

مدلسازی آبخستگی بستر رسی اطراف پایه‌های دایره‌ای به کمک حل حجم محدود جریان آشفته افقی

سعیدرضا صباغ یزدی^۱؛ رضا دهقان نیری^۲؛ سید سعید اشرف واقفی^{۳*}

چکیده

معادلات آبهای کم عمق از جمله مدل‌های ریاضی کارآمد برای توصیف دو بعدی و رفتار جریان در برخورد به موانع مسیر جریان می‌باشد. در کار حاضر برای مدلسازی عددی جریان در اطراف پایه پلها، گسسته سازی معادلات با استفاده از روش رئوس مثلثی همپوشان احجام محدود انجام گرفته است. برای مدلسازی جریان آشفته در اطراف پایه از مدل آشفتهگی $k-\varepsilon$ برای حالت جریان با سطح آزاد استفاده شده است. در ادامه، با تلفیق مدل عددی جریان آشفتهگی و فرمولهای تجربی حاصل از روش E-SRICOS (روشی آزمایشگاهی برای برآورد شستگی ناشی از جریان آب)، چگونگی شکل گیری آبخستگی در اطراف پایه دایره‌ای و تغییرات تراز بستر با زمان شبیه سازی می‌شود. کیفیت نتایج حاصل از این مدل برای برخی آزمونهای مشابه با نتایج در دسترس، در حالت بستر رسی مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج مدلسازی آبخستگی با استفاده از مدل دو بعدی افقی جریان آب با روابط تجربی برای شستگی کف، دقت مناسبی بدست می‌دهد.

کلمات کلیدی

معادلات آبهای کم عمق، مدل آشفتهگی $k-\varepsilon$ ، حل حجم محدود همپوشان، شبکه بی ساختار مثلثی، روش-E-SRICOS.

Numerical Simulation Scouring in Cohesive Bed around Circular Piers using Finite Volume Solution of Horizontal Turbulent Flow

S.R. Sabbagh-Yazdi; R. Dehghan-Naieri; S.S. Ashraf-Vaghefi;

ABSTRACT

Numerical solution of depth averaged equations is one of the best ways for describing of two dimensional horizontal flow and behavior of flow around circular piers. In this paper, governing equations of turbulent shallow water flow are converted to discrete form using overlapping finite volume method on triangular unstructured mesh. The equations include to the depth average equation of continuity and motion for flow model and $k-\varepsilon$ equation for turbulence model. For simulation of scouring in cohesive bed, the results of the flow solver model are combined with the empirical relations obtained from the E-SRICOS bed scouring method which is a laboratory base method for determining rate of flow induced scouring.

KEYWORDS

Shallow Water Equations, Flow around Piers, E-SRICOS Method, Overlapping Finite Volume, $k-\varepsilon$ Turbulent Model

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۷/۲/۲۰

تاریخ اصلاحات مقاله: ۱۳۸۸/۵/۶

^۱ دانشیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، Email: syazdi@kntu.ac.ir

^۲ دانش آموخته کارشناسی ارشد سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی،

Email: rezadehghannayeri@yahoo.com

^{۳*} نویسنده مسئول و دانشجوی دکتری مهندسی آب، دانشکده عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک

تهران)، Email: saeedzruse@yahoo.com



۱- مقدمه

پدیده آبشستگی در اطراف پایه‌های پل از جمله دلایل اصلی تخریب پلها در مسیر جریان رودخانه‌ها می‌باشد. فعالیت‌های آزمایشگاهی فراوانی در این زمینه انجام گرفته است و روابط تجربی زیادی نیز ارائه شده است. در خصوص مدل‌های عددی نیز در داخل کشور، مطالعات گوناگون با فرضیات مختلفی انجام شده است [۱]. در این پژوهش استفاده از مدل عددی برای مدلسازی جریان و آشفستگی در اطراف پایه و در ادامه تدوین مدل آبشستگی با استفاده از نتایج مدل جریان و نتایج آزمایشگاهی، بررسی شده است.

معادلات جریان و آشفستگی، شامل عبارات مشتقات جزئی مرتبه اول زمانی و مکانی (عبارات انتقالی و ثقلی) بعلاوه عبارات استهلاکی ثابت ناشی از مقاومت بستر می‌باشند. شایان گفتن است، معادلات میانگین عمقی با فرض فشار هیدروستاتیک (با ناچیز دانستن مقدار حرکت در راستای قائم جریان) مورد استفاده قرار گرفته است. با اضافه کردن مدل آشفستگی مناسب به شکل عبارات پخشودگی شامل مشتقات جزئی مرتبه دوم به معادلات پایستار اندازه حرکت می‌تواند تنشهای رینولدز افقی را نیز شبیه‌سازی نمود. در کار حاضر برای مدلسازی آشفستگی از مدل $k-\varepsilon$ استفاده شده است [۱].

برای تعیین عمق آبشستگی در اطراف پایه، در آغاز نتایج روش آزمایشگاهی E-SRICOS (که در ادامه تشریح می‌گردد) مورد بررسی قرار گرفته است [۳، ۴]. آنگاه با بکارگیری روابط نرخ آبشستگی نتیجه شده از تجربیات آزمایشگاهی در مدل عددی توسعه یافته برای جریان آشفته افقی، آبشستگی بستر رسی اطراف پایه دایره‌ای به کمک مولفه‌های جریان افق تعیین می‌شود.

۲- معادلات و روابط مورد استفاده

در اینجا معادلات و روابط حاکم بر پدیده آبشستگی بررسی می‌گردد. معادلات مورد استفاده را می‌توان بطور جداگانه با عنوان معادلات دو بعدی جریان، آشفستگی و روابط مورد استفاده در مدل آبشستگی، ارائه کرد.

۱-۲- معادلات جریان

برای بدست آوردن معادلات آبهای کم عمق، معادلات ناویر استوکس بعنوان مدل ریاضی مناسبی برای حل مسائل مختلف سیالات تراکم ناپذیر (مانند آب) مورد اصلاح و استفاده قرار گرفته‌اند. شکل کلی معادلات حاکم عبارتند از:

۲-۱-۱- معادله پایستار حجم

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (i = 1, 2) \quad (1)$$

در معادله شماره ۱، h عمق آب و u مؤلفه سرعت جریان در جهت i می‌باشد.

۲-۱-۲- معادلات پایستار اندازه حرکت

$$\frac{\partial(hu_i)}{\partial t} + \frac{\partial(hu_i u_j)}{\partial x_j} + \frac{g \partial(h^2)}{2 \partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} (hv_i \frac{\partial u_i}{\partial x_j}) + \frac{\tau_{ij}}{\rho_w} - gh \frac{\partial x_i}{\partial x_i} \quad (i = 1, 2) \quad (2)$$

u_i سرعت میانگین عمقی در راستای ($i = 1, 2$) جهات اصلی مسطحه، و x_3 راستای مختصات در جهت عمق می‌باشند. v_i لزجت گردابه‌ای برای مدلسازی آشفستگی منظور گشته است. در این رابطه جملات مشتقات مرتبه دوم اثر استهلاکی و جملات مشتقات مرتبه اول اثر انتقالی دارند و به همین دلیل رابطه پخش-انتقال نامیده می‌شود.

۲-۱-۳- مقاومت بستر

در رابطه ۲ عبارت τ_{bi} ، بیانگر مقاومت در برابر جریان در جهات x و y می‌باشند. گفتنی است که در حالت تراکم‌ناپذیر این عبارت بر ویسکوزیته آب (ρ) تقسیم می‌شود. تنشهای کلی ناشی از مقاومت بستر و سطح آزاد (در راستای $i = 1, 2$) به صورت رابطه شماره ۳ قابل بیان می‌باشند [۱].

$$\frac{\tau_{bi}}{\rho_w} = C_f u_i |U| \quad (3)$$

در رابطه ۳، C_f ضریب اصطکاک بستر بوده و $U = u_i \hat{i} + u_j \hat{j}$ بردار سرعت است. برای محاسبه C_f در جریان با بستر هموار می‌توان از رابطه ۴ استفاده نمود [۲].

$$C_f = 0.027 \left(\frac{V}{hu_i}\right)^{0.25} \quad (4)$$

در رابطه شماره ۴، v ویسکوزیته سینماتیکی آب است. برای محاسبه C_f می‌توان از رابطه شماره ۵ استفاده نمود [۲].

$$C_f = \frac{gn}{h^{0.33}} \quad (5)$$

که در آن n ضریب مانینگ و g شتاب ثقل می‌باشد.

۲-۲- معادلات مدل آشفستگی جریان

v_t ضریب لزجت آشفستگی (گردابه‌ای) در مدل آشفستگی دو معادله‌ای k و ε بصورت رابطه ۶ محاسبه می‌شود [۲].

$$v_t = c_\mu k^2 / \varepsilon \quad (6)$$

در رابطه شماره ۶، k نرخ انرژی جنبشی آشفستگی در واحد جرم سیال و ε نرخ استهلاک k می‌باشد. برای تعیین

پارامترهای k و ε و مدلسازی آنها برای جریان با سطح آزاد از روابط شماره ۷ و ۸ استفاده می‌شود [۲، ۶].

$$\frac{\partial(hk)}{\partial t} + \frac{\partial(huk)}{\partial x} + \frac{\partial(hvk)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial(hk)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial(hk)}{\partial y} \right] + P_h + P_k - \varepsilon h \quad (7)$$

$$\frac{\partial(h\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(hu\varepsilon)}{\partial x} + \frac{\partial(hv\varepsilon)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial(h\varepsilon)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial(h\varepsilon)}{\partial y} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_1 P_h - C_2 \varepsilon h) + P_\varepsilon \quad (8)$$

در اینجا پارامترهای P_h, P_k, P_ε چنین تعیین می‌شوند [۲، ۶]:

$$P_h = \frac{v_t}{h} \left\{ 2 \left[\frac{\partial(hu)}{\partial x} \right]^2 + 2 \left[\frac{\partial(hv)}{\partial x} \right]^2 + \left[\frac{\partial(hu)}{\partial y} + \frac{\partial(hv)}{\partial x} \right]^2 \right\} \quad (9)$$

$$P_\varepsilon = \frac{C_2 C_\mu^{1/2} g^{5/4} q^4}{h D^{1/2} C^{5/2}} \quad P_k = \frac{g}{C^2} q^3 \quad (10)$$

در رابطه (۱۰)، $q = \sqrt{u^2 + v^2}$ و C ضریب شزی بوده و از رابطه شماره ۱۱ محاسبه می‌شود.

$$C = \sqrt{\frac{8g}{f}} \quad (11)$$

در رابطه شماره ۱۱، f ضریب اصطکاک می‌باشد که از روی نمودار مودی قابل تعیین است. مقادیر ثابت موجود در روابط یاد شده در مدل $k - \varepsilon$ استاندارد عبارتند از [۶]:

$$\sigma_k = 1, \quad \sigma_\varepsilon = 1/3, \quad c_{\varepsilon 1} = 1/44, \quad c_{\varepsilon 2} = 1/92, \quad c_\mu = 0.09, \quad D=1$$

۳-۲- معادلات مدل آبشستگی

بیشتر روابط ارائه شده برای آبشستگی تجربی هستند. بسیاری از این روابط، به دلیل اینکه فقط سرعت و یا عمق میانگین جریان را در نظر می‌گیرند، قابل استفاده در مدل عددی حاضر نمی‌باشد. زیرا در هر لحظه پارامترهای عمق و سرعت در نقاط مختلف تعیین می‌شوند. بررسی‌های انجام شده نشان داد که برای برطرف شدن این مشکل می‌توان از پارامتر تنش برشی بستر در تعیین آبشستگی استفاده نمود. در ادامه به وسیله روشهایی که بتوان به کمک آنها با توجه به مقدار تنش برشی، عمق فرسایش را تعیین نمود، شکل گیری پدیده آبشستگی مدل گردید. در اینجا، ابتدا به بررسی چگونگی تعیین تنش برشی که منشاء آبشستگی می‌باشد، پرداخته می‌شود.

۳-۲-۱- تعیین تنش برشی بستر

قبل از بررسی تنش برشی بستر، در آغاز باید تنش برشی بحرانی بستر را تعیین نمود. زیرا معیار شروع آبشستگی، تنش بحرانی می‌باشد. به طور کلی، آبشستگی زمانی رخ می‌دهد که تنش برشی بستر بیشتر از تنش برشی بحرانی بستر شود. در این حالت ذرات شروع به حرکت کردن و جدا شدن از کف می‌کنند. آبشستگی در اطراف پایه‌ها را در دو حالت آبشستگی

بستر فعال و آب زلال مطرح می‌کنند. در تحقیق حاضر نیز فرض شده است، که آب جاری از روی بستر در بالادست پایه، صاف بوده، لذا تنها آبشستگی آب زلال مورد بررسی قرار می‌گیرد. تنش برشی بحرانی بستر به جنس و مشخصات فیزیکی و شیمیایی مصالح بستر وابسته است. روابط زیادی درباره تنش بحرانی بستر وجود دارد که همگی بر اساس نتایج و یافته‌های آزمایشگاهی می‌باشند. یکی از این روابط، رابطه تجربی شماره ۱۲ می‌باشد [۸].

$$\tau_c = (\gamma_s - \gamma_w) d_{50} * 0.056 \quad (12)$$

در رابطه ۱۲، τ_c تنش برشی بحرانی $\left(\frac{N}{m^2} \right)$ ، γ_s چگالی مصالح بستر $\left(\frac{N}{m^3} \right)$ ، γ_w چگالی آب $\left(\frac{N}{m^3} \right)$ ، d_{50} قطر میانه ذرات (m) می‌باشد. رابطه ۱۲، در خاکهای ریزدانه و در موارد نامحدود شدن $RE \rightarrow \infty$ (با نتایج بسیار خوبی همراه خواهد بود). لذا کاربرد آن در جریانهای طبیعی در اطراف پایه با اعداد رینولدز بالا، کاربرد این رابطه مناسب می‌باشد. رابطه تنش برشی مورد استفاده در مدل آبشستگی به صورت رابطه ۱۳ می‌باشد [۷].

$$\tau = \frac{u_*^2}{\rho}, \quad u_* = \sqrt{k \sqrt{c_\mu}} \quad (13)$$

در رابطه ۱۳، k مقدار انرژی جنبشی آشفته می‌باشد که در کار حاضر از مدل آشفگی $k - \varepsilon$ تعیین می‌شود.

۳-۲-۲- تاثیر تغییرات تراز بستر در معادلات

همانطور که گفته شد در مدل آبشستگی از مقادیر سرعت و عمق بدست آمده از مدل جریان و همچنین پارامترهای آشفگی مدل $k - \varepsilon$ استفاده می‌شود. همچنین اشاره شد که در هر گام محاسباتی مقادیر عمق آبشستگی برای هر گره محاسبه می‌شود، و در نتیجه تراز بستر در تمامی محدوده مدل، بویژه در اطراف پایه‌ها، دستخوش تغییرات خواهد شد. نکته قابل توجه در این باره، چگونگی تاثیر پذیری معادلات جریان از تغییرات بستر در گامهای محاسباتی می‌باشد. برای بیان این حالت با توجه به معادلات جریان (۱) و (۲)، می‌توان رابطه شماره ۱۴ را ارائه کرد.

$$\frac{\partial(hu_i)}{\partial t} + \frac{\partial(hu_i u_j)}{\partial x_j} + gh \frac{\partial(\eta)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} (h v_t \frac{\partial u_i}{\partial x_j}) + \frac{\tau_{bi}}{\rho_w} \quad (14)$$

در روابط ۱۴، $\eta = h + z_b$ ، عمق جریان و z_b ، مقدار تغییر در تراز بستر می‌باشد. در هر گام محاسباتی حل، باید مقدار η را محاسبه نمود. و برای گام بعد، در معادله (۱۴) جایگذاری شود.

۳- نحوه مدلسازی آبشستگی

بعد از تعیین تنش برشی بستر، با توجه به مقادیر تنش

از پایین به یک پیستون متصل بوده و از بالا داخل یک مجرای افقی به سطح مقطع مستطیل می‌شود. داخل این مجرا جریان آب با سرعت معین وجود دارد. در این آزمایش، به محفظه از پایین بوسیله پیستون فشار وارد شده تا بر روی لوله که در داخل مجرای آب قرار دارد ۱ میلی‌متر برآمدگی ایجاد گردد. این برآمدگی در تماس با جریان آب داخل مجرا قرار خواهد گرفت. حال زمان مورد نیاز برای فرسایش ۱ mm از خاک بستر که در تماس با آب با سرعت ثابت v است را تعیین می‌کنند. با توجه به رابطه شماره ۱۵ نرخ آبخستگی خاک مورد نظر محاسبه می‌شود [۳].

$$Z^* = \frac{1}{t} (\text{mm/hr}) \quad (15)$$

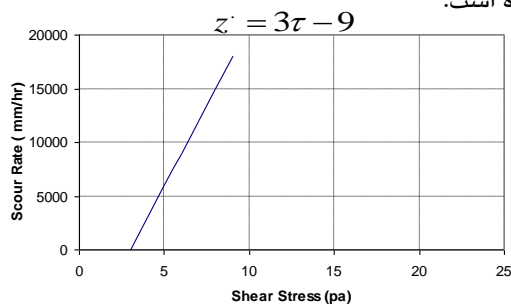
Z^* : نرخ آبخستگی بستر

مقدار تنش برشی هیدرولیکی که بر روی سطح نمونه تشکیل می‌شود از رابطه (۱۶) تعیین می‌شود [۳].

$$\tau = \frac{1}{8} f \rho V^2 \quad (16)$$

در رابطه یاد شده، D قطر هیدرولیکی لوله جریان آب، ρ دانسیته آب (kg/m^3)، V سرعت متوسط جریان آب لوله (m/s)، f ضریب اصطکاک بستر و v ویسکوزیته سینماتیکی آب ($10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) می‌باشد.

به کمک این آزمون، با توجه به جنس بستر می‌توان پتانسیل آبخستگی را در خاکهای چسبنده و غیر چسبنده تعیین نمود و به صورت نمودار تنش برشی و نرخ آبخستگی برابر شکل (۱)، ارائه نمود. نتایج این آزمون در مورد خاک رسی در شکل (۳) ارائه شده است.



شکل ۲: نتایج EFA برای بستر رسی [۳]

۳-۳- تلفیق مدل عددی باروش E-SRICOS

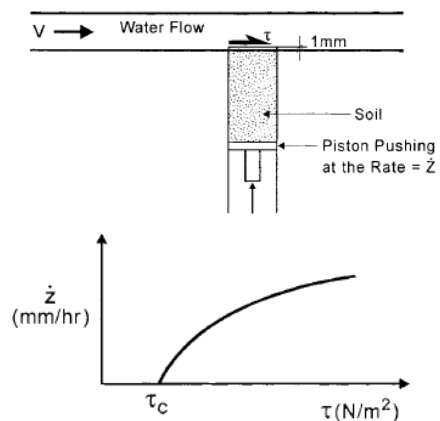
بعد از تشریح روش E-SRICOS اینک به چگونگی کاربرد نتایج این روش در مدل حاضر و تلفیق منطقی با نتایج مدل عددی پرداخته می‌شود. بطور کلی چگونگی مدلسازی آبخستگی در اطراف پایه های پل به این ترتیب می‌باشد که در هر گام زمانی و در هر گره محدوده حل، به کمک نتایج حل مدل جریان و همچنین نتایج مدل آشفستگی اعمال شده در معادلات

برشی، مقدار عمق آبخستگی در اطراف پایه‌ها محاسبه می‌شود. در این خصوص اولین گام، تعیین رابطه‌ای بین تنش برشی و تغییرات عمق آبخستگی می‌باشد. در این مورد بر اساس نتایج آزمایشگاهی موجود، بررسی‌های زیادی انجام شد و در نهایت روشی برای تعیین رابطه تنش برشی و عمق آبخستگی مشخص گردید. در تحقیق حاضر، برای تعیین عمق آبخستگی از بخشی از نتایج روش E-SRICOS استفاده شده است. برای تشریح روش کار، ابتدا می‌بایست به روش E-SRICOS [۳، ۴] و نتایج حاصل از آن اشاره نمود. در ادامه، چگونگی تلفیق روش عددی حاضر با این روش آزمایشگاهی تشریح خواهد شد.

۳-۱- برآورد عمق آبخستگی E-SRICOS

این روش، توسعه یافته روش SRICOS می‌باشد که در سال ۱۹۹۹ برای پیش بینی عمق آبخستگی در برابر زمان ارائه شد [۳، ۴]. روش، SRICOS در ابتدا برای تعیین عمق آبخستگی در خصوص پایه های دایره‌ای و همچنین در حالت سرعت ثابت و بستر با جنس یکنواخت و نیز شرط عمق جریان بزرگتر از دو برابر قطر پایه دایره‌ای، ارائه گردید. ولی این روش در سال ۲۰۰۱ توسعه یافته و قابل استفاده در مورد سایر پایه‌ها با اشکال مختلف و همچنین شرایط مختلف جریان می‌باشد.

در این روش ابتدا بوسیله انجام آزمایش EFA (دستگاه تابع فرسایش) تغییرات تابع نرخ آبخستگی $Z^*(\text{mm/hr})$ در برابر تنش برشی هیدرولیکی $\tau(\text{N/m}^2)$ تعیین می‌گردد. شکل کلی آزمایش در شکل (۱) و (۲) مشخص شده است [۳].



شکل ۱: شکل و چگونگی انجام آزمایش EFA [۳]

۳-۲- تشریح روش آزمایشگاهی E-SRICOS در تعیین عمق آبخستگی

دستگاه آزمایش EFA، شامل محفظه‌ای لوله‌ای و قائم است که داخل آن نمونه بستر مورد نظر قرار داده می‌شود. این لوله

در رابطه شماره ۱۹، مقدار λ برای هر یال حجم کنترل از رابطه $\lambda = |\bar{U}\hat{n}| + \sqrt{|\bar{U}\hat{n}|^2 + C^2(\Delta x^2 + \Delta y^2)}$ تعیین می‌شود که در آن C سرعت موج محلی بوده و به صورت $C = \sqrt{gh}$ محاسبه می‌شود. \bar{h} مقدار میانگین عمق در دو گره یال و $|\bar{U}\hat{n}|$ ضرب داخلی بردار سرعت در بردار یکه عمود بر سطح اضلاع مرزی حجم کنترل Ω ، $(\bar{U}\hat{n} = |\bar{u}\Delta y - \bar{v}\Delta x|)$ می‌باشد. ضریب CFL ، عدد کورانت-فردریش-لوی است که در این تحقیق معادل یک در نظر گرفته شد [۱].

۴-۱-۱- شرایط اولیه و شرایط مرزی

در حل معادلات جریان، هدف تعیین مقادیر سرعت در دو جهت متعامد (u, v) و مقدار عمق (h) در کلیه نقاط محیط گسسته در هر مرحله زمانی می‌باشد. قبل از آغاز محاسبات می‌باید با توجه به هندسه مدل، شرایط اولیه و مرزی را اعمال نمود.

۴-۱-۱-۱- شرایط اولیه

برای آغاز عملیات محاسبات یک جریان پایدار، در گره‌های محاسباتی، مولفه‌های سرعت جریان در جهت مثبت دو راستای اصلی مختصات برابر ۱۰٪ مقدار مولفه‌های سرعت آزاد جریان در نظر گرفته شد و عمق متوسط اولیه جریان برابر عمق آزاد اعمالی در جریان منظور گشته است. بستر مدل در شرایط اولیه هموار و برای برآورد عمق آبشستگی، بستر در حالت بستر رسی مورد بررسی قرار گرفته است.

۴-۱-۲- شرایط مرزی جریان

برای جریان زیر بحرانی، در مرز ورودی جریان (مرز بالادست) مولفه‌های سرعت و در مرز خروجی جریان (مرز پایین دست) عمق اعمال گردیده است. برای چنین جریانی، در مرز ورودی جریان عمق و در مرز خروجی جریان سرعت با استفاده از گره‌های درون محیط حل محاسبه می‌گردد [۱].

۴-۱-۳- شرایط مرزی دیوار نفوذناپذیر

با توجه به مطالب ارائه شده، بر روی سطوح مرزی دو مولفه متعامد سرعت (u, v) وجود خواهد داشت. برای مدل‌سازی سرعت روی سطوح دیواره، مولفه عمود بر دیواره سرعت جریان صفر منظور گشته و مولفه مماسی در دیواره بدون مقاومت برشی $(Slipping Wall)$ حفظ گردیده است. بدین ترتیب با فرض کم بودن اصطکاک در دیواره جریان، شرایط دیوار لغزنده در نقاط نواحی جانبی جریان می‌تواند اعمال شود.

جریان، تنش برشی از رابطه (۱۳) محاسبه شده و با توجه به نمودار شکل (۲)، با توجه به جنس بستر، در هر گام زمانی مقدار نرخ آبشستگی گره‌ها تعیین می‌شود. در ادامه نمودار تغییرات حداکثر نرخ آبشستگی با زمان در زمان کوتاه (چند ثانیه) ترسیم و رابطه همبستگی این نمودار تعیین می‌گردد. از این رابطه برای محاسبه عمق آبشستگی در دراز مدت استفاده می‌گردد. سپس عمق آبشستگی در هر گره محاسبه شده به عمق جریان در آن گره اضافه می‌شود. به عبارت دیگر تراز بستر کاهش داده می‌شود. چگونگی اعمال تغییرات تراز بستر در معادلات جریان و آشفتگی پیشتر تشریح شده است. در پایان می‌توان با توجه به کل زمان طی شده تا مرحله مورد نظر مقدار عمق آبشستگی را تعیین نمود.

۴-۲- مدل حجم محدود معادلات جریان

برای بیان و گسسته سازی معادلات کاربردی در مدل‌سازی جریان‌ات اطراف پایه پل که شامل معادلات پایستار حجم و اندازه حرکت و بطور کلی معادلات انتقال - پخشودگی $(Convection - Diffusion)$ ، و معادلات مدل آشفتگی $k - \varepsilon$ ، از روش حجم محدود استفاده شده است. در این باره رابطه شماره ۱۷ را می‌توان برای کلیه معادلات بیان نمود [۱].

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \left(\frac{\partial F^c}{\partial x} + \frac{\partial G^c}{\partial y} \right) = \left(\frac{\partial F^d}{\partial x} + \frac{\partial G^d}{\partial y} \right) + S \quad (17)$$

در رابطه شماره ۱۷، W ، شامل مقادیر متغیر و مجهول معادلات، از جمله h, u, v می‌باشد که با حل همزمان معادلات پایستار حجم و اندازه حرکت حاصل می‌شوند. F^c, G^c ، بردارهای شار انتقالی و F^d, G^d ، بردارهای شار پخشیدگی در جهات x, y می‌باشند. S ، بردار چشمه و چاه $(Sources \& Sinks)$ معادلات می‌باشد. رابطه کلی مدل حجم محدود برای حل عددی به روش صریح به صورت رابطه شماره ۱۸ می‌باشد.

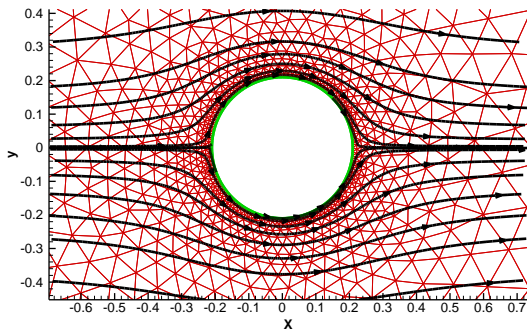
$$W_i^{t+\Delta t} = W_i^t - \frac{\Delta t}{\Omega_i} \cdot \sum_{k=1}^{N_{sides}} [(F^c \Delta y - G^c \Delta x) - (F^d \Delta y - G^d \Delta x)]_k^t + S_k^t \Delta t \quad (18)$$

با توجه به استفاده از روش همپوشان، در رابطه یاد شده، W_i مقدار مشخصه پارامترهای $h, hu, hv, hk, h\varepsilon$ در مرکز حجم کنترل، \bar{F}^c, \bar{G}^c ، مقادیر میانگین بردارهای شار انتقالی روی اضلاع مرزی حجم کنترل، F^d, G^d ، اجزاء کنترل انتگرال اطراف مرکز حجم کنترل می‌باشند. برای تعیین مقدار گام زمانی صریح Δt در رابطه ۱۸ می‌توان از رابطه ۱۹ استفاده کرد.

$$\Delta t = (CFL) \frac{\Omega}{\lambda} \quad (19)$$

۵- سنجش درستی نتایج مدل

عددی در حل مسائل با غلبه اینرسی انتقالی جریان را نمایش می‌دهد. در حالت جریان غیر لزج، هیچ گردابه‌ای در پشت پایه نباید ایجاد گردد (شکل ۵).



شکل (۵): شکل گیری جریان در اطراف پایه در حل عددی

۵-۱-۱- حل تحلیلی جریان غیرلزج در اطراف پایه

جریان اطراف پایه دایره ای را می‌توان به وسیله توابع پتانسیل و جریان نشان داد. در منابع مختلف، توابع پتانسیل و جریان در اطراف یک استوانه به صورت رابطه شماره ۲۰ می‌باشد [۵].

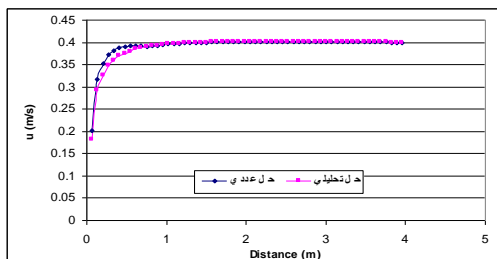
$$\Psi = -Uy\left(1 - \frac{R_0^2}{R^2}\right) \quad \text{و} \quad \phi = -Ux\left(1 + \frac{R_0^2}{R^2}\right) \quad (20)$$

در روابط یاد شده، U ، سرعت اولیه جریان (m/s)، R_0 ، شعاع استوانه (m) و R ، فاصله شعاعی هر نقطه در اطراف استوانه از مبدا مختصات می‌باشد. و به صورت ($R^2 = x^2 + y^2$) تعریف می‌شود. برای تعیین مقادیر سرعت در اطراف پایه در حل تحلیلی از رابطه (۲۱)، استفاده می‌شود.

$$v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad \text{و} \quad u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad (21)$$

۵-۱-۱-۲- مقایسه مدل‌سازی عددی با حل تحلیلی

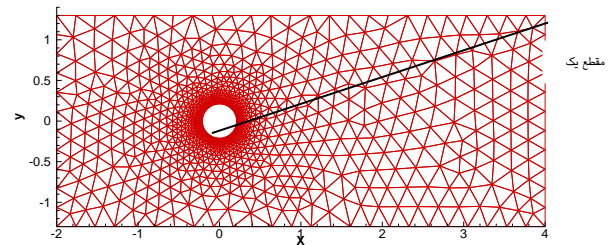
به منظور ارزیابی دقت نتایج مدل توسعه یافته برای حل معادلات جریان تراکم‌ناپذیر غیر لزج، نتایج محاسبه شده با حل تحلیلی جریان در مقطع شماره (۱) مقایسه شده است. شکل گیری جریان در مدل‌سازی عددی برابر شکل (۵) می‌باشد.



با توضیحات ارائه شده تا این بخش، درستی نتایج بدست آمده از مدل، در دو بخش نتایج جریان و نتایج آبشستگی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. سنجش درستی مدل جریان در دو حالت جریان لزج و جریان غیر لزج انجام شده است. در حالت جریان غیر لزج از حل تحلیلی و در جریان لزج از مقایسه کیفی با مدل‌های عددی مشابه استفاده شده است. سنجش درستی نتایج آبشستگی نیز با آزمونهای آزمایشگاهی در حالت بستر رسی انجام شده است. لذا نتایج آزمون آزمایشگاهی با مشخصات به شرح جدول (۱)، برای سنجش درستی استفاده می‌شود. هندسه مدل مورد استفاده در مدل‌سازی عددی برابر آزمون آزمایشگاهی و شکل (۳) می‌باشد.

شرایط اولیه حل در مدل عددی با مدل آزمایشگاهی برابر

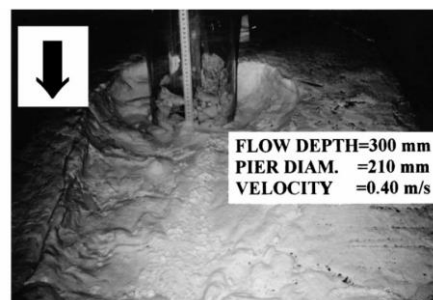
جدول شماره (۱) می‌باشد.



شکل (۳): هندسه پایه و شبکه مثلثی میدان محاسباتی جریان

جدول (۱): مشخصات آزمون آزمایشگاهی آبشستگی [۴]

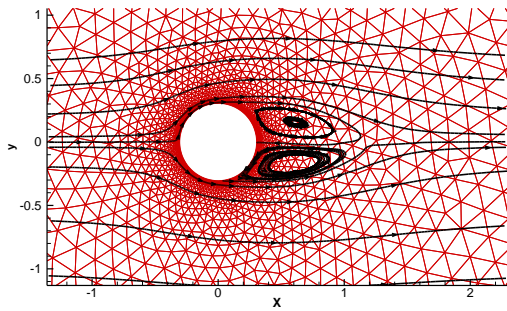
عرض پایه m	قطر میانه ذرات $d_{50}(mm)$	جنس بستر رسی	عمق اولیه جریان m	سرعت اولیه جریان m/s	قطر پایه mm
۲	۰/۰۰۶۲	رسی	۰/۳۰	۰/۴	۲۱۰



شکل (۴): شکل گیری آبشستگی در بستر رسی آزمایشگاه [۴]

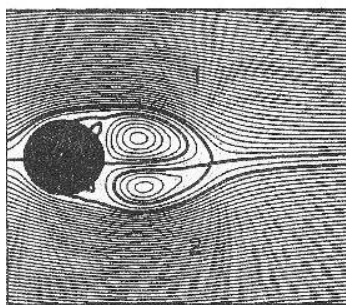
۵-۱-۲- سنجش درستی نتایج مدل جریان غیرلزج

از آنجا که رفتار جریانهای آب با اعداد رینولدز خیلی زیاد همانند جریانهای غیرلزج می‌باشد، در ابتدا نتایج مدل جریان در حالت جریان غیر لزج (آشفته با عدد رینولدز زیاد) با نتایج حل تحلیلی مقایسه می‌شوند. این آزمون کارآیی و دقت مدل



شکل (۹): شکل گیری جریان لزج در مدل حاضر (۹.۹۹ ثانیه)

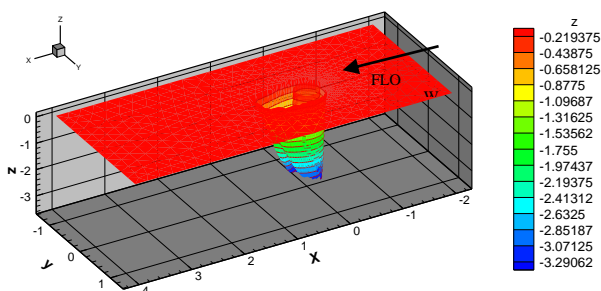
همانطور که در اشکال ارائه شده مشخص است، چگونگی شکل گیری جریان در حالت لزج در مدل عددی حاضر با مدل عددی G. Alfonsi مشابه بوده و همخوانی مناسبی دارد. از این نتایج می توان به درستی نتایج مدلسازی جریان لزج در اطراف پایه دایره ای پی برد.



شکل (۱۰): شکل گیری جریان لزج در مدل عددی G. Alfonsi (۱۰ ثانیه). [۹]

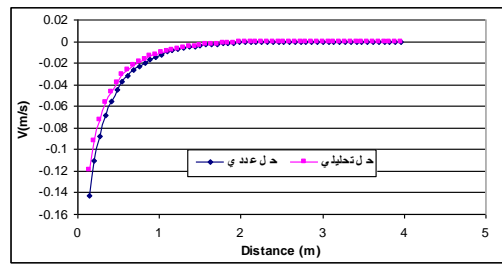
۵-۴- سنجش درستی نتایج مدل آبشستگی

در ادامه نتایج مدل عددی برای تعیین عمق آبشستگی با آزمون آزمایشگاهی مرجع [۴] مقایسه می شود. برای نمونه نتایج مدلسازی عددی آبشستگی بستر در شکل (۱۱) در زمان ۱۰ ساعت ارائه شده است.



شکل (۱۱): مدل سه بعدی تغییرات تراز بستر در اثر آبشستگی در زمان ۱۰ ساعت (سانتیمتر)

نرخ تغییرات عمق آبشستگی در روش عددی و آزمون آزمایشگاهی در شکل (۱۲) ارائه شده است. مقایسه نتایج مدل محاسباتی با اندازه گیری های آزمایشگاهی و محاسبه خطای مدل عددی بعد از رسیدن به تعادل، در جدول (۲) ارائه شده است. این نتایج برای بستر رسی بدست آمده اند. با توجه به

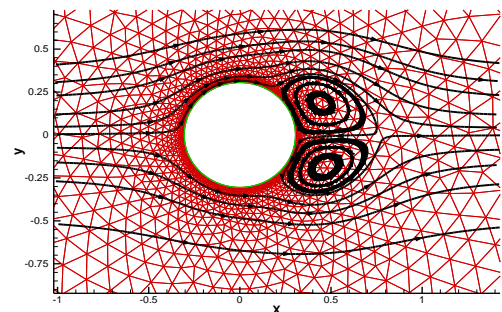


شکل (۱): نتایج پارامترهای جریان مدل عددی و حل تحلیلی (۱- سرعت در جهت X، ۲- سرعت در جهت Y)

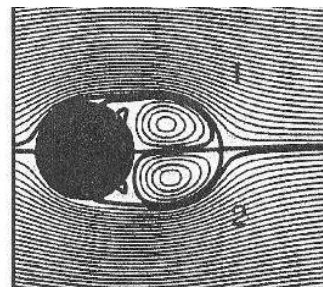
از این مقایسه می توان نتیجه گرفت درستی نتایج مدل تدوین شده در چگونگی شکل گیری جریان با خطای کمتر از ۴ درصد نسبت به حل تحلیلی، مورد پذیرش است.

۵-۳- سنجش درستی نتایج مدل جریان لزج

برای سنجش درستی نتایج حل عددی جریان با غلبه لزجت، جریان لزج در اطراف پایه از مدل های عددی موجود در این زمینه استفاده شده است. مدل عددی استفاده شده برای کنترل، مدل G. Alfonsi می باشد [۹]. البته به علت ارائه نشدن مقادیر کمی پارامترهای جریان، تنها شکل گیری جریان به صورت کیفی مورد مقایسه قرار گرفته است. برای مقایسه دقیق تر مدلسازی عددی حاضر و مدل عددی Alfonsi در زمان های مختلف چگونگی شکل گیری جریان در دو مدل مقایسه شده است. شکل گیری جریان لزج در زمان ۶ ثانیه در دو روش عبارتست از: (طبق اشکال شماره ۹-۷ خواهد بود):

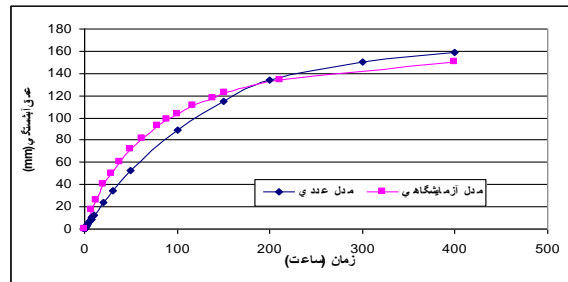


شکل (۷): شکل گیری جریان لزج در مدل حاضر (۵.۹۸ ثانیه)



شکل (۸): شکل گیری جریان لزج در مدل عددی G. Alfonsi (۶ ثانیه) [۱]

جدول یاد شده، درستی نتایج مدل آبشستگی باتوجه به درصد خطای محاسبه، بسیار خوب برآورد می‌شود.



شکل (۱۲): تغییرات عمق آبشستگی با زمان در پشت پایه

جدول (۲): مقایسه نتایج دو روش مورد مطالعه

عمق آبشستگی حداکثر	نرخ آبشستگی متناظر با حداکثر	تنش برشی حداکثر	پارامتر مورد مقایسه
$z_{max} (mm)$	τ_{max} $z^* (mm/hr)$	$\tau_{max} (N/m^2)$	روش مورد استفاده
۱۸۰	۲/۵	۲/۰	مدل آزمایشگاهی
۱۹۵/۶۵	۲/۸۰۱۴	۲/۲۳۹۵	مدل عددی حاضر
۸/۷۰	۱۲/۰۰	۱۱/۹۵	درصد خطا

همانگونه که در جدول (۲) دیده می‌شود، از میزان خطای محاسبه شده و شکلهای (۴) و (۱۲) می‌توان نتیجه گرفت مدل تدوین شده در تعیین عمق آبشستگی و چگونگی شکل‌گیری آن در اطراف پایه دایره‌ای در بستر رسی، موفق عمل کرده و قابل استفاده در مسائل کاربردی می‌باشد.

۷- مراجع

- [۱] صباغ یزدی، سعید رضا؛ "شبه سازی جریان آشفته دو بعدی در اطراف پایه ها بوسیله حل عددی معادلات میانگین عمقی روی شبکه بدون ساختار مثلثی"، چهارمین کنفرانس بین المللی سواحل، بنادر و سازه های دریایی، مجتمع بندری شهید رجائی، بندر عباس، ایران، آبان ماه ۱۳۷۹.
- [۲] Younes, M., Hanif Chaudhry, M., "A Depth-Averaged $k-\epsilon$ Turbulence Model for the Computation of Free Surface Flow", Journal of Hydraulic Research, Vol.32, No. 3, pp. 415-439, 1994.
- [۳] Briaud J. L., Chen H. C., Kwak K. W., Han S. W., and Ting F. C. K., "Multiflood And Multilayer Method for Scour Rate Predication at Bridge Piers", Journal of Geotechnic and Geoenvironmental Engineering, pp125, February 2001.
- [۴] Briaud J. L., Ting F. C. K., Chen H. C., Gudavalli R., Perugu S. and Wei G. "SRICOS: Prediction of Scour Rate in Cohesive Soils at Bridge Piers", Journal of Geotechnic and Geoenvironmental Engineering, pp101, April 1999.
- [۵] Vallentine H. R., (Applied Hydrodynamics), Butterworths, London, 1969.
- [۶] Rodi, W., "Turbulence Models and their Application in Hydraulics", 3rd Ed, IAHR Monograph, Balkema, Rotterdam, The Netherland. 1999.
- [۷] Balas L. and Ozhan E. "An Implicit Three-Dimensional Numerical Modeling to Simulate Transport Processes in Coastal Water Bodies", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 34, pp. 307-339, 2000.
- [۸] U.S. Department of Transportation (Enhanced Abutment Scour Studies for Compound Channel), Mclean, 2004.
- [۹] G. Alfonsi, A. Giorgini, "The Use of a Mixed Spectral-Finite Analytic Numerical Technique for the Analysis of the Vortex Shedding Past a Circular Cylinder" School of Civil Engineering, Purdue University West Lafayette, Indiana 47906, 1987.

۶- نتیجه گیری

در تحقیق حاضر، با استفاده از روش حجم محدود همپوشان رئوس شبکه مثلثی، حل عددی معادلات پایستار حجم و مقدار حرکت آبهای کم عمق به همراه دو معادله انرژی جنبشی آشفتگی و نرخ استهلاك آن با دقت انجام گرفت. با ترکیب نتایج مدل تحلیل جریان افقی (میدان سرعت جریان گردابی و انرژی آشفتگی) با روابط تجربی برای شستگی بستر (که برای فرسایش بستر افقی در غیاب پایه در آزمایشگاه استخراج شده‌اند)، مدلسازی آبشستگی بستر رسی در اطراف پایه استوانه‌ای با موفقیت انجام شد. نتایج بدست آمده از مدل توسعه یافته دارای دقت قابل قبولی در حد کمتر از ۴ درصد خطا برای مدل جریان و ۱۲ درصد خطای متوسط برای مدل آبشستگی می‌باشد. مدل توسعه یافته با توجه به الگوریتم حل تشریح شده قابلیت تعیین تغییرات بستر در حین آبشستگی را با استفاده از تنشهای برشی قابل محاسبه به کمک سرعتهای محلی و انرژی آشفتگی جریان گردآبی افقی را دارد. با توجه به تقریب خوب و بار محاسباتی کم این مدل دوبعدی، استفاده از آن برای استفاده در برآورد عمق آبشستگی اطراف پایه پلها نسبت به کاربرد مدل‌های سه بعدی برتری دارد. قابلیت مدل عددی تدوین شده در استفاده از شبکه بی‌ساختار مثلثی کاربرد آنرا برای مدلسازی آبشستگی اطراف پایه های با شکل دلخواه امکان پذیر می‌سازد.