تحليل مسائل تحت بارگذاري تنش صفحه‌اي به روش بي‌نياز از عمليات ماتريسي گالركين حجم محدود

سعیدرضا صباغ یزدی [۱*]؛ سمیراعلی محمدی[۲]

چکیده

دراین مقاله، روش جدید حل عددی بی‌نیاز از عملیات ماتریسی گالرکین- حجم محدود، برای حل معادلات دوبعدی کاوشی دردیدگاه لاگرانژی حاکم بر تنش‌های صفحه‌ای، با فرض روابط خطی برای سازگاری تنش و تغییر شکل‌ها، برروی المان‌های مثلثی توسعه داده شده‌است. معادله حرکت حاکم بر صفحات تحت تنش‌های صفحه‌ای توسط این روش در شبکه‌های بی‌ساختار گسسته‌سازی شده‌اند و تحلیل سازه به‌صورت حل صریح و بدون نیاز به عملیات ماتریسی انجام شده است. برای ایجاد دید مهندسی و فیزیکی از نتایج تحلیل و هم‌چنین ارزیابی کیفی جواب‌های به‌دست آمده از حل عددی برروی یک صفحه نمونه تحت تنش‌های صفحه‌ای، نتایج بصورت مناطق رنگی هم‌تنش و هم‌تغییر شکل بر روی هندسه سازه ترسیم شده‌اند و با حل تحلیلی آن و نتایج سایر روش‌های عددی مقایسه شده است .

كلمات كليدي

مدل‌سازی عددی، روش گالرکین حجم محدود، تحلیل تنش صفحه‌ای، شبکه‌های مثلثی بی‌ساختار

Analysis of a Plane-Stress Problems using Matrix Free Galerkin Explicit Finite Volume Method for Unstructured Triangular Mesh

S.R. Yazdi ; S. Alimohammadi

ABSTRACT

In this article, a new finite volume solver which uses a matrix free Galerkin approach for explicit solution of weak form of two dimensional Cauchy equilibrium equations is introduced. This method is suitable for linear structural problems for which two-dimensional assumption can be applied. In this work, the two dimensional equations of motion governing the plane stress problems are solved on unstructured triangular meshes. In order to present the accuracy of computed results of introduced method, a plate test case under distributed load with available computed results from other numerical methods are utilized. The results presented in terms of stress and strain contours and compared with the available analytical solution**.**

KEYWORDS

Numerical Modeling, Galerkin Finite Volume Method, Plane Stress Analysis, Unstructured Triangular Mesh

---

تاریخ دریافت مقاله:۱۳۸۸/۱۲/۱۵

تاریخ اصلاحات مقاله: ۱۳۸۹/۱۰/۱۵

[۱*] نویسنده مسئول و دانشیار؛ دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی: SYazdi@kntu.ac.ir.

[۲] دانشجوی کارشناسی ارشد سازه‌های‌هیدرولیکی؛ دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی: Samira.kntu@yahoo.com.

۱- مقدمه

در بین روش‌های عددی، روش اجزاء محدود[1] پایداری خودش را به عنوان روشی استاندارد در محاسبات مکانیک جامدات[2] حفظ کرده است، به خصوص در مسائل تغییر شکلی که شامل تحلیل مواد غیرخطی است، کاربرد دارد. حل عددی جامدات در محدوده تراکم‌ناپذیری آن، باعث ایجاد مشکلاتی می‌شود. برای مثال در انتگرالگیری از تغییرشکل براساس مرتبه‌های پایین المان محدود، قفل‌شدگی حجمی ایجاد می‌شود [۱].

در ابتدا روش حجم محدود[3] برای حل مسائل دینامیک سیالات محاسباتی و مسائلی در زمینه محاسبات انتقال جرم و حرارت استفاده می‌شده [۲]، ولی امروزه در زمینه تحلیل اجسام جامد شامل مواد ایزوتروپیک خطی و غیرخطی نیز کاربرد یافته، بنابراین در سال‌های اخیر علاقه برای به‌کارگیری روش حجم محدود در زمینه تحلیل مسائل سازه‌ای بیشتر شده است [۳].

نتایج تعدادی نمونه آزمون شاهد به‌دست آمده از روش حجم محدود، چندین برتری را نسبت به روش‌های تفاوت محدود و اجزاء محدود نشان می‌دهد. برای مثال برخلاف حل تفاضل محدود[4]، حجم محدود روشی است که وضعیت پایستار کمیت‌های حل در معادلات حاکم بر مسئله را حفظ می‌نماید. هم‌چنین روش حجم محدود برای هر محدوده هندسی (با مرزهای بی‌قاعده و منظم محاسباتی) قابل استفاده است. اگرچه حل حجم محدود بر روی شبکه‌بندی‌هایی شامل سلول‌های چهارضلعی در برخی موارد رفتار مناسبی نداشته است، اما محاسبات عددی به روش حجم محدود با شبکه‌بندی شامل سلول‌های مثلثی، همخوانی مناسبی با نتایج حل تحلیلی نشان داده است. حل محاسباتی اندرکنش سیال و سازه به روش اجزاء محدود در برخی موارد (که از دو نوع کد متفاوت شامل دو نوع شبکه‌بندی برای سیال و سازه استفاده شده است) مشکل‌ساز بوده است [۴]. اما از آنجا که فرایند دینامیک محاسباتی سیالات[5] براساس روش‌های حجم محدود به طور کامل توسعه یافته است، حل مکانیک سازه محاسباتی حجم محدود امکان حل درگیر مسائل چند پدیده‌ای سیال و سازه را فراهم می‌نماید. بنابراین در بسیاری از کاربردهای مهندسی که احتیاج بسیار زیادی به حل مسائل درگیر چند پدیده‌ای آب و سازه در آن وجود دارد، روش حجم محدود می‌تواند برای حل مناسب باشد. بنابراین در چند دهه گذشته عده‌ای از محققین، به توسعه روش‌های حجم محدود برای حل مسائل مکانیک محاسباتی علاقمند شده‌اند. این روش‌ها را می‌توان به دو دسته مرکزیت سلول و رئوس سلول طبقه‌بندی نمود که هر دو، قوانین پایستار را روی حجم کنترل به‌کار می‌گیرند[۵و۶]. دسته اول براساس روش‌های سنتی حجم محدود که به‌صورت گسترده‌ای برای مسائل دینامیک محاسباتی سیالات استفاده می‌شده بنا شده است و در آن حجم کنترل برابر یک سلول محاسباتی در نظر گرفته می‌شود. در دسته دوم حجم کنترل شامل بخش یا تمام حجم مجموعه‌ای از سلولها است که در یک نقطه گرهی مشترکند. اگرچه شیوه‌های متنوعی از این روش‌ها برروی شبکه‌های بی‌ساختار و باساختار مورد استفاده قرار گرفته‌اند، در سال‌های اخیر شیوه حل ضمنی مناسب با حل درگیر مسائل سیال و سازه ارائه شده که مناسب کاربرد برروی شبکه‌های بی‌ساختار است [۷].

در تحقیق حاضر، روش حل حجم محدود صریح (بدون نیاز به عملیات ماتریسی) که براساس برخی ایده‌های اساسی روش‌های المان محدود برای شبکه بی‌ساختار مثلثی پایه‌گذاری شده است، معرفی می‌شود. در این روش اگرچه تابع شکل خطی جزء مثلثی در روند گسسته‌سازی شکل ضعیف معادلات تعادل کاوشی به شیوه گالرکین باقیمانده‌های وزن‌دار استفاده می‌شود، اما در پایان روابط جبری فرمول بندی گالرکین حجم محدود[6] ، بدون تابع شکل به‌دست می‌آید که به‌صورت صریح قابل حل است. برای ارزیابی نتایج طرح عددی توسعه داده شده تحلیل دوبعدی، وضعیت تعادلی روی نمونه‌هایی از صفحات تحت تنش‌های صفحه‌ای انجام شده و نتایج برای تنش و تغییرشکل این صفحه با حل تحلیلی و عددی گزارش شده در مقالات مرجع مقایسه شده‌اند.

۲- معادلات حاکم

در مسائل دوبعدی مکانیک جامدات، رفتار حرکت پیوسته صفحه توسط معادلات تعادلی کاوشی حاکم برآن تعریف می‌شود [۸]:

$$\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}=\frac{\partial N_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial N_{xy}}{\partial y}+P_x$$
$$\rho\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2}=\frac{\partial N_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial N_{xy}}{\partial x}+P_y \qquad (۱)$$

که در آن‌ها $\bar{u}=(u_x,u_y)^T$ بردار جابه‌جایی و $N=(N_{xx},N_{yy},N_{xy})^T$ بردار تنش است و عوامل P_x و P_y مولفه‌های نیروهای بدنه‌ای و ρ چگالی جسم است.

با فرض خطی بودن رابطه تنش $N=(N_{xx},N_{yy},N_{xy})^T$ و کرنش $\varepsilon=(\varepsilon_{xx},\varepsilon_{yy},\varepsilon_{xy})^T$، روابط هم‌سازی تنش و تغییرشکل، این معادلات به‌صورت تابعی از مولفه‌های بردار تغییرمکان $\bar{u}=(u_x,u_y)^T$ به‌دست می‌آیند که در جهت‌های x و y، معادلات براساس دو مجهول u_x, u_y به‌صورت رابطه (۲)

نوشته می‌شوند:

$$\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(C_1\frac{\partial u_x}{\partial x}+C_2\frac{\partial u_y}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial y}C_3\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}+\frac{\partial u_y}{\partial x}\right)+P_x \qquad (۲)$$

$$\rho\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial x}C_3\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}+\frac{\partial u_y}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(C_2\frac{\partial u_x}{\partial x}+C_1\frac{\partial u_y}{\partial y}\right)+P_y$$

که در آن‌ها ضرایب ثابت معادلات به‌صورت رابطه (۳) معرفی می‌شوند:

$$C_1=\frac{E}{(1-\upsilon^2)}\ ,\quad C_2=\frac{E\upsilon}{(1-\upsilon^2)}\ ,\quad C_3=\frac{E}{2(1+\upsilon)} \qquad (۳)$$

و در آن E ثابت کشسانی یانگ و υ ضریب کرنش جانبی پواسون هستند.

۳- گسسته‌سازی

برای به‌دست آوردن شکل گسسته معادلات حاکم بر صفحات در راستای i، عبارت (۴) استفاده می‌شود:

$$\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}=\frac{\partial N_{ij}}{\partial x_i}+P_i \qquad (j=1,2) \qquad (٤)$$

که در آن تنش‌های صفحه‌ای عبارتنداز:

$$N_{11}=\left(C_1\frac{\partial u_x}{\partial x}+C_2\frac{\partial u_y}{\partial y}\right),\quad N_{12}=C_3\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}+\frac{\partial u_y}{\partial x}\right) \qquad (۱-۴)$$

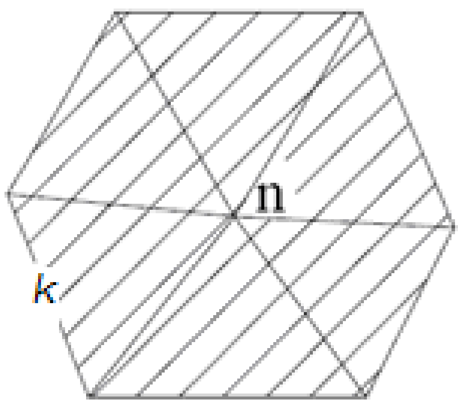
$$N_{21}=C_3\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}+\frac{\partial u_y}{\partial x}\right),\quad N_{22}=\left(C_2\frac{\partial u_x}{\partial x}+C_1\frac{\partial u_y}{\partial y}\right)$$

با به‌کارگیری روش باقیمانده‌های وزن‌دار، پس از ضرب تابع وزنی ω در معادلات (۴) وانتگرال‌گیری آن در زیرحوزه محاسباتی Ω شکل (۱)، می‌توان نوشت [۹]:

$$\int_\Omega \omega.\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}d\Omega=[\omega.\vec{F}_i]_\gamma-\int_\Omega(\vec{F}_i.\vec{\nabla}\omega)d\Omega+\int_\Omega \omega P_i\,d\Omega \qquad (۵)$$

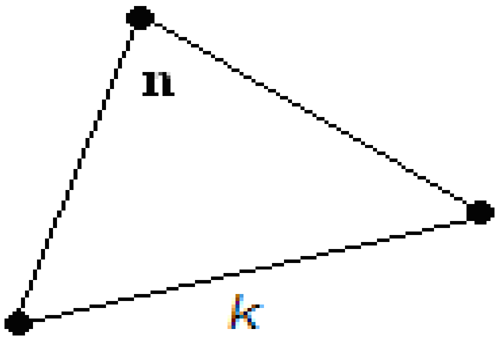
که در آن بردار تنش در راستای i به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{F}_i=N_{i1}\hat{i}+N_{i2}\hat{j} \qquad (۱-۵)$$



شکل (۱): منطقه محاسباتی با مساحت Ω_n

با توجه به روش گالرکین، تابع وزنی ω می‌تواند برابر با تابع درون‌یابی خطی ϕ انتخاب شود. این تابع ϕ_k برای یک المان مثلثی (با سه وجه)، در محل گره موردنظر، n مقدار واحد و در سایر گره‌ها k مقدار صفر به خود می‌گیرد (شکل ۲):



شکل (۲): یک المان مثلثی خطی

بنابراین مجموع جمله $[\omega.\vec{F}_i]_\gamma$ در مرز محاسباتی Ω_n برابر با صفر است. همچنین طرف راست معادله (۵) به‌صورت رابطه (۶) گسسته‌سازی می‌شود:

$$\int_\Omega(\vec{F}_i.\vec{\nabla}\phi)\,d\Omega\approx-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N}(\tilde{\vec{F}}_i\vec{\Delta}l)_k \qquad (۶)$$

$$\int_\Omega \phi P_i\,d\Omega\approx\frac{\Omega_n}{3}P_i \qquad (۷)$$

عبارت سمت چپ برروی یک المان مثلثی خطی و گسسته‌سازی مشتق زمانی به‌کمک روش تفاضل محدودعبارت است از:

$$\int_\Omega \phi.\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}d\Omega=\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\int_\Omega \phi u\ \ d\Omega\right)\approx\rho\frac{\Omega_i}{3}\left(\frac{u_i^{t+\Delta t}-2u_i^t+u_i^{t-\Delta t}}{\Delta t^2}\right) \qquad (۸)$$

بنابراین شکل گسسته نهایی معادله (۴) به صورت رابطه (۹) بدست می‌آید:

$$\left(\frac{u_i^{t+\Delta t}-2u_i^t+u_i^{t-\Delta t}}{(\Delta t)^2}\right)_n=\frac{3}{2\rho\Omega_n}\sum_{k=1}^{N}(\tilde{N}_{i1}\Delta y\ -\tilde{N}_{i2}\Delta x\ )_k+\frac{3}{\rho\Omega_n}(P_i\frac{\Omega_n}{3}) \qquad (۹)$$

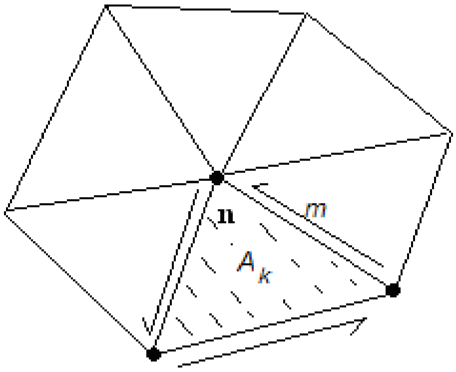
با توجه به اینکه بردار i نمایان‌گر جهت x و بردار j نشان‌دهنده جهت y است، تنش‌های N_{i2} و N_{i1} به‌صورت رابطه (۱۰) محاسبه می‌شوند:

$$\tilde{N}_{xx}=\left\{C_1\frac{\partial u_x}{\partial x}+C_2\frac{\partial u_y}{\partial y}\right\}\approx\left\{\frac{1}{A_k}\sum_{m=1}^{3}(C_1u_x\Delta y-C_2u_y\Delta x)_m\right\} \qquad (۱۰)$$

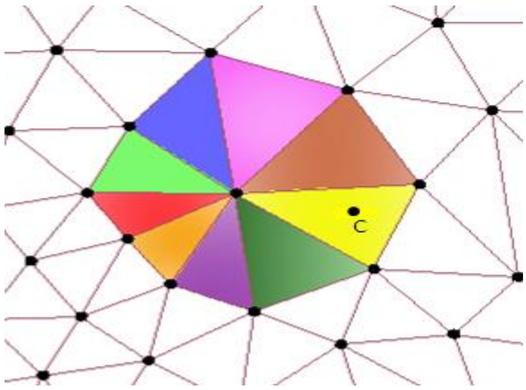
$$\tilde{N}_{xy}=\tilde{N}_{yx}=\left\{C_3\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}+\frac{\partial u_y}{\partial x}\right)\right\}\approx\left\{\frac{1}{A_k}\sum_{m=1}^{3}(C_3u_x\Delta y-C_3u_y\Delta x)_m\right\}$$

$$\tilde{N}_{yy}=\left\{C_2\frac{\partial u_x}{\partial x}+C_1\frac{\partial u_y}{\partial y}\right\}\approx\left\{\frac{1}{A_k}\sum_{m=1}^{3}(C_2u_x\Delta y-C_1u_y\Delta x)_m\right\}$$

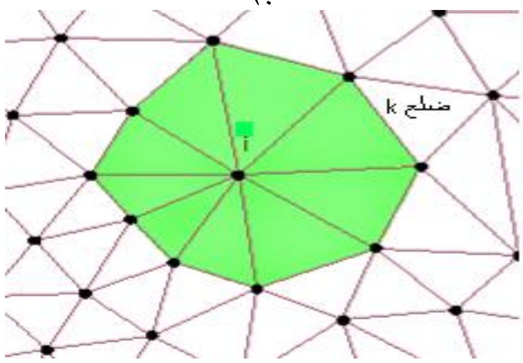
که A_k، در شکل (۳-الف) مساحت المان مثلثی با سه وجه است. در حقیقت همان‌گونه که در شکل (۳-ب) دیده می‌شود در ابتدا مقادیر N_{i1} و N_{i2} در مرکز هر سلول که با رنگ‌های متفاوت نشان داده شده است به‌دست آمده و در پایان در راس حجم کنترل تیره شده i در شکل (۳- ج)، تغییر مکان‌های u_x , u_y محاسبه می‌شوند.



الف)



ب)



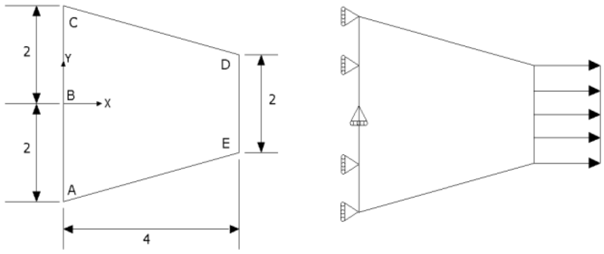
ج)

شکل (۳): حجم کنترل‌های مورد استفاده در شبکه مثلثی بی‌ساختار

الف – المان مثلثی با مساحت A_k ب- حجم کنترل فرعی محاسبه مقادیر مشتقات جابجایی (کرنش) در مراکز المان ج- حجم کنترل اصلی برای محاسبه مقادیر جابجایی در نقاط گرهی (رئوس المان)

٤- آزمون نمونه

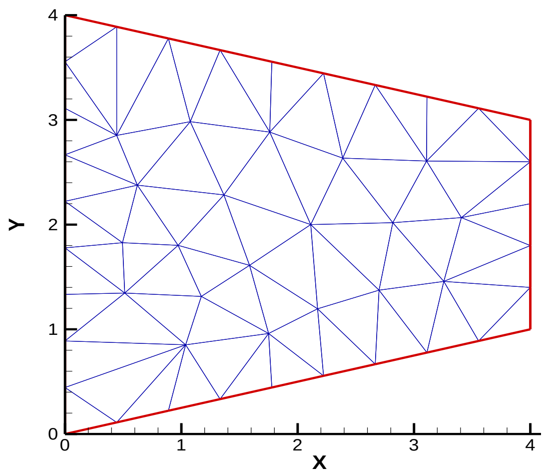
یک صفحه ذوزنقه‌ای شکل در حالت دوبعدی که تحت تنش‌های صفحه‌ای قرار گرفته است، توسط نرم‌افزار تهیه شده تحلیل شد. همچنین این نمونه در مراجع [۱۰] و [۱۱] نیز برای بررسی درستی مورد استفاده قرار گرفته، نتایج این برنامه با نتایج تحلیلی مقایسه شده و همخوانی خوبی حاصل شده است. مشخصات این صفحه در جدول (۱) آمده است:



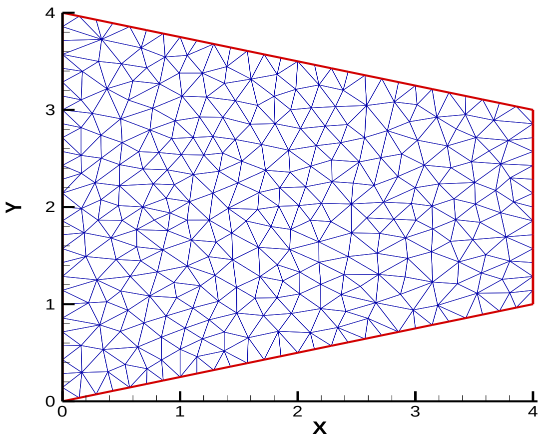
شکل (۴): صفحه مورد استفاده در آزمون ارزیابی بررسی درستی

جدول (۱): مشخصات و عوامل صفحه ذوزنقه‌ای شکل مورد تحلیل

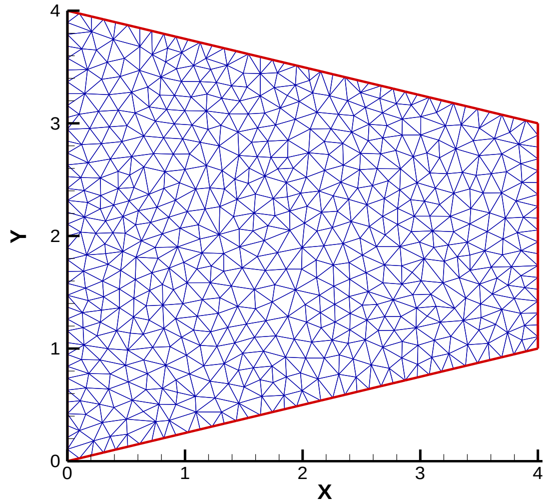
عوامل محاسباتی صفحه نازک ذوزنقه‌ای تحت تنش‌های صفحه‌ای	مقادیر
بارگسترده‌درجهت Nxx	۱۰ $M\ N/m$
ضخامت صفحه، t	۰/۱ m
دانسیته، ρ	۸۷۳۰ kg/m^3
مدول یانگ، E	۲۱۰۱۰۳ MPa
نسبت پواسون، υ	۰/۳



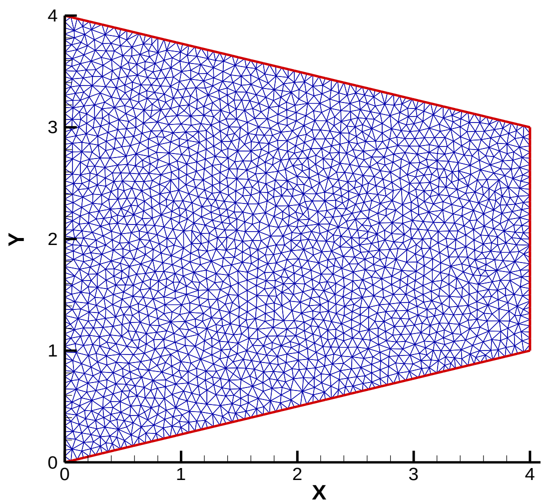
الف) شبکه شامل ۵۲ نقطه و ۷۰ المان



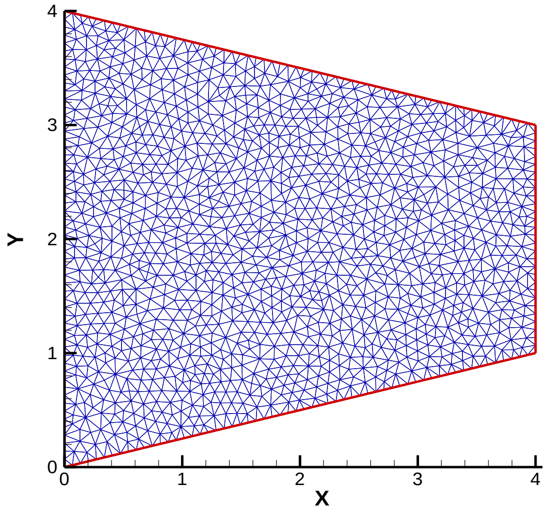
ب) شبکه شامل ۳۴۵ نقطه و ۵۹۰ المان



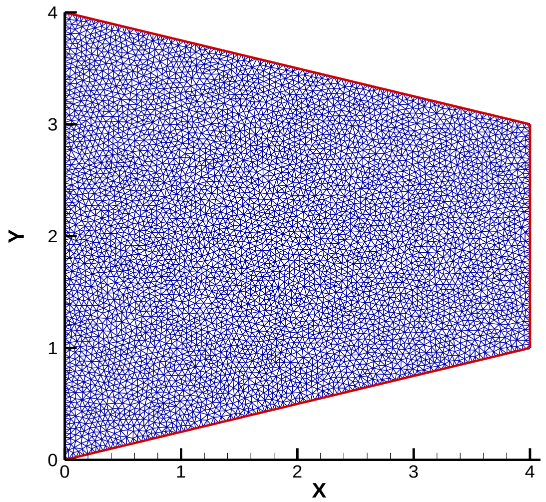
پ) شبکه شامل ۶۴۰ نقطه و ۱۱۴۳ المان



ث) شبکه شامل ۲۲۰۶ نقطه و ۴۱۵۱ المان



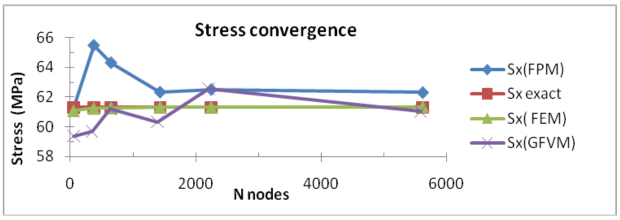
ت) شبکه شامل ۱۳۹۰ نقطه و ۲۵۷۴ المان



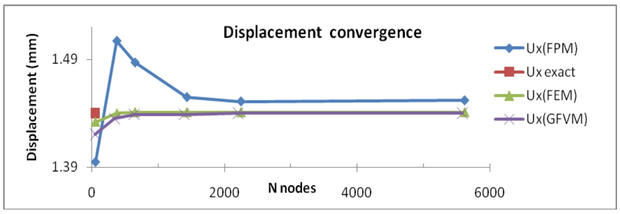
ج) شبکه شامل ۵۵۸۲ نقطه و ۱۰۷۴۳ المان

شکل (۵): شبکه‌بندی‌های مختلف استفاده شده در آزمون

عوامل قابل مقایسه در این آزمون، تغییرشکل وسط ضلع DE و تنش بوجود آمده در B، در راستای x است که از حل تحلیلی مقادیر U=۱/۴۴mm ، SX=۶۱/۳Mpa برای آن‌ها محاسبه شده‌اند [۱۰]. این صفحه توسط روش تحلیلی گالرکین حجم محدود برروی شش نوع شبکه مختلف که در شکل (۵) آورده شده است، تحلیل شد و نتایج بدست آمده از آن در جداول (۲) و (۳) و نمودارهای (۱-الف) و (۱- ب)آورده شده است.



الف) نمودار تنش در نقطه *B* برحسب تعداد نقاط، برای روش‌های عددی مختلف



ب) نمودار تغییرمکان در وسط مرز *DE* – برحسب تعداد نقاط، برای روش‌های عددی مختلف

نمودار (۱): نمودار نتایج

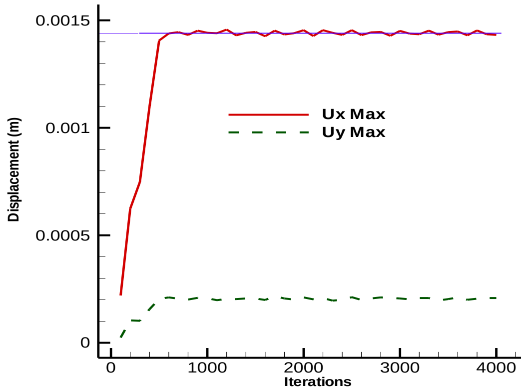
جدول (۲): مقدار تنش‌های به‌دست آمده در راستای x در نقطه B از صفحه و درصد خطاها

درصد خطای GFVM نسبت به حل تحلیلی(%)	مقدار تنش (Mpa) GFVM	تعداد نقاط شبکه بندی‌های مختلف در روش GFVM	درصد خطای FEM با حل تحلیلی(%)	مقدار تنش FEM (Mpa)	درصد خطای FPM نسبت به حل تحلیلی(%)	مقدار تنش (Mpa) FPM	تعداد نقاط شبکه بندی‌های مختلف در روش‌های FEM و FPM
۳/۱	۵۹/۳۷۸۸	۵۲	۰/۴۲	۶۱/۰۷۰	۰/۱	۶۱/۲۶۶	۵۴
۲/۶	۵۹/۶۹۱۵	۳۴۵	۰/۱۱	۶۱/۲۶۲	۴/۶۳	۶۴/۳۰۷	۶۵۲
۰/۱۶	۶۱/۲۰۱۴	۶۴۰	۰/۱۵	۶۱/۲۴۰	۶/۳۲	۶۵/۴۷۱	۱۳۷۷
۱/۲	۶۰/۵۳۳۶	۱۳۹۰	۰/۲۰	۶۱/۳۱۸	۱/۶۱	۶۲/۳۳۶	۱۴۳۲
۱/۵	۶۲/۲۷۵۵	۲۲۰۶	۰/۲۰	۶۱/۳۲۰	۱/۸۹	۶۲/۵۱۳	۲۲۴۶
۰/۴	۶۱/۰۴۰۵	۵۵۸۲	۰	۶۱/۳۳۳	۱/۵۶	۶۲/۳۰۶	۵۶۱۴

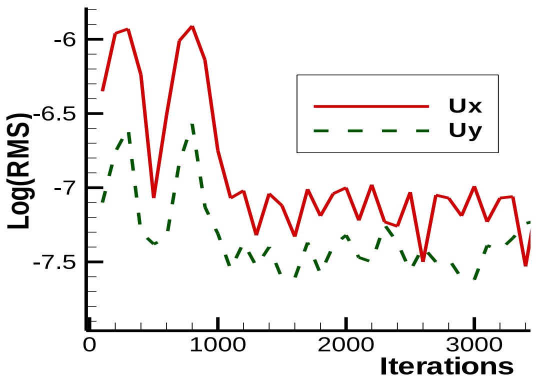
جدول (۳): نتایج تغییر مکان بدست آمده در راستای x در وسط ضلع DE از روش‌های متفاوت و درصد خطای آن‌ها

درصد خطای GFVM نسبت به حل تحلیلی(%)	مقدار تغییرمکان (mm) GFVM	تعداد نقاط شبکه بندی‌های مختلف در روش GFVM	درصد خطای FEM نسبت به حل تحلیلی(%)	مقدار تغییرمکان mm) (FEM	درصد خطای FPM نسبت به حل تحلیلی(%)	مقدار تغییرمکان (mm) FPM	تعداد نقاط شبکه بندی‌های مختلف در روش‌های FEM و FPM
۱/۳۶	۱/۴۲۰۴	۵۲	۰/۶	۱/۴۳۱۶	۳/۱	۱/۳۹۵	۵۴
۰/۳۵	۱/۴۳۵۰	۳۴۵	۰/۴	۱/۴۴۰۶	۴/۴	۱/۵۰۷	۶۵۲
۰/۰۷	۱/۴۳۹۰	۶۴۰	۰/۰۱۳	۱/۴۳۹۸	۳/۲	۱/۴۸۷	۱۳۷۷
۰/۰۷	۱/۴۳۹۰	۱۳۹۰	۰/۰۷	۱/۴۴۱۱	۱	۱/۴۵۵	۱۴۳۲
۰	۱/۴۴	۲۲۰۶	۰/۰۷	۱/۴۴۱۰	۰/۷۵	۱/۴۵۱	۲۲۴۶
۰	۱/۴۴	۵۵۸۲	۰/۰۸	۱/۴۴۱۲	۰/۷۵	۱/۴۵۲	۵۶۱۴

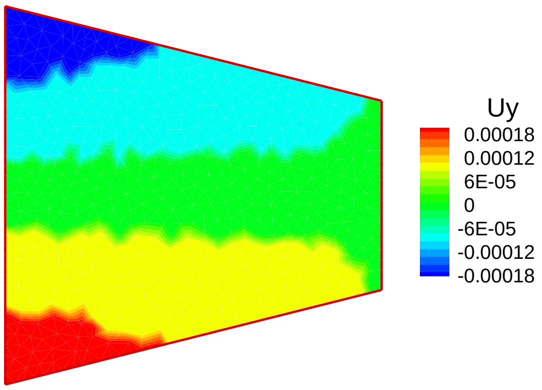
شکل‌های (۶) و (۷) نرخ همگرایی جابه‌جایی و نمودار لگاریتمی خطا را با تعداد تکرارهای ثابت نشان می‌دهند. همان‌طور که مشخص است، جواب‌ها با افزایش تعداد تکرار ثابت شده و خطا کمتر می‌شود، بنابراین ارزش جواب‌ها بیش‌تر می‌شود. نمونه‌ای از نتایج محاسبه شده به‌صورت نقشه رنگی مناطق هم تغییرمکان و همتنش، در شکل (۸) و (۹)آورده شده است.



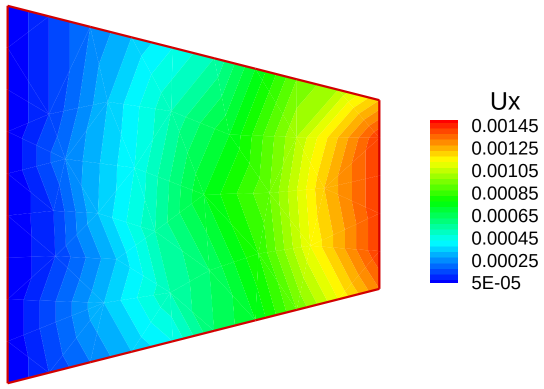
شکل(۶): نمودار نرخ همگرایی مقدار



شکل (۷): نمودار لگاریتمی خطای همگرایی وجابه‌جایی برحسب تکرار



ب) نقشه رنگی تغییر شکل u_y بدست آمده از روش GFVM

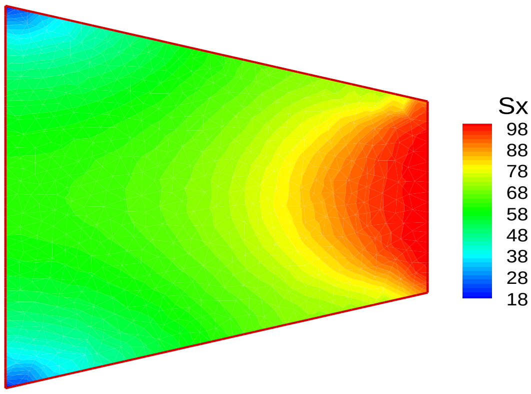


الف) نقشه رنگی تغییر شکل u_x بدست آمده از روش *GFVM*

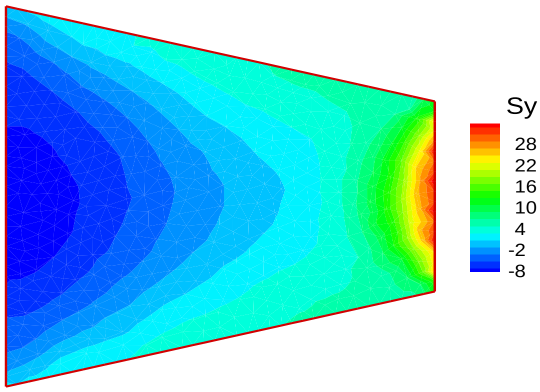
شکل (۸): نقشه رنگی مناطق هم تغییر مکان u_x و u_y (m)

۵- نتیجه‌گیری

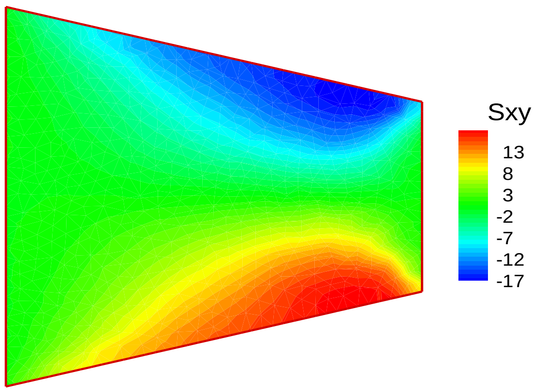
در مقاله حاضر روش حل صریح گالرکین حجم محدود بدون استفاده از عملیات ماتریسی برای حل معادلات تعادل حاکم بر مسائل سازه‌ای دو بعدی معرفی شد و برای مسائل صفحات تحت تنش‌های صفحه‌ای در وضعیت تعادل به‌کار برده شد. دقت این روش با نتایج تحلیلی و نتایج گزارش شده از سایر روش‌های حل عددی برای آزمون یک صفحه ذوزنقه‌ای شکل تخت در صفحه دو بعدی سنجیده شد. نتایج مناسب به‌دست آمده از تجربیات عددی در این مقاله درستی و کارایی طرح توسعه داده شده را نشان می‌دهد. با توجه به نتایج محاسبه‌شده و مقایسه درصد خطا برای شبکه‌های بی‌ساختار مثلثی با اندازه اجزاء متفاوت نشان می‌دهد که کوچک‌تر شدن ابعاد شبکه‌بندی، نقش مهمی در دقت محاسباتی و کاهش خطای روش معرفی شده دارد. معرفی روشی بی‌نیاز از عملیات ماتریسی به‌عنوان روشی که می‌تواند بر روی شبکه‌های بی‌ساختار نیز به‌کار برده شود می‌تواند با سرعت و دقت خوبی نتایج تحلیل سازه را بدست دهد. موفقیت در توسعه این روش که شکل تابع زمان معادلات کاوشی را بر روی شبکه بی‌ساختار مثلثی تحلیل می‌نماید راه را برای حل مسائل دینامیکی سازه‌های با مرزهای نامنظم پیچیده را ممکن می‌نماید.



الف) نقشه رنگی تنش $N_{xx}(MPa)$



ب) نقشه رنگی تنش Nyy(MPa)



ج) نقشه رنگی تنش $N_{xy}(MPa)$

شکل (۹): نقشه رنگی مناطق هم‌تنش

۶- مراجع

[۱] Zienkiewicz O.C.; Taylor R.L.; "The Finite Element Method Basic Formulation and Linear Problems", McGraw-Hill, Maidenhead, UK, Vol. 1, 1989

[۲] Hirsch C.; "Numerical Computation of Internal and External Flows: Fundamentals of Numerical Discretization", Wiley, New York, vol. 1, 1988.

[۳] Bijelonja I.; Demirdzˇic´ I.; Muzaferija S.; "A Finite Volume Method for Incompressible Linear Elasticity" Journal of Mechanical Engineering, vol. 195, p.p. 6378–6390, 2006.

[۴] DemirdziI. C.; Martinovic D.; "Finite Volume Method for Thermo-Elasto-Plastic Stress Analysis", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 199, p.p. 331–349, 1993.

[۵] Slone A.K.; Bailey C.; Cross M.; "Dynamic Solid Mechanics using Finite Volume Methods", Old Royal Naval College, University of Greenwich, Applied Mathematical Modeling, vol. 27, pp. 69–87,2003

[۶] Taylor G.A.; "A Vertex-based Discretization Scheme Applied to Material Non-Linearity within a Multi-Physics Finite Volume Framework", Ph.D. Thesis, The University

[۷] X. Lv; Zhao Y.; Huang X.Y.; G.H. Xia ; X.H. Su. "A Matrix-Free Implicit Unstructured Multi-Grid Finite Volume Method for Simulating Structural Dynamics and Fluid-Structure Interaction", ", Journal of computational Physics, 2007.

[۸] S.P. Timoshenko, J.N. Goodier, "Theory of Elasticity", McGraw-Hill, New York, 1982.

[۹] Sabbagh-Yazdi S.R.; Mastorakis N.E; Esmaili M;. "Explicit 2D Matrix Free Galerkin Finite Volume Solution of Plane Strain Structural Problems on Triangular Meshes", International Journal of Mathematics and Computers in Simulations, Issue 4, Vol.2, pp. 1-8., 2008

[۱۰] Escolano E.; Perazzo F.; "Finte Point 2D: A Meshless GID Code For Linear Elasticity", International Center for Numerical Methods in Engineering

[۱۱] "Source of the test: NAFEMS, linear statics benchmarks", Test IC1,Vol.1, October of 1987.

۷- زیر نویس

[1] FEM
[2] CSM
[3] FVM
[4] FDM
[5] CFD
[6] GFVM