - پراکندگی است به دست می آید. این معادله در حالت وجود n_s منبع آلاینده معادله انتگرالی خطی ولتر^۲ از نوع اول است که به صورت زیر بیان می شود [۱]:

$$c(x, y, t) = \sum_{i=1}^{n_s} \int_0^t w_i(\tau) G(x, y, t; x_i, y_i, \tau) d\tau \quad (4)$$

- 1 Superposition principle
- 2 Volterra

مجذورات خطی را نشان می‌دهد.

$$\min Z(w) = \|Gw - c\|_2^2 + \lambda^2 \|Lw\|_2^2 \quad (7)$$

$$w = (G^T G + \lambda^2 L^T L)^{-1} (G^T c) \quad (8)$$

در روابط فوق عملگرهای $\|\cdot\|_2$ ، $^{-1}$ و T به ترتیب برابر نرّم درجه دوم اقلیدسی، معکوس ماتریس و ترانزپوز ماتریس است. λ برابر با پارامتر تنظیم^۳ و L نیز برابر با ماتریس عملگر مشتقی است که درجه آن نمایانگر درجه تنظیم مورد استفاده در حل مسئله است. برای تنظیم درجه صفر، درجه یک و درجه دو ماتریس L به ترتیب برابر با ماتریس همانی از درجه m (تعداد مجهولات دستگاه)، ماتریس با ابعاد $m-1 \times m$ و ماتریس با ابعاد $m-2 \times m$ است. معمولاً در مسائل محدودی از درجات دو و بالاتر استفاده می‌شود اما با این وجود، استفاده از تنظیم با درجات بالاتر نتایج حاصل از حل معکوس را به مقادیر واقعی نزدیک‌تر می‌کند.

با توجه به فرم نهایی مسئله حداقل مجذورات خطی شامل پارامتر تنظیم، لازم است در مورد روش به دست آمدن این پارامتر بحث شود. مقادیر پارامتر تنظیم λ در مسائل مختلف با توجه به سطح خطاها (در اینجا منظور خطای برداشت داده‌های مشاهداتی است) متفاوت است بدین صورت که با افزایش خطا برای حصول حداکثر دقت در جواب‌های حل معکوس بایستی مقادیر λ افزایش یابد؛ اما با دقت در روش‌های مختلف محاسبه مقدار بهینه پارامتر تنظیم می‌توان نتیجه گرفت که متداول‌ترین و مطمئن‌ترین این روش‌ها، روش L-curve است که در این تحقیق از آن استفاده شده است. در این روش به ازای مقادیر مختلف λ مسئله حداقل مجذورات خطی (معادله ۷) حل می‌شود و به ازای هر حل، مقدار $\|Lw\|_2$ در برابر $\|Gw - c\|_2$ در مقیاس لگاریتمی-لگاریتمی رسم می‌شود. پس از رسم نموداری به دست می‌آید که تقریباً شبیه L است. در هر قسمت از منحنی به دست آمده اثر یکی از مقادیر $\|Gw - c\|_2$ و $\|Lw\|_2$ نسبت به دیگری بیشتر و یا کمتر می‌شود و به تناسب آن مقدار λ تغییر می‌کند؛ نهایتاً بهینه‌ترین مقدار λ گوشه منحنی است که در آن اثر منحنی‌های افقی و عمودی بر حل مسئله به یک اندازه است. به عبارتی در این نقطه تعادلی بین اثر عبارات $\|Gw - c\|_2$ و $\|Lw\|_2$ در مسئله برقرار می‌شود [۲۳].

$$g_1 w_1 + g_2 w_2 + \dots + g_m w_m = c_1$$

$$g_i = \begin{cases} G(x_1, y_1, t_1; x_i, y_i, (l-1)\Delta t_s \rightarrow l\Delta t_s), & 1 \leq l \leq i \quad (5) \\ 0, & i+1 < l < m \end{cases}$$

$$G w = c \quad (6)$$

در معادله ۵ عبارت $G(x_1, y_1, t_1; x_i, y_i, (l-1)\Delta t_s \rightarrow l\Delta t_s)$ مقدار تابع گرین در مکان مشاهداتی (x_1, y_1) و زمان t_1 است که با حل معادله ۳ به ازای یک منبع آلاینده پالسی شکل در مکان منبع آلاینده (x_i, y_i) با شدت واحد و در بازه زمانی $(l-1)\Delta t_s$ تا $l\Delta t_s$ به دست می‌آید. همچنین در معادله ۶، G ماتریس ضرایب با ابعاد $n \times m$ ، بردار غلظت‌ها (ماتریس معلومات) در نقطه مشاهده‌ای (x_1, y_1) در زمان‌های معلوم t_1, t_2, \dots, t_n و دارای ابعاد $n \times 1$ و w نیز بردار شدت‌های منبع آلاینده (ماتریس مجهولات) در زمان‌های مختلف با ابعاد $m \times 1$ است. این دستگاه معادلات خطی که در آن ماتریس مجهولات از لحاظ تعداد اجزاء با ماتریس معلومات دستگاه نامساوی است را دستگاه فرامعین^۱ می‌نامند. دستگاه‌های فرامعین به دو صورت خوش‌خیم^۲ و بدخیم ظاهر می‌شوند. برای حل این دستگاه‌ها در حالت بدخیم (که در بسیاری از مسائل معکوس انتقال نیز ظاهر می‌شوند) بایستی از روش‌ها و تکنیک‌های خاصی بهره گرفت. Hadamard (۱۹۲۳) اولین کسی بود که یک تعریف جامع را از مسائل بدخیم ارائه داد در تعریف وی، دارا بودن یکی از شرایط زیر کافی است تا مسئله بدخیم تعریف شود [۲۱]:

۱. جواب نداشته باشد.
۲. جواب یکتا نداشته باشد.
۳. اعمال تغییرات ناچیز در مقادیر ورودی باعث ایجاد تغییرات بزرگ در مقادیر خروجی شود.

برای حل یک دستگاه فرامعین خطی باید آن را به یک مسئله حداقل مجذورات خطی تبدیل کرد. با توجه به روش تنظیم مورد استفاده در این پژوهش، معادله ۷ روش حل یک دستگاه فرامعین خطی با بهره‌گیری از روش تنظیم تیخونف و مسئله حداقل مجذورات خطی را نشان می‌دهد [۲۲]. معادله ۸ نیز فرم نهایی مسئله حداقل

-
- 1 Overdetermined system
 - 2 Well-posed

مقادیر متوسط بارگذاری منبع آلاینده و ضرایب معادلات نیز مقادیر غلظت بارگذاری‌های واحد (بارگذاری با شدت یک کیلوگرم بر ثانیه در طول مدت بارگذاری) در نقاط مشاهده‌ای است؛ در دستگاه مذکور هرکدام از این اجزا به صورت ماتریس تعریف می‌شود و کدهای عددی حل دستگاه (با توجه به روش‌های موجود برای حل دستگاه‌های معادلات خطی) نوشته می‌شود. اگر به صورت کلی به مراحل حل دستگاه معادلات خطی اشاره شود روند زیر مورد نظر است:

۱. تعریف \mathbf{G} برابر ماتریس ضرایب با ابعاد $n \times m$

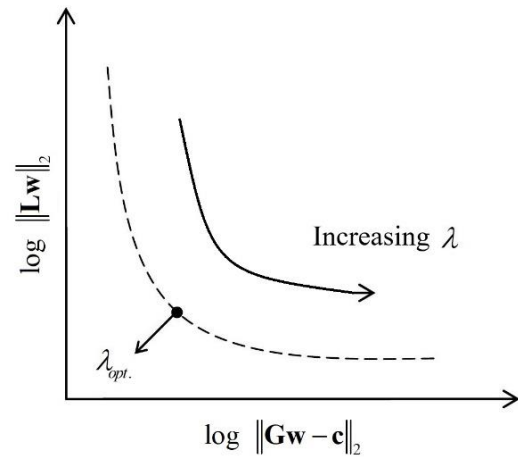
۲. تعریف بردار \mathbf{c} برابر بردار ماتریس معلومات با ابعاد $n \times 1$

در زمان حل دستگاه جهت اعمال شرایطی نظیر شرایط واقعی میدانی نیاز است مقادیری به‌عنوان خطای برداشت داده‌های مشاهداتی بر مقادیر این بردار اعمال شود. از آنجا که در پژوهش حاضر سعی می‌شود شرایط واقعی با در نظر گرفتن حداکثر خطاهای برداشت میدانی در بازیابی تابع شدت مورد توجه قرار گیرد، بنابراین مقدار خطای برداشت داده‌های مقادیر غلظت در نقاط مشاهده‌ای در قسمت مثال‌ها، به صورت بیشترین مقدار ۱۵٪ و کمترین مقدار ۵٪ در نظر گرفته شده است.

۳. به دست آوردن بردار \mathbf{W} که همان بردار ماتریس مجهولات (مقادیر متوسط بارگذاری اصلی منبع آلاینده) با ابعاد $m \times 1$ است. اینجا لازم است به حل نهایی دستگاه با توجه به بهترین روش حل دستگاه‌های معادلات خطی پرداخته شود؛ اما به علت حجم بالای مطالب، از توضیح پیرامون روش‌های مختلف اجتناب می‌شود.

۳- نتایج و بحث

در پژوهش‌هایی که تاکنون در آب زیرزمینی و رودخانه جهت بازیابی تابع شدت منبع آلاینده انجام شده است، از اصل برهم‌نهی و نتایج آن در حل معکوس معادله انتقال استفاده نشده است؛ همچنین در این پژوهش سعی بر این است علاوه بر استفاده از نتایج حاصل از این اصل، به بازیابی تابع شدت بارگذاری منبع در شرایط پیچیده منابع آلاینده در رودخانه واقعی در حالت دو بعدی تحت شرایط جریان غیرماندگار و غیریکنواخت پرداخته شود. روش مورد استفاده جهت نوشتن کدهای مدل عددی معکوس، روش ریاضی ماتریس معکوس بر پایه روش تنظیم تیخونوف است. در نهایت با ارائه نتایج، هدف نهایی پژوهش که ارائه چارچوب کلی جهت بازیابی تابع شدت

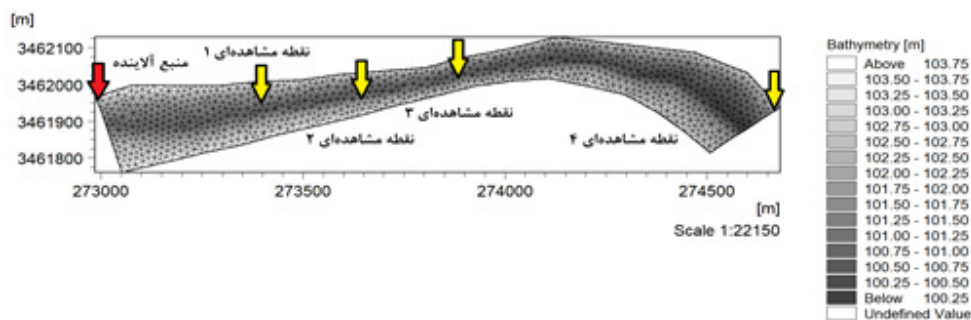


شکل ۱. حالت کلی منحنی L-curve
Fig. 1. The general form of the L-curve

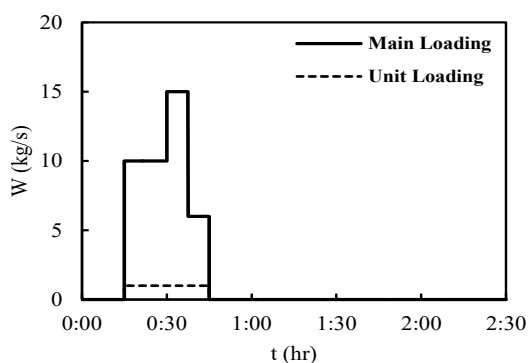
۳-۲- کاربرد اصل برهم‌نهی و نتایج آن در تشکیل دستگاه معادلات خطی

یکی از مباحثی که از نتایج آن در حل معکوس معادله انتقال جهت بازیابی تابع شدت منابع آلاینده استفاده شده است، اصل برهم‌نهی در مبحث معادلات دیفرانسیل است. بر اساس این اصل، اگر y_1 و y_2 دو جواب یک معادله دیفرانسیل خطی همگن باشند آنگاه $\alpha y_1 + \beta y_2$ نیز یک جواب برای آن معادله دیفرانسیل خواهد بود. معادله جابه‌جایی - پراکندگی (معادله بقای جرم ماده آلاینده) یک معادله دیفرانسیل جزئی خطی است بنابراین اصل برهم‌نهی (جمع آثار) بر این معادله حاکم است. بر همین اساس با ضرب مقادیر غلظت بارگذاری در محل منبع آلاینده در هر عددی، مقادیر غلظت مشاهده شده در هر نقطه از پایین دست (نقاط مشاهداتی) در همان عدد ضرب می‌شود. کاربردی بودن نتایج حاصل از این اصل در یافتن منحنی پاسخ بارگذاری‌های پیچیده به صورت مستقیم و همچنین بازیابی تابع شدت آن‌ها به صورت معکوس در این پژوهش مورد بررسی قرار می‌گیرد.

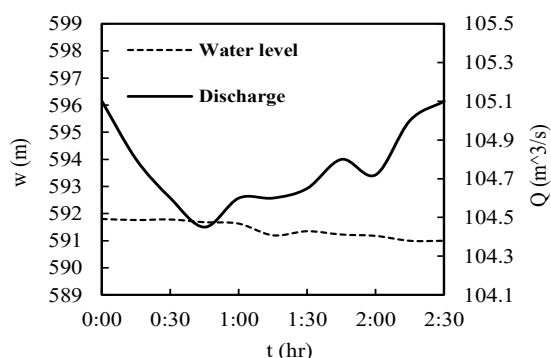
برای تشکیل و حل دستگاه معادلات خطی که به ویژگی‌های آن در مطالب قبل اشاره شد، نیاز است که هرکدام از اجزای دستگاه مذکور و نحوه‌ی حل دستگاه مورد بررسی قرار گیرد. برای بازیابی معکوس تابع شدت منبع آلاینده در حالت دو بعدی باید به حل دستگاه معادلات خطی پرداخت که در آن معلومات مسئله همان مقادیر غلظت‌های منحنی پاسخ در نقاط مشاهده‌ای، مجهولات مسئله



شکل ۲. وضعیت منبع آلاینده و نقاط مشاهده‌ای بر روی بسیمتری رودخانه (مثال اول)
 Fig. 2. Status of the pollutant source and observation points on the river bathymetry (Example 1)



شکل ۴. منحنی بارگذاری پله‌ای و بارگذاری واحد در طول دوره رهاسازی (۳۰ دقیقه)
 Fig. 4. The step loading curve and the unit loading during the release period (30 minutes)



شکل ۳. نمودار سری‌های زمانی دبی جریان و تراز سطح آب در طول دوره شبیه‌سازی (۲ ساعت و ۳۰ دقیقه)
 Fig. 3. Time series graphs of flow discharge and water level during the simulation period (2 hours and 30 minutes)

نیز علاوه بر ارائه نتایج محاسبات، چارچوب مورد نظر ارائه می‌شود. در ادامه جزئیات بیشتر مثال‌ها آورده خواهد شد.

۳-۱- مثال اول: بازیابی تابع شدت زمانی یک منبع آلاینده در حالت ساده تحت شرایط فرضی (مقطع و جریان)

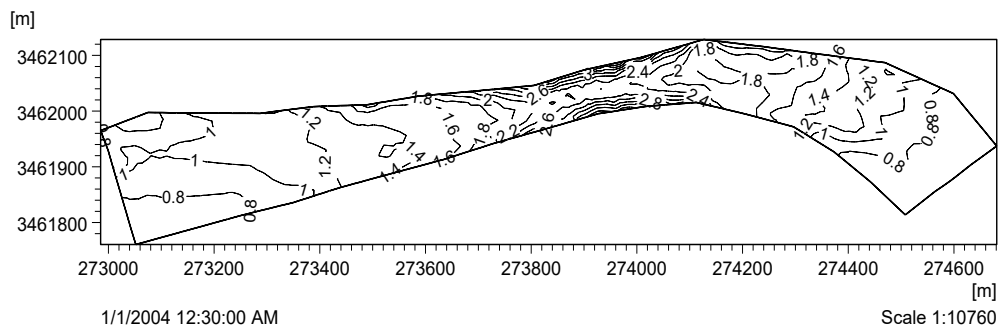
در این مثال یک بارگذاری پله‌ای با مدت زمان سی دقیقه شکل ۴ در فاصله‌ی زمانی ۱۲:۱۵ تا ۱۲:۴۵ بامداد از یک منبع آلاینده نقطه‌ای رهاسازی می‌شود. در اینجا یک رودخانه به طول مسیر ۱/۶ کیلومتر با مقطع نامنظم و شرایط جریان غیرماندگار و غیریکنواخت مفروض است. منبع آلاینده به مختصات (۲۰۵/۳۴۶۱۹۶۲ و ۸۶/۲۷۲۹۹۰) در ابتدای مسیر رودخانه به رهاسازی آلاینده می‌پردازد. مختصات نقاط مشاهده‌ای اثر منبع آلاینده در پایین‌دست در جدول ۱ آورده شده است. نوع شرط مرزی مورد استفاده در حل معادلات هیدرودینامیک،

زمانی منابع چندگانه آلاینده در رودخانه در حالت دو بعدی و تحت شرایط واقعی است، محقق می‌شود.

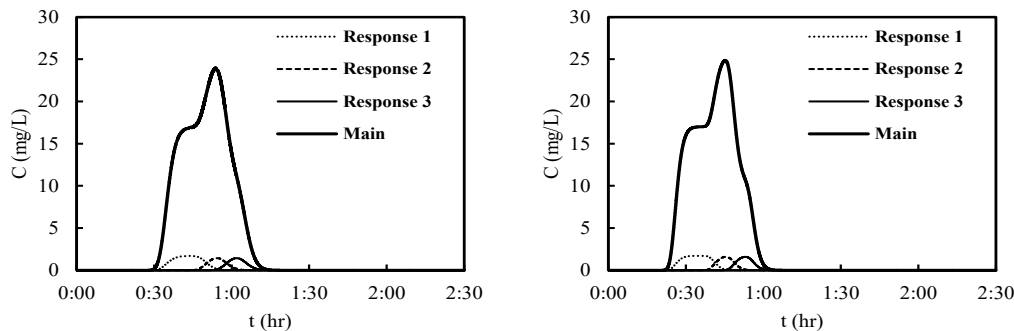
در قسمت ارائه مثال‌ها و نتایج، مدل معکوس مورد استفاده در پژوهش، یعنی روش ماتریس معکوس بر پایه روش تنظیم تیخونف در حالت دو بعدی تحت شرایط فرضی و واقعی با ذکر دو مثال مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرد. در مثال اول که یک مثال فرضی است، به بازیابی تابع شدت زمانی یک منبع آلاینده با استفاده از چند نقطه‌ی مشاهده‌ای در فواصل مختلف در پایین‌دست منبع پرداخته می‌شود. در مثال دوم به صحت‌سنجی مدل معکوس ارائه شده با استفاده از داده‌های واقعی رودخانه اوهایو تحت شرایط واقعی جریان پرداخته می‌شود. در این مثال که تحت شرایط واقعی جریان و بستر رودخانه است، بازیابی تابع شدت زمانی سه منبع آلاینده با استفاده از سه نقطه‌ی مشاهده‌ای به عنوان حالت کلی انجام می‌شود؛ در پایان

جدول ۱. مختصات نقاط مشاهده‌ای (مثال اول)
Table 1. Coordinates of observation points (Example 1)

جدول ۱. مختصات نقاط مشاهده‌ای (مثال اول)		
X	Y	
۲۷۳۳۸۱/۷۴۵	۳۴۶۱۹۸۲/۷۵۸	نقطه مشاهده‌ای ۱
۲۷۳۵۹۶/۴۸۶	۳۴۶۱۹۷۰/۴۱۷	نقطه مشاهده‌ای ۲
۲۷۳۸۸۵/۲۷۶	۳۴۶۲۰۵۶/۸۰۷	نقطه مشاهده‌ای ۳
۲۷۴۶۵۰/۴۴۷	۳۴۶۱۹۴۳/۲۶۵	نقطه مشاهده‌ای ۴



شکل ۵. خروجی‌های حل عددی مستقیم معادلات هیدرودینامیک نسبت به طول رودخانه در زمان 12:30- AM مقادیر سرعت جریان در جهت افقی
Fig. 5. Outputs of the forward numerical solution of hydrodynamic equations along the river length at 12:30 AM - Flow velocity values in horizontal direction



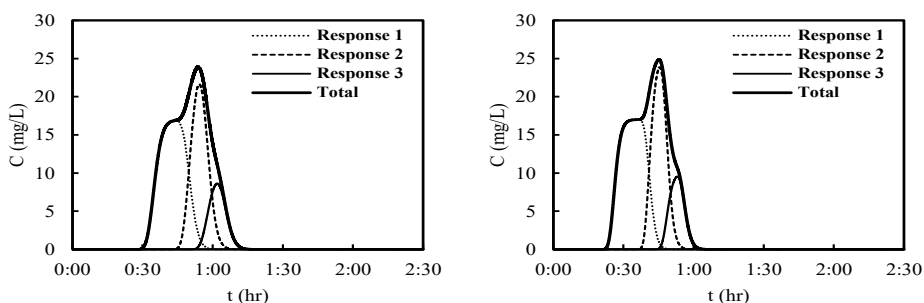
شکل ۶. منحنی پاسخ بارگذاری‌های اصلی و واحد (با تأخیر زمانی) در نقاط مشاهده‌ای سوم و چهارم
Fig. 6. The response curve of main and unit loadings (with time delay) at the third and fourth observation points

مقدار ضریب پراکندگی نیز برابر ۱۵ متر مربع بر ثانیه در نظر گرفته شده است.

۱-۱-۳- حل مستقیم دو بعدی معادلات هیدرودینامیک و انتقال جرم ماده آلاینده

بر اساس مطالب پیشین، در حل مستقیم معادلات چهارگانه

سری‌های زمانی دبی رودخانه (برای شرط مرزی بالادست) و سری‌های زمانی تراز سطح آب (برای شرط مرزی پایین‌دست) در طول دوره شبیه‌سازی است. نمودار شرایط مرزی جهت حل معادلات هیدرودینامیک مربوط به دو ساعت و سی دقیقه (کل دوره شبیه‌سازی در فاصله‌ی زمانی ۰۲:۳۰ تا ۱۲:۰۰) در شکل ۳ آورده شده است. ضریب زبری مانینگ برای کل مسیر جریان مقدار متوسط ۰/۰۳۳ و



شکل ۷. منحنی‌های پاسخ پله‌های بارگذاری اصلی و منحنی حاصل از اصل برهم‌نهی در نقاط مشاهده‌ای سوم و چهارم
 Fig. 7. Response curves of the main loading steps and obtained response curve via the superposition principle at the third and fourth observation points (Full agreement of the superposition curve with the main loading response curve)

جدول ۲. نتایج حل معکوس برای نقطه مشاهده‌ای سوم

Table 2. Inverse solution results for the third observation point

تنظیم درجه یک		تنظیم درجه صفر		
۱۰				دوره برداشت داده‌ها (دقیقه)
۱۵	۵	۱۵	۵	خطای برداشت داده‌ها (%)
۲/۱۱۵	۱/۰۰۵	۲/۶۶۳	۱/۱۲۳	خطای نسبی محاسبات (%)
۰/۰۰۱۱	۰/۰۰۰۲	۰/۰۰۱۷	۰/۰۰۰۲۵	پارامتر تنظیم
(۱۶×۳)				ابعاد ماتریس ضرایب

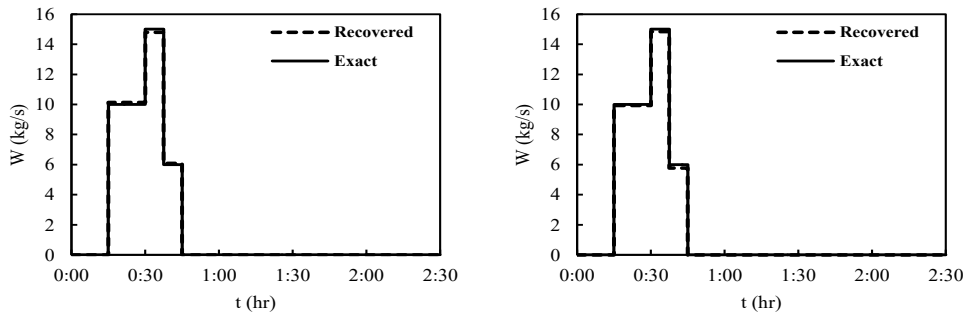
جدول ۳. نتایج حل معکوس برای نقطه مشاهده‌ای چهارم

Table 3. Inverse solution results for the fourth observation point

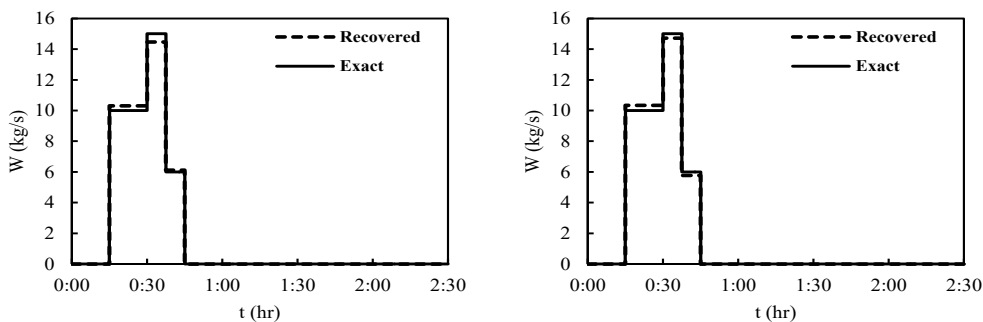
تنظیم درجه یک		تنظیم درجه صفر		
۲۵				دوره برداشت داده‌ها (دقیقه)
۱۵	۵	۱۵	۵	خطای برداشت داده‌ها (%)
۲/۸۴۵	۱/۳۹۳	۳/۰۸۱	۱/۹۲۳	خطای نسبی محاسبات (%)
۰/۰۰۱۸	۰/۰۰۰۲۷	۰/۰۰۲۱	۰/۰۰۰۳۴	پارامتر تنظیم
(۱۶×۳)				ابعاد ماتریس ضرایب

این غلظت‌ها نسبت به زمان‌های مختلف در واقع منحنی‌های پاسخ حاصل از بارگذاری‌های پله‌ای (اصلی) و واحد است. در شکل ۵ که مربوط به حل عددی مستقیم معادلات هیدرودینامیک است، مقادیر سرعت جریان نسبت به مکان‌های مختلف در طول مسیر رودخانه در یک زمان مشخص در طول دوره شبیه‌سازی آورده شده است؛ در شکل ۶ که مربوط به حل عددی مستقیم معادله انتقال است، منحنی

هیدرودینامیک و انتقال جرم در حالت دو بعدی، پارامترهای جریان و انتقال در مکان‌ها و زمان‌های مختلف قابل محاسبه است. خروجی‌های حل عددی مدل مستقیم معادلات هیدرودینامیک، مقادیر سرعت، عمق و دبی جریان در مکان‌ها و زمان‌های مختلف است؛ همچنین خروجی‌های حل عددی مدل مستقیم معادله انتقال در حالت دو بعدی، مقادیر غلظت نسبت به زمان در تمام نقاط رودخانه است.



شکل ۸. نمودار مقادیر محاسباتی و مقادیر واقعی متوسط بارگذاری منبع آلاینده - تنظیم درجه یک - ۵٪ و ۱۵٪ خطا
 Fig. 8. The graph of computational and exact average values of the pollutant source loading - first-order regularization - 5% and 15% error



شکل ۹. نمودار مقادیر محاسباتی و مقادیر واقعی متوسط بارگذاری منبع آلاینده - تنظیم درجه صفر - ۵٪ و ۱۵٪ خطا
 Fig. 9. The graph of computational and exact average values of the pollutant source loading - zeroth-order regularization - 5% and 15% error

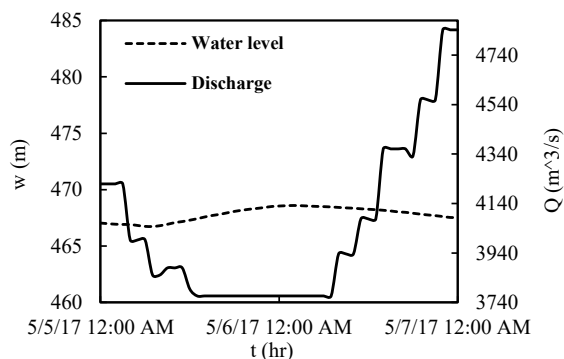
جدول ۴. آنالیز حساسیت مدل معکوس با تغییرات ضریب پراکندگی

Table 4. Sensitivity analysis of the inverse model with variation of the dispersion coefficient

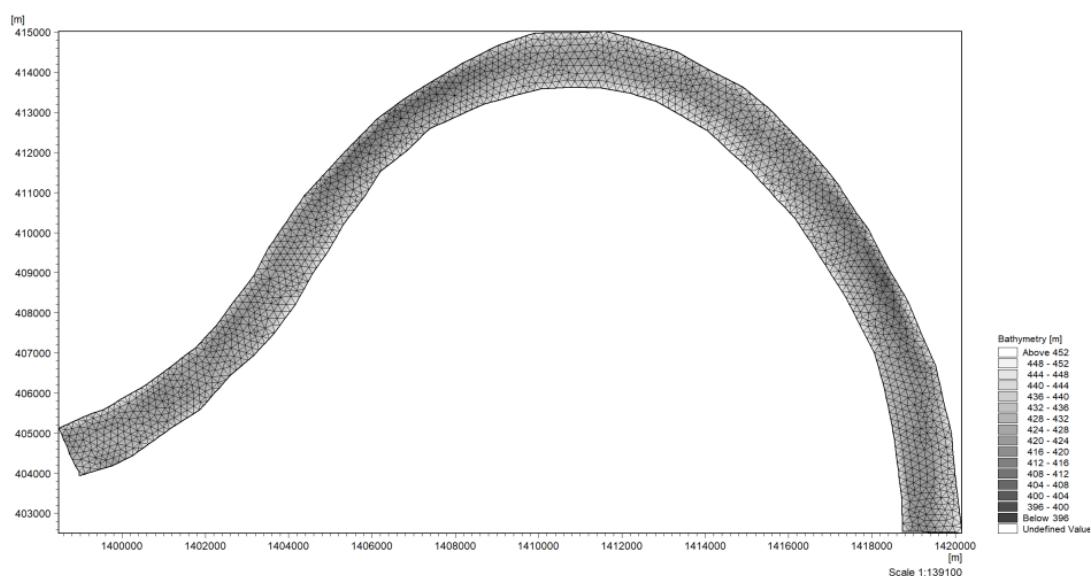
$3D_x$	$2D_x$	D_x	$0.5D_x$	
۲۶۸	۹۲۵	۱۶۵۰	>1700	طول اختلاط (متر)
۱	۱ و ۲	۱ و ۲ و ۳	۱ و ۲ و ۳ و ۴	شماره نقاط مشاهده‌ای (قابل استفاده)
۱	۲	۳	۴	شماره نقطه مشاهده‌ای (مورد استفاده)
۱۵				خطای برداشت داده‌ها (%)
--	/۰۰۲۳۲	۰/۰۰۱۸	۰/۰۰۱۰۳	مقدار پارامتر تنظیم
--	۵/۳۰۴	۲/۸۴۵	۲/۲۳۲	خطای نسبی محاسبات (%)

۳-۱-۲- حل معکوس دو بعدی معادله انتقال جرم ماده آلاینده با دقت به مباحث پیشین، بازسازی تابع شدت بارگذاری پله‌ای (اصلی) در بالادست (محل منبع آلاینده) با استفاده از نتایج حل مستقیم معادلات هیدرودینامیک و انتقال در محل نقاط مشاهده‌ای انجام می‌گیرد. انتخاب یک نقطه مشاهده‌ای در پایین‌دست باید

پاسخ هر کدام از بارگذاری‌های اصلی و واحد در نقاط مشاهده‌ای سوم و چهارم آورده شده است. در شکل ۷ نیز منحنی‌های پاسخ حاصل از هر کدام از پله‌های بارگذاری اصلی و همچنین منحنی (حاصل جمع) حاصل از اصل برهم‌نهی منحنی‌های پاسخ هر کدام از پله‌ها در نقاط مشاهده‌ای سوم و چهارم آورده شده است.



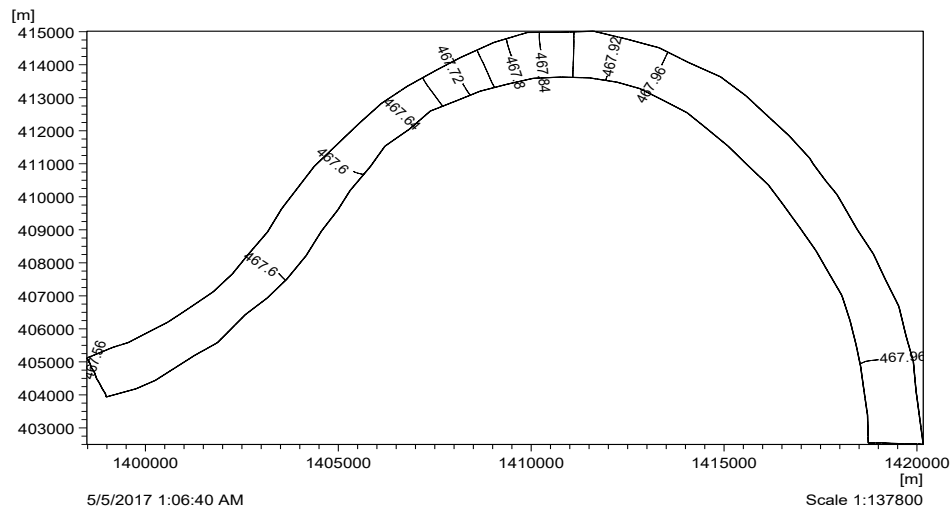
شکل ۱۰. منحنی سری زمانی دبی جریان و تراز سطح آب
 Fig. 10. The time series curve of flow discharge and water level



شکل ۱۱. بسیمتری بازه مورد مطالعه رودخانه اوهایو با مشخص بودن شبکه‌بندی دامنه حل (مثال دوم)
 Fig. 11. The study reach bathymetry of the Ohio River with the solution domain mesh (Example 2)

مطابق نکاتی که قبلاً بحث شد، در حل معکوس جهت به دست آوردن مقادیر متوسط بارگذاری منبع آلاینده وجود تنها یک نقطه‌ی مشاهده‌ای در پایین‌دست هر منبع آلاینده کافی است؛ این نقطه باید دارای اطلاعات کافی از منبع آلاینده باشد. در این مثال سعی شده است انتخاب طول بازه رودخانه فرضی به گونه‌ای باشد که نقش عرض رودخانه بارزتر شود و دو بعدی بودن مسئله نمود کامل پیدا کند؛ با توجه به نتایج آورده شده، به دلیل اینکه فاصله نقاط مشاهده‌ای از منبع زیاد نیست ابعاد ماتریس ضرایب تغییری نمی‌کند؛ اما با فاصله گرفتن از منبع، به تدریج از اطلاعات منبع آلاینده در نقاط مشاهده‌ای کاسته می‌شود. در ادامه نتایج محاسبات حل معکوس به ازای نقاط

به گونه‌ای باشد که بتواند حداقل اطلاعات منبع آلاینده را تأمین کند. در این مثال از اطلاعات چهار نقطه مشاهده‌ای جهت ارائه نتایج مورد نیاز استفاده شده است. در قسمت نمایش نمودارهای نتایج، نتایج حل معکوس در دو نقطه مشاهده‌ای آورده شده است. برای سایر نقاط نیز نتایج حل معکوس در قسمت چارچوب ارائه می‌گردد. در نقاط مشاهده‌ای سوم و چهارم که نتایج آن در همین قسمت آورده خواهد شد، حل معکوس به منظور بازیابی تابع شدت منبع آلاینده انجام شده است. لازم به ذکر است جهت کم شدن حجم مطالب، تنها نمودارهای نتایج حل معکوس در نقطه چهارم آورده شده است و نتایج حل معکوس در نقطه سوم به صورت یک جدول ارائه می‌گردد.



شکل ۱۲. خروجیهای حل عددی مستقیم معادلات هیدرودینامیک نسبت به طول رودخانه در زمان AM-01:06 مقادیر تراز سطح آب
 Fig. 12. Outputs of the forward numerical solution of hydrodynamic equations along the river length at 01:06 AM - water level values

جدول ۵. مشخصات منابع آلاینده و نقاط مشاهده‌ای (مثال دوم)

Table 5. Specifications of pollutant sources and observation points (Example 2)

منبع آلاینده ۳	منبع آلاینده ۲	منبع آلاینده ۱	
خطی	پله‌ای	خطی پله‌ای	الگوی بارگذاری منبع آلاینده
۷	۹	۶	مدت زمان بارگذاری (ساعت)
(۱۴۰۷۹۲۳/۱۸ و ۴۱۳۸۳۳/۸۴)	(۱۴۱۵۹۵۰/۷۱ و ۴۱۱۱۲۲/۵۵)	(۱۴۱۹۶۷۲/۰۸ و ۴۰۵۶۴۶/۸۲)	مختصات منبع آلاینده بر روی بسیمتری رودخانه (متر)
(۱۴۰۲۶۰۶/۹۳ و ۴۰۷۸۷۹/۶۴)	(۱۴۰۹۶۷۷/۵۴ و ۴۱۳۸۸۷)	(۱۴۱۷۵۴۵/۵۸ و ۴۱۰۳۷۸/۲۸)	مختصات نقطه مشاهده‌ای بر روی بسیمتری رودخانه (متر)

مشاهده‌ای سوم و چهارم آورده شده است، شکل‌های ۸ و ۹ و جدول ۳ مربوط به نتایج حل معکوس به ازای نقطه مشاهده‌ای چهارم است؛ نتایج محاسبات حل معکوس به ازای نقطه مشاهده‌ای سوم نیز در جدول ۲ آورده شده است. همچنین در جدول ۴ آنالیز حساسیت مدل معکوس با تغییرات ضریب پراکندگی و تأثیر آن بر طول اختلاط و نتایج حل معکوس به ازای نقاط مشاهده‌ای مختلف آورده شده است. لازم به ذکر است که در این پژوهش برای اصلی‌ترین پارامتر تأثیرگذار (ضریب پراکندگی) بر نتایج حل معکوس آنالیز حساسیت انجام شده است؛ همچنین در این پژوهش پارامترهایی جهت آنالیز حساسیت مورد بررسی قرار گرفته‌اند، از جمله این موارد می‌توان به ضریب زبری، گام‌های زمانی و مکانی حل معادلات (هیدرودینامیک و انتقال) در مدل عددی مستقیم، فواصل زمانی برداشت مقادیر غلظت بارگذاری‌های واحد در نقاط مشاهده‌ای و فواصل زمانی سری‌های زمانی داده‌های هیدرودینامیک

مشاهده‌ای سوم و چهارم آورده شده است، شکل‌های ۸ و ۹ و جدول ۳ مربوط به نتایج حل معکوس به ازای نقطه مشاهده‌ای چهارم است؛ نتایج محاسبات حل معکوس به ازای نقطه مشاهده‌ای سوم نیز در جدول ۲ آورده شده است. همچنین در جدول ۴ آنالیز حساسیت مدل معکوس با تغییرات ضریب پراکندگی و تأثیر آن بر طول اختلاط و نتایج حل معکوس به ازای نقاط مشاهده‌ای مختلف آورده شده است. لازم به ذکر است که در این پژوهش برای اصلی‌ترین پارامتر تأثیرگذار (ضریب پراکندگی) بر نتایج حل معکوس آنالیز حساسیت انجام شده است؛ همچنین در این پژوهش پارامترهایی جهت آنالیز حساسیت مورد بررسی قرار گرفته‌اند، از جمله این موارد می‌توان به ضریب زبری، گام‌های زمانی و مکانی حل معادلات (هیدرودینامیک و انتقال) در مدل عددی مستقیم، فواصل زمانی برداشت مقادیر غلظت بارگذاری‌های واحد در نقاط مشاهده‌ای و فواصل زمانی سری‌های زمانی داده‌های هیدرودینامیک

مشاهده‌ای سوم و چهارم آورده شده است، شکل‌های ۸ و ۹ و جدول ۳ مربوط به نتایج حل معکوس به ازای نقطه مشاهده‌ای چهارم است؛ نتایج محاسبات حل معکوس به ازای نقطه مشاهده‌ای سوم نیز در جدول ۲ آورده شده است. همچنین در جدول ۴ آنالیز حساسیت مدل معکوس به ازای نقطه مشاهده‌ای سوم نیز در جدول ۲ آورده شده است. همچنین در جدول ۴ آنالیز حساسیت مدل معکوس به ازای نقطه مشاهده‌ای سوم نیز در جدول ۲ آورده شده است. همچنین در جدول ۴ آنالیز حساسیت مدل معکوس به ازای نقطه مشاهده‌ای سوم نیز در جدول ۲ آورده شده است.



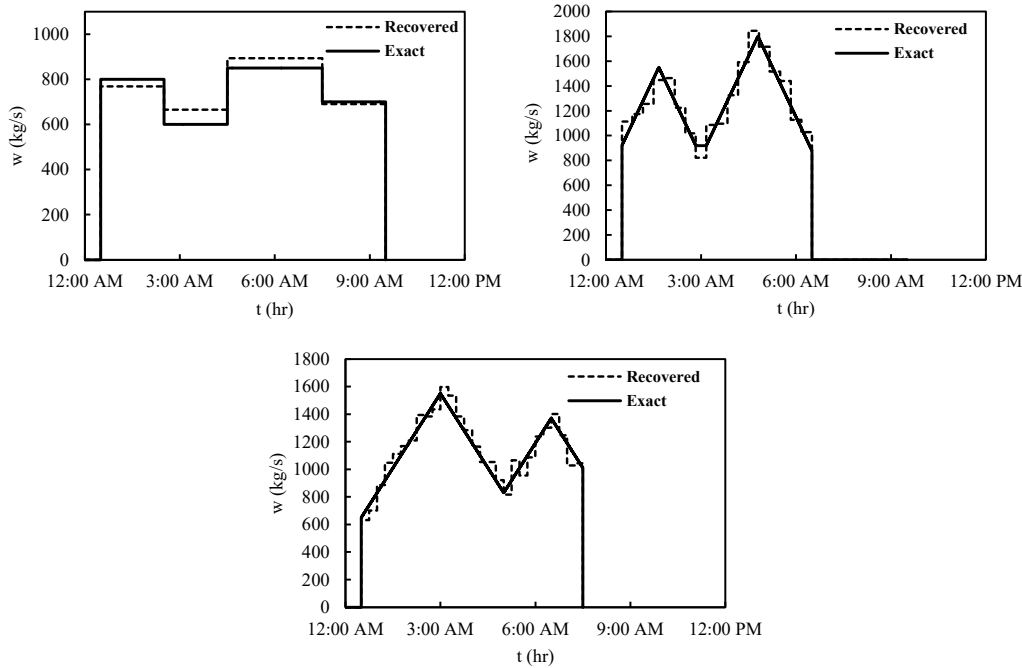
شکل ۱۳. موقعیت مکانی منابع آلاینده و نقاط مشاهده‌ای در رودخانه اوهایو (مثال دوم)
 Fig. 13. The location of pollutant sources and observation points in the Ohio River (Example 2)

جدول ۶. مشخصات حل معکوس در حالت کلی (مثال دوم)
 Table 6. The inverse solution specifications in the general state (Example 2)

منبع آلاینده ۳	منبع آلاینده ۲	منبع آلاینده ۱	
۲۸	۴	۱۸	تعداد اجزای ماتریس مجهولات
(۱۸۳×۲۸)	(۲۵×۴)	(۶۴×۱۸)	ابعاد ماتریس ضرایب
۱۰	۶۰	۱۵	دوره زمانی برداشت داده‌های غلظت در نقطه مشاهده‌ای (دقیقه)

رودخانه) و (انتهای مسیر رودخانه) برداشت شده است. این ورودی‌ها در واقع همان شرایط مرزی معادلات هیدرودینامیک در ابتدا و انتهای بازه مورد مطالعه را تأمین می‌کند. مشابه مثال‌های پیشین، شرط مرزی بالادست حل معادلات هیدرودینامیک سری‌های زمانی دبی رودخانه در ایستگاه USGS 03216600 و شرط مرزی پایین‌دست سری‌های زمانی تراز سطح آب در ایستگاه USGS 03255000 است. نمودار شرایط مرزی حل معادلات هیدرودینامیک مربوط به ۴۸ ساعت (در طول دوره شبیه‌سازی) در شکل ۱۰ آورده شده است. ضریب زبری مانینگ برای کل مسیر مقدار متوسط ۰/۰۳۵ و مقدار ضریب پراکندگی ۴۵۰ متر مربع بر ثانیه در نظر گرفته شده است [۲۴] و [۲۵]. در شکل ۱۲ که مربوط به نتایج حل عددی مستقیم معادلات هیدرودینامیک است، مقادیر تراز سطح آب نسبت به مکان‌های مختلف در طول مسیر رودخانه در یک زمان مشخص در طول دوره

آمریکا و بازه مورد مطالعه ۱۰ کیلومتر است که بسیمتری آن در شکل ۱۱ آورده شده است [۲۴]. این رودخانه از رودخانه‌های بزرگ به شمار می‌آید که در بسیاری از نقاط آن عرض رودخانه به بیش از ۵۰۰ متر می‌رسد. شرایط واقعی رودخانه مذکور جهت صحت‌سنجی مدل معکوس ارائه شده در پژوهش و ارائه چارچوب کلی استفاده شده است. تعداد منابع آلاینده در این بازه از رودخانه سه منبع آلاینده نقطه‌ای و تعداد نقاط مشاهده‌ای نیز به ازای هر منبع یک نقطه است. این تعداد منبع آلاینده و نقطه مشاهده‌ای به عنوان حالت پیچیده می‌تواند چارچوب‌ها و راهکارهای مورد نظر را جهت کاربرد در شرایط واقعی و تعداد نامحدود منابع آلاینده تأمین کند. ورودی‌های مورد نیاز جهت حل عددی مستقیم معادلات هیدرودینامیک و انتقال، با استفاده از داده‌های واقعی مربوط به جریان رودخانه اوهایو از دو ایستگاه USGS 03216600 و USGS 03255000 (ابتدای مسیر



شکل ۱۴. نمودار مقادیر متوسط محاسباتی و مقادیر واقعی بارگذاری‌های شماره ۱ و ۲ و ۳ در حالت کلی - تنظیم درجه یک - ۵٪ خطا
 Fig. 14. The graph of computational and exact average values of 1st, 2nd, and 3rd loadings in the general state - first-order regularization - 5% error

۴- نتیجه‌گیری

تاکنون روش‌های متنوعی در رابطه با بازیابی مکان و زمان انتشار آلاینده رهاسازی شده از منبع استفاده شده است که هرکدام از آن‌ها شرایطی را به عنوان فرضیات مسئله در نظر گرفته‌اند. همچنین آن دسته از تحقیقات حل معکوس در رودخانه که در آن‌ها نحوه صحت‌سنجی روش، با استفاده از داده‌های واقعی و تحت شرایط محیطی واقعی و پیچیده باشد، به مراتب کمتر است؛ بنابراین پژوهش‌هایی که با هدف رفع محدودیت‌های پژوهش‌های گذشته باشد، دارای کاربرد خواهد بود.

در بخشی از پژوهش حاضر، حل مستقیم و معکوس معادلات هیدرودینامیک و انتقال جرم ماده آلاینده در حالت دو بعدی و همچنین کاربرد اصل برهم‌نهی در حل مستقیم و حل معکوس مسئله انتقال آلاینده مورد بررسی قرار گرفته است. در این بخش از پژوهش، یک چارچوب کلی جهت حل معکوس مسئله انتقال آلاینده بر اساس روش ریاضی ماتریس معکوس بر پایه روش تنظیم تیخونف با صحت‌سنجی روش مذکور تحت شرایط فرضی و واقعی جریان در دامنه دو بعدی ارائه می‌شود؛ با این وصف توجه به نکات زیر به عنوان چارچوب کلی ارائه شده در حل مستقیم و معکوس معادله انتقال به

شبیه‌سازی آورده شده است.

در بحث الگوی بکار رفته در منابع آلاینده سعی شده است تمامی حالت‌های ممکن الگوهای بارگذاری مورد استفاده قرار گیرد. همچنین در بحث مدت زمان تخلیه آلاینده در رودخانه، محل قرارگیری منابع آلاینده و فواصل آن‌ها از همدیگر سعی شده است شرایط تا حد امکان واقعی در نظر گرفته شود. در شکل ۱۳ محل قرارگیری منابع آلاینده و همچنین موقعیت نقاط مشاهده‌ای مربوط به هرکدام از آن‌ها در طول بازه مورد مطالعه در رودخانه مشخص شده است. پیکان‌های زرد رنگ و سفید رنگ به ترتیب موقعیت مکان منابع آلاینده و نقاط مشاهده‌ای را نشان می‌دهند. در جدول ۵ نیز اطلاعات کلی منابع آلاینده برای حالت پیچیده آورده شده است.

در این مثال مشابه مثال اول (حالت فرضی) جهت کاهش حجم مطالب، از آوردن همه نتایج و نمودارهای مربوطه (به ویژه نمودار منحنی‌های بارگذاری منابع آلاینده) در حالت کلی اجتناب می‌شود و تنها یک سری نمودار مقادیر محاسباتی توسط مدل معکوس و مقادیر واقعی منحنی‌های بارگذاری در حالت کلی مطابق شکل ۱۴ برای تنظیم درجه یک و ۵ درصد خطا در برداشت داده‌ها و همچنین شرحی از سایر نتایج در جدول ۷ آورده می‌شود.

جدول ۷. نتایج حل معکوس در حالت کلی (مثال دوم)
Table 7. The inverse solution results in the general state (Example 2)

تنظیم درجه یک		تنظیم درجه صفر		
۱۵	۵	۱۵	۵	خطای برداشت داده‌ها (/.)
۱۲/۵۳	۵/۰۵	۱۳/۹۸	۶/۷۹	خطای نسبی محاسبات (/.)
(۲۷۲×۵۰)				ابعاد ماتریس ضرایب (در حالت کلی)
۰/۰۱۲۳	۰/۰۰۲۹۱	۰/۰۰۹۵۳	۰/۰۰۱۳۶	مقدار پارامتر تنظیم (در حالت کلی)

مراتب نزدیک‌تر از حالت یک بعدی در نظر گرفته شود.

۴- با توجه به مثال اول (فرضی) هرگاه مقدار عدد پکلت^۱ در بازه (۸۰-۱۲۰) قرار گیرد، نقاط مشاهده‌ای حاشیه رودخانه نسبت به نقاط مرکزی رودخانه اطلاعات بهتری از منبع آلاینده جهت انجام محاسبات حل معکوس در اختیار قرار می‌دهد؛ اما نکته مهم این است که در اکثر مقادیر عدد پکلت (خصوصاً بازه‌ای که تعریف شد) نقاط مشاهده‌ای واقع در ساحل مقابل رودخانه (ساحل مقابل ساحلی که منبع آلاینده قرار دارد) دارای کمترین میزان اطلاعات از منبع آلاینده است؛ بنابراین استفاده از این نقاط به عنوان نقاط مشاهده‌ای توصیه نمی‌شود.

۵- با توجه به مثال اول (فرضی) با امتحان مقادیر مختلف ضریب پراکندگی و بارگذاری‌های مختلف (با حداقل زمان بارگذاری نیم ساعته) هرگاه مقدار عدد پکلت در بازه (۸۰-۱۶۰) قرار گیرد، بهترین نتایج حل معکوس با سطح خطای زیر ۵ درصد حاصل می‌شود.

۶- با توجه به مثال دوم (واقعی) به ازای حداکثر عرض رودخانه ۴۸۰ متر و بارگذاری‌های ۴ تا ۷ ساعته، هرگاه مقدار عدد پکلت در بازه (۳/۰۵-۶/۳) قرار گیرد، بهترین نتایج حل معکوس با سطح خطای زیر ۱۵ درصد حاصل می‌شود؛ بنابراین افزایش مقدار عدد پکلت از حداکثر مقدار در بازه فوق، نشان از دورتر شدن نقاط مشاهده‌ای از منبع آلاینده است. این تغییر می‌تواند نتایج حل معکوس را تحت‌الشعاع قرار دهد و حتی باعث عدم بازیابی کمترین سطح از اطلاعات منبع آلاینده از طریق نقاط مشاهده‌ای جدید شود.

منظور بازیابی تابع شدت منابع آلاینده در رودخانه در حالت دو بعدی ضروری است:

۱- در رابطه با بارگذاری واحد و اصل برهم‌نهی می‌توان گفت که مدت زمان بارگذاری واحد باید مضربی منطقی از مدت زمان کوچک‌ترین پله یا حداکثر برابر مدت زمان کوچک‌ترین پله (در بارگذاری‌های پله‌ای و خطی پله‌ای) و همچنین مضربی کوچک از مدت زمان کل بارگذاری (در بارگذاری‌های خطی و سایر) باشد. این دقت نظر موجب حداکثر دقت در حل معکوس می‌شود.

۲- با توجه به جدول ۴ با افزایش ضریب پراکندگی طول اختلاط کم می‌شود، بنابراین هرچه طول اختلاط کمتر شود جهت بازیابی اطلاعات منبع، باید موقعیت نقاط مشاهده‌ای نسبت به منابع آلاینده نزدیک‌تر در نظر گرفته شود. لازم است در حل معکوس جهت بازیابی تابع شدت منبع آلاینده به محدودیت‌ها جهت کاربرد در عمل نیز دقت شود، بنابراین طول اختلاط کم می‌تواند باعث افزایش محدودیت‌های کاربردی و میدانی شود و بازیابی تابع شدت منابع آلاینده را فقط در نقاط نزدیک به منابع آلاینده ممکن سازد.

۳- در بحث مقایسه مدل یک بعدی با مدل دو بعدی در حل معکوس (در شرایط محیطی یکسان): در مقایسه مدل دو بعدی با مدل یک بعدی و روش حل عددی که در مدل یک بعدی وجود دارد، مدل دو بعدی از لحاظ بعد مسافت و بعد زمانی منبع آلاینده دارای محدودیت بیشتری است، به این مفهوم که تحت شرایط بستر و ضریب پراکندگی یکسان حتی با وجود مدت زمان بارگذاری زیاد در مدل دو بعدی و مدت زمان بارگذاری کم در مدل یک بعدی، می‌بایست فاصله نقاط مشاهده‌ای از منبع آلاینده در مدل دو بعدی به

1 Peclet Number

- validation of pollutant source location methods, Stochastic environmental research and risk assessment, 29(1) (2015) 169-182.
- [10] A. Ghane, M. Mazaheri, J.M.V. Samani, Location and release time identification of pollution point source in river networks based on the Backward Probability Method, Journal of environmental management, 180 (2016) 164-171.
- [11] J. Wang, J. Zhao, X. Lei, H. Wang, New approach for point pollution source identification in rivers based on the backward probability method, Environmental Pollution, 241 (2018) 759-774.
- [12] A. El Badia, T. Ha-Duong, A. Hamdi, Identification of a point source in a linear advection–dispersion–reaction equation: application to a pollution source problem, Inverse Problems, 21(3) (2005) 1121.
- [13] T. Zhang, Q. Chen, Identification of contaminant sources in enclosed spaces by a single sensor, Indoor air, 17(6) (2007) 439-449.
- [14] Z. Wang, J. Liu, Identification of the pollution source from one-dimensional parabolic equation models, Applied Mathematics and Computation, 219(8) (2012) 3403-3413.
- [15] T. Zhang, H. Zhou, S. Wang, Inverse identification of the release location, temporal rates, and sensor alarming time of an airborne pollutant source, Indoor air, 25(4) (2015) 415-427.
- [16] X. Zhang, M. Huang, Ensemble-based release estimation for accidental river pollution with known source position, Journal of hazardous materials, 333 (2017) 99-108.
- [17] L. Lei, Y. Xue, W. Zheng, J. Yang, An inverse method based on CFD to determine the temporal release rate of a heat source in indoor environments, Applied Thermal Engineering, 134 (2018) 12-19.
- [18] M.H. Chaudry, Open Channel Flow, Springer, NewYork, 2008.
- [19] S.C. Chapra, Surface water-quality modeling, McGraw Hill Companies, Inc, New York, 1997.
- [20] R.C. Aster, B. Borchers, and Thurber, C. H., Parameter Estimation and Inverse Problems, CA: Elsevier
- [1] M. Mazaheri, J. Mohammad Vali Samani, H.M.V. Samani, Mathematical model for pollution source identification in rivers, Environmental Forensics, 16(4) (2015) 310-321.
- [2] G. Mahinthakumar, M. Sayeed, Hybrid genetic algorithm—local search methods for solving groundwater source identification inverse problems, Journal of water resources planning and management, 131(1) (2005) 45-57.
- [3] R.M. Singh, B. Datta, Identification of groundwater pollution sources using GA-based linked simulation optimization model, Journal of hydrologic engineering, 11(2) (2006) 101-109.
- [4] A. Di Nardo, G. Santonastaso, R. Battaglia, D. Musmarra, F. Tuccinardi, F. Castaldo, B. Della Ventura, M. Iervolino, R. Velotta, Smart identification system of surface water contamination by an innovative biosensor network, in: Proceedings of Conference on Environmental Management, Engineering, Planning and Economics (CEMEPE) and to the SECOTOX Conference, 2015.
- [5] S.-p. Zhang, X.-k. Xin, Pollutant source identification model for water pollution incidents in small straight rivers based on genetic algorithm, Applied Water Science, 7(4) (2017) 1955-1963.
- [6] R.M. Neupauer, J.L. Wilson, Adjoint-derived location and travel time probabilities for a multidimensional groundwater system, Water Resources Research, 37(6) (2001) 1657-1668.
- [7] R. Neupauer, J. Wilson, Backward probabilistic model of groundwater contamination in non-uniform and transient flow, Advances in Water Resources, 25(7) (2002) 733-746.
- [8] R. Neupauer, J. Wilson, Backward probability model using multiple observations of contamination to identify groundwater contamination sources at the Massachusetts Military Reservation, Water Resources Research, 41(2) (2005).
- [9] F. Cupola, M.G. Tanda, A. Zanini, Laboratory sandbox

- on CFD to quantify the temporal release rate of a continuously released pollutant source, *Atmospheric environment*, 77 (2013) 62-77.
- [24] G. Koltun, C.J. Ostheimer, M.S. Griffin, Velocity, bathymetry, and transverse mixing characteristics of the Ohio River upstream from Cincinnati, Ohio, October 2004-March 2006, 2331-1258, 2006.
- [25] Y. Zeng, W. Huai, Estimation of longitudinal dispersion coefficient in rivers, *Journal of Hydro-environment Research*, 8(1) (2014) 2-8.
- Academic Press, San Diego, 2005.
- [21] J. Hadamard, *Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations*, Yale University Press, New Haven, 1923.
- [22] Y. Wei, T.T. Zhang, S. Wang, INVERSE IDENTIFICATION OF MULTIPLE POLLUTANT SOURCES. 14th Conference of International Building Performance Simulation Association, Hyderabad, India, Dec. 7-9, 2015.
- [23] T.T. Zhang, S. Yin, S. Wang, An inverse method based

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

S. Amiri, M. Mazaheri, J. Mohammad Vali Samani, *Recovering the Temporal Release Rate of Pollutant Sources in the River in Two-dimensional and real condition*, *Amirkabir J. Civil Eng.*, 51(6) (2020) 1221-1240.

DOI: [10.22060/ceej.2018.14503.5675](https://doi.org/10.22060/ceej.2018.14503.5675)



